١

التجارب العاملية

Factorial Experiments

مقدمـــة

١- هي تجربة تتكون فيها المعالجات من كل التوافيق الممكنة من مستويات (levels) العوامل **Factors** الداخلة في التجربة.

٢- يرمز للعوامل بالحروف الكبيرة **C,B,A,...** ، وعدد المستويات المكونة لكل عامل بالحروف الصغيرة **...,c,b,a**

٣- عدد المعالجات الممكن تكوينها = (حاصل ضرب عدد مستويات العوامل المستخدمة في التجربة ، ومثال علي ذالك:

مثال: تجربة عاملية مكونة من $3\ Factors$ في حالة زراعة نوع جديد من الذرة.

A: كمية التقاوي للهكتار ، وتتكون من ثلاث مستويات $a=3$.

B: كمية السماد ، وتتكون من مستويين $b=2$.

C: نوعية التربة وتتكون من مستويين $c=2$.

- عدد المعالجات هي $t = a \times b \times c = 3 \times 2 \times 2 = 12$
- هذه المعالجات هي:

	a_1		a_2		a_3	
	b_1	b_2	b_1	b_2	b_1	b_2
c_1	$a_1b_1c_1$	$a_1b_2c_1$	$a_2b_1c_1$	$a_2b_2c_1$	$a_3b_1c_1$	$a_3b_2c_1$
c_2	$a_1b_1c_2$	$a_1b_2c_2$	$a_2b_1c_2$	$a_2b_2c_2$	$a_3b_1c_2$	$a_3b_2c_2$

وبعد تكوين المعالجات يتم تحديد التصميم المستخدم استنادا على الأسس التي سبق دراستها، وهي: عدد التكرارات لكل معالجة r، ومن ثم عدد الوحدات التجريبية، وخصائصها، والتعشية، والنموذج الرياضي المستخدم، ونوعه (ثابت ، أو عشوائي).

مزايا التجارب العاملية

١- **تقليل التكلفة والوقت، فإذا استخدمنا تجربة لكل عامل على حدة ،سنحتاج ضعف عدد الوحدات التجريبية التي تستخدم في حالة التجارب العاملية للحصول على نفس الدقة المطلوبة.**
٢- **اكتشاف التفاعلات وتقديرها.**
٣- **الاستنتاجات المستخلصة من تجارب عاملية صالحة لظروف تجريبية مختلفة.**

عيوب التجارب العاملية

١- **يكبر حجم التجربة بازدياد عدد العوامل ومستوياتها، مما يجعل إجراء التجربة وفقا لتصميم معين مكلف.**
٢- **يصعب تطبيق التجارب العاملية الكبيرة في الحقل أو المعمل.**
٣- **يصعب تفسير التفاعلات ذات الدرجات العليا.**

التأثيرات الرئيسية والتفاعلات Main Effects and Interactions

أولا:- التأثير البسيط للعامل Simple Effect of Factor

يقاس التأثير البسيط للعامل عند مستوى معين له بمقدار التغير في الاستجابة بين مستويي عامل آخر.

ثانيا:- التأثير الرئيسى للعامل Main Effect of Factor

التأثير الرئيسي للعامل هو ما نهتم به ويعرف بالتغير في الاستجابة نتيجة لتغير مستوى العامل ، ويقاس بمتوسط التأثيرات البسيطة.

ثالثا:- التفاعلات Interactions

هو الفرق بين التأثيرات البسيطة.

مثال

في تجربة عاملية مكونة من عاملين $(B \quad , \quad A)$ ، لكل منهما مستويين $\{(a=2:a_1,a_2) \quad , \quad (b=2:b_1 \quad ,b_2)\}$ ، إذا تم الحصول على متوسطات التفاعلات التالية:

		B	
		b_1	b_2
A	a_1	2.43	3.47
	a_2	3.97	4.83

والمطلوب

أ- حساب الآثار البسيطة والأثرين الرئيسيين

ب- احسب أثر التفاعل

ت- وضح ما قمت به في شكل بياني.

الحـــل

نقوم بتكوين جدول يحتوي على المتوسطات ، والآثار ، والتفاعلات كالتالي.

		B		Effects(B)			
		b_1	b_2	Mean	Simple	Main	Interacts
A	a_1	2.43	3.47	2.95	3.47-2.43 =1.04	0.95	-0.18
	a_2	3.97	4.83	4.40	4.83-3.97 =0.86		
Effects(A)	Mean	3.20	4.15				
	Simple	3.97-2.43 =1.54	4.83-3.47 =1.36				
	Main	1.45					
	Interacts	-0.18					

أ- **الأثر الرئيسي للعامل B تقدر قيمته بـ** $\{(1.04+0.86)/2=0.95\}$ ، **بينما تقدر قيمة الأثر الرئيسي للعامل A بـ** $\{(1.54+1.36)/2=1.45\}$.

الأثر البسيط للعامل B عند المستوى الأول للعامل A تقدر قيمته بـ 1.04 .

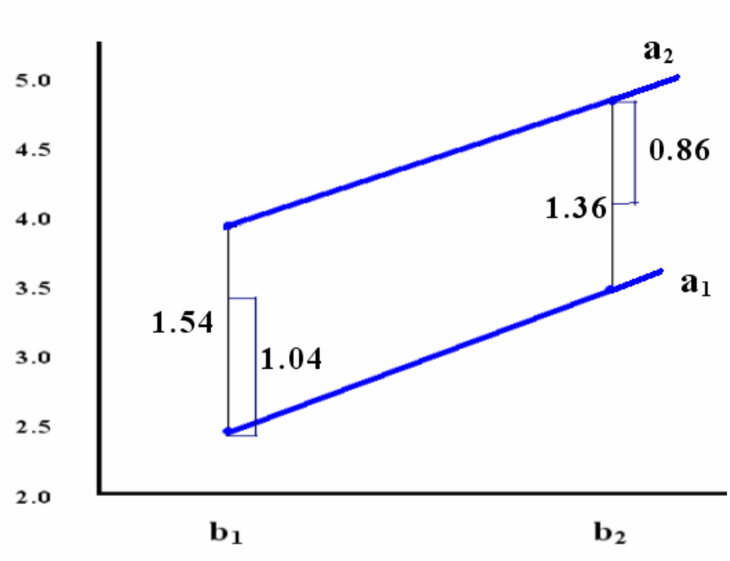
الأثر البسيط للعامل B عند المستوى الثاني للعامل A تقدر قيمته بـ 0.86.

الأثر البسيط للعامل A عند المستوى الأول للعامل B تقدر قيمته بـ 1.54.

الأثر البسيط للعامل A عند المستوى الثاني للعامل B تقدر قيمته بـ 1.36

ب- **يقدر أثر التفاعل بين العامل** (AB) بـ $\{(0.86\text{-}1.04)=(1.36\text{-}1.54)=\text{-}0.18\}$

ت- **الرسم البياني.**



تجربة عاملية ذات عاملين Two-Factor Factorial Experiment

هي أبسط أنواع التجارب العاملية ، وبفرض أن :

A :- هو العامل الأول ، وعدد مستوياته a .

B :- هو العامل الثاني ، وعدد مستوياته b .

(AB) :- يعبر عن التفاعل وعدد مستوياتها $\{ab\}$

r :- هي التكرار لكل معالجة ، ab :- هي عدد المعالجات

abr :- تعبر عن عدد الوحدات التجريبية المطلوبة، التي ستتلقى عدد ab معالجة.

النموذج الرياضي Mathematical Model

أولا:- شكل النموذج الرياضي الثابت في حالة التصميم التام التعشية (CRD)

بفرض أن : y_{ijk} تعبر عن المشاهدة التي أخذت عن الوحدة التجريبية رقم k التى استلمت المعالجة $(a_i b_j)$

$$k = 1,2,\dots,r \ , \ j = 1,2,\dots,b \ , \ i = 1,2,\dots a$$

فإنه يمكن التعبير عنها بنموذج رياضي يأخذ الصورة التالية:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

حيث أن:

μ متوسط عام

α_i هو أثر المستوى رقم i للعامل A

β_j هو أثر المستوى رقم j للعامل B

$(\alpha\beta)_{ij}$ هو أثر التفاعل بين المستوى رقم i للعامل A والمستوى رقم j للعامل B

ε_{ijk} هو الخطأ العشوائي الخاص بالوحدة التجريبية رقم k التي استلمت المعالجة (a_ib_j)

والجدول التالي يبين طريقة تبويب قيم المشاهدات

		A				
		1	**....**	**i**	**....**	**a**
B	**1**	y_{111} y_{112} y_{11r}		y_{i11} y_{i12} y_{i1r}		y_{a11} y_{a12} y_{a1r}
	.					
	j	y_{1j1} y_{1j2} y_{1jr}		y_{ij1} y_{ij2} y_{ijr}		y_{aj1} y_{aj2} y_{ajr}
	.					
	b	y_{1b1} y_{1b2} y_{1br}		y_{ib1} y_{ib2} y_{ibr}		y_{ab1} y_{ab2} y_{abr}

ثانيا :- افتراضات النموذج .

١- $\sum_{i=1}^{a}\alpha_i = 0 \qquad \sum_{j=1}^{b}\beta_j = 0 \qquad \sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta)_{ij} = \sum_{i=1}^{a}(\alpha\beta)_{i} = 0$

٢- $\varepsilon_{ijk} \sim N(0,\sigma^2)$ **الأخطاء مستقلة وتتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر ، وتباين ثابت من معالجة إلى أخري.**

ثالثا :- الفروض التي يمكن اختبارها

١- **اختبار أن آثار مستويات العامل A معا تساوي صفر**

$$H_o : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_a = 0$$
$$H_a : at\ \ least\ \ Two\ \ of\ \ \alpha_i\ \ different$$

٢- **اختبار أن آثار مستويات العامل B معا تساوي صفر**

$$H_o : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_b = 0$$
$$H_a : at\ \ least\ \ Two\ \ of\ \ \beta_j\ \ different$$

٣- **اختبار أن آثار التفاعلات تساوي صفر**

$$H_o : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \ldots = (\alpha\beta)_{ab} = 0$$
$$H_a : at\ \ least\ \ Two\ \ of\ \ (\alpha\beta)_{ij}\ \ different$$

رابعا :- حساب مجموع المربعات ودرجات حريتها .

من النموذج الرياضي ، يمكن تحديد العوامل المسببة للاختلاف في المشاهدة y_{ijk} علي النحو التالي:

$$(y_{ijk} - \bar{Y}\ldots) = (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}\ldots) + (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}\ldots) + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}\ldots)$$
$$+ (y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})$$

$$df: abr-1=(a-1)+(b-1)+(a-1)(b-1)+ab(r-1)$$

$$= \quad df(Treatments)=ab\text{-}1 \quad + df(error)$$

SST0

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk}-\bar{Y}...)^2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}y_{ijk}^2-\frac{Y...^2}{abr}\ ,\ df=abr-1$$

SSA

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}...)^2=\sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}^2}{br}-\frac{Y...^2}{abr}\ ,\ df=(a-1)$$

SSB

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{Y}_{.j.}-\bar{Y}...)^2=\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j.}^2}{ar}-\frac{Y...^2}{abr}\ ,\ df=(b-1)$$

SSAB

$$\sum_{i}^{a}\sum_{j}^{b}\sum_{k}^{r}(\bar{Y}_{ij.}-\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{.j.}+\bar{Y}...)^2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{ij.}^2}{r}-SSA-SSB-\frac{Y...^2}{abr}\ ,$$

$$df=(a-1)(b-1)$$

SSE

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk}-\bar{Y}_{ij.})^2=SSTo-SSA-SSB-SS(AB)\ ,\ df=ab(r-1)$$

خامسا: جدول تحليل التباين .

من خلال شكل النموذج الرياضي ، يمكن عرض جدول تحليل التباين الذي يعبر عنه كالتالي:

جدول ANOVA في حالة تجربة عاملية مكونة من عاملين B,A ذات الأثر الثابت

S.O.V	df	SS	MS	F
Treatments	(ab-1)	SST	MST	F_T^*=MST/MSE
A	(a-1)	SSA	MSA	F_A^*=MSA/MSE
B	(b-1)	SSB	MSB	F_B^*=MSB/MSE
(AB)	(a-1)(b-1)	SSAB	MSAB	F_{AB}^*=MSAB/MSE
Error	ab(r-1)	SSE	MSE	
Total	abr-1	SSTo		

تطبيق : في تجربة عاملية مكونة من عاملين ، من درجة (3×3) إذا تم الحصول على البيانات التالية:

		Factor *A*		
		a_1	a_2	a_3
Factor *B*	b_1	2.3	1.8	3.1
		1.9	2.5	2.6
		3.1	1.5	1.8
		2.6	2.2	2.5
	b_2	4.3	3.5	5.1
		4.5	3.8	5.3
		3.8	5.4	4.6
		2.9	3.3	4
	b_3	2.5	1.8	4.1
		3.5	2.7	5.2
		2.7	2.6	4.8
		3.3	1.4	5

والمطلوب

١٠

أ- تكوين جدول تحليل التباين ، واختبار الآثار

ب- اعرض متوسطات التفاعلات في شكل بياني، ثم استنتج ما يؤيد صحة الفروض.

الحــل

أ- تكوين جدول تحليل التباين

يتم تكوين جدول لحساب المجاميع كما يلي:

		Factor A			
		a_1	a_2	a_3	
Factor B	b_1	2.3	1.8	3.1	
		1.9	2.5	2.6	
		3.1	1.5	1.8	
		2.6	2.2	2.5	
	SUM	9.9		10.0	27.9
	b_2	4.3	3.5	5.1	
		4.5	3.8	5.3	
		3.8	5.4	4.6	
		2.9	3.3	4	
	SUM	15.5		19.0	50.5
	b_3	2.5	1.8	4.1	
		3.5	2.7	5.2	
		2.7	2.6	4.8	
		3.3	1.4	5	
	SUM	12.0		19.1	39.6
		37.4	32.5	48.1	118

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4} y_{ijk}^2 = 435.12$$

حيث

SST0

$$SSTo = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abr} = 435.12 - \frac{(118)^2}{36} = 435.12 - 386.778 = 48.342$$

$$df = abr - 1 = 3 \times 3 \times 4 - 1 = 35$$

SSA

$$SSA = \sum_{i=1}^{a} \frac{Y_{i..}^2}{br} - \frac{Y_{...}^2}{abr} = \frac{1}{3 \times 4}\left((37.4)^2 + (32.5)^2 + (48.1)^2\right) - \frac{(118)^2}{36}$$

$$= \frac{1}{12}(4768.62) - 386.778 = 10.607 \quad , \quad df = (a-1) = 3 - 1 = 2$$

SSB

$$SSB = \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{.j.}^2}{ar} - \frac{Y_{...}^2}{abr} = \frac{1}{3 \times 4}\left((27.9)^2 + (50.5)^2 + (39.6)^2\right) - \frac{(118)^2}{36}$$

$$= \frac{1}{12}(4896.82) - 386.778 = 21.290 \quad , \quad df = (b-1) = 3 - 1 = 2$$

SSAB

$$SSAB = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{ij.}^2}{r} - SSA - SSB - \frac{Y_{...}^2}{abr}$$

$$= \frac{1}{4}\left((9.9)^2 + (15.5)^2 + (12)^2 + (8)^2 + (16)^2 + (8.5)^2 + (10)^2 + (19)^2 + (19.1)^2\right)$$

$$-10.607 - 21.290 - 386.778 = \frac{1}{4}(1700.32) - 418.675 = 6.405$$

$$df = (a-1)(b-1) = 2 \times 2 = 4$$

SSE

$$SSE = SSTo - SSA - SSB - SSAB$$

$$= 48.342 - (10.607 + 21.290 + 6.405) = 10.04 \quad , \quad df = ab(r-1) = 27$$

جدول تحليل التباين:

ANOVA

S.O.V	df	SS	MS	F
Treatments	8	38.302	4.786	$F_T^{*}=12.866^{**}$
A	2	10.607	5.304	$F_A^{*}=14.258^{**}$
B	2	21.290	10.645	$F_B^{*}=28.616^{**}$
(AB)	4	6.405	1.601	$F_{AB}^{*}=4.304^{**}$
Error	27	10.04	0.372	
Total	35	48.342		

١- للعامل A أثر معنوي ، حيث يختلف أحد المستويات على الأقل عن الصفر .

٢- للعامل B أيضا أثر معنوي ، حيث يختلف أحد المستويات على الأقل عن الصفر.

٣- لا يوجد استقلال بين العامل **A** والعامل B حيث أن يوجد أثر معنوي للتفاعل.

ويمكن باستخدام طريقة المقارنات المتعامدة كثيرات الحدود تحديد أفضل المستويات ، ونترك ذلك للطالب الرجوع إليه، في كتاب "تصميم وتحليل التجارب الزراعية"

ب- التمثيل البياني.

Graph