Assignment Problem
Find the Optimal Solution for the Assignment Problem
مشكلة التخصيص
ايجاد الحل الامثل لمشكلة التخصيص

المدرس المساعد

احمد هشام محمد طاهر

AHMED HUSHAM MOHAMMED ALBASRI
STATISTICS DEPARTEMENT
ADMINISTRATION AND ECONOMICS COLLEGE
UNIVERSITY OF BASRAH
Ahmed.albasrai@uobasrah.edu.iq

تعتبر خوارزمية حل مشكلة التخصيص من الخوارزميات المهمة في ايجاد الحل الامثل لأي نشاط من خلال تحديد الموارد (عمال او مكائن) والمهام التي يمكن ان تنجز ها، ان مشكلة التخصيص تعتبر حالة خاصة من مشكلة النقل ولكن تشترط ان تكون عدد الموارد مساوية الى عدد المهام وعلى هذا الاساس فان مصفوفة التخصيص هي مصفوفة مربعة من الدرجة $(M \times M)$ ويطلق عليها ايضا بمشكلة التخصيص المتوازنة .

طرق حل مشكلة التخصيص

1- الطريقة الشاملة (التوافيق الممكنة) .
2- الطريقة الهنغارية .
3- طريقة البرمجة الخطية .

1 - **الطريقة الشاملة (التوافيق الممكنة)**

تعد طريقة التوافيق الممكنة من ابسط طرق حل مشكلة التخصيص، اذ تعتمد هذه الطريقة على اسلوب مفكوك العدد (في ايجاد جميع التوافيق الممكنة التي يمكن ان نحصل عليها من حل مصفوفة التخصيص) التي من الدرجة (3×3) و (2×2) ولكن تصبح هذه الطريقة غير مجدية في حالة المصفوفات ذات الدرجات العليا .

على سبيل المثال في حالة دراسة تكاليف الصيانة في احدى الورش الكهربائية والتي تضم (3) عاملين وتعالج (3) انواع من مهام صيانة الاجهزة (مكيف، غسالة، تلفزيون) أي ان مصفوفة التخصيص هي من الدرجة (3×3) :

فعلى هذا الاساس فان عدد الطرق الممكنة (C) التي يمكن ان نحصل عليها في توزيع المهام كما يلي :

$$3! = 3\times2\times1$$
$$= 6$$

ولكن لو فرضنا ان الورشة تضم (5) عاملين ويمكن ان تعالج (5) انواع من انشطة الصيانة (مكيف، غسالة، تلفزيون، ثلاجة، طباخ)، ففي مثل هذه الحالة فان عدد الطرق الممكنة لتوزيع المهام ستكون :

$$5! = 5\times4\times3\times2\times1$$
$$= 120$$

لذا يتضح كلما كانت درجة المصفوفة كبيرة فان الطرق الممكنة ستكون كثيرة ولا يمكن السيطرة عليها وستكون مجهدة وعليه تفشل الطريقة الشاملة في حالة المصفوفات التي درجتها $(M > 3)$.

مثال/ يرغب صاحب احد ورش الصيانة بتخصيص المهام داخل الورشة على العاملين والبالغ عدد (3) عمال وفقاً للتكاليف المحددة في مصفوفة الاعمال، وكما مبينة في ادناه :

دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3
عدد العاملين في الورشة	X1	20	22	17
	X2	24	37	15
	X3	32	30	25

المطلوب // تخصيص الاعمال لكل عامل من العاملين في الورشة تبعاً لتكاليف الصيانة

خطوات الحل

تكوين جدول لتحديد جميع الطرق (التوافيق الممكنة) أي توزيع اعمال الصيانة على العاملين وبدون تكرار :

سياسة التخصيص	توزيع اعمال الصيانة على جميع العاملين			الكلفة	افضل كلفة صيانة
	مكيف	غسالة	تلفزيون		
1	X1 20	X2 37	X3 25	Cost1=20+37+25 =82	تعتبر السياسة (2) هي الأفضل لأنها تعطي اقل كلفة صيانة (65)
2	X1 20	X3 30	X2 15	Cost2=20+30+15 =65	
3	X2 24	X1 22	X3 25	Cost3=24+22+25 =71	
4	X2 24	X3 30	X1 17	Cost4=24+30+17 =71	
5	X3 32	X1 22	X2 15	Cost5=32+22+15 =69	
6	X3 32	X2 37	X1 17	Cost6=32+37+17 =86	

2 - **الطريقة الهنغارية**

تعتبر هذه الطريقة الاكثر شمولاً من الطريقة السابقة اذ انها تتعامل مع جميع درجات المصفوفات، اذ ان خوارزمية هذه الطريقة تعتمد اما معيار اقل كلفة او اعلى ربح متحقق .

ولتوضيح خطوات الحل لهذه الطريقة نعتمد بيانات المثال السابق

مثال/ يرغب صاحب احد ورش الصيانة بتخصيص المهام داخل الورشة على العاملين والبالغ عدد (3) عمال وفقاً للتكاليف المحددة في مصفوفة الاعمال، وكما مبينة في ادناه :

دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3
عدد العاملين في الورشة	X1	20	22	17
	X2	24	37	15
	X3	32	30	25

المطلوب // تخصـيص الاعمال لكل عامل من العاملين في الورشـة تبعاً لتكاليف الصـيانة باسـتخدام الطريقة الهنغارية

الخطوة (1) : تحديد اقل كلفة في كل صف، ومن ثم طرح هذه الكلفة من كل عناصر الصف، كما في ادناه

دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3	اقل كلفة صف
عدد العاملين في الورشة	X1	20	22	17	17
	X2	24	37	15	15
	X3	32	30	25	25

المصفوفة الناتجة من عملية طرح اقل كلفة في الصف من عناصر الصف					
دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3	اقل كلفة صف
عدد العاملين في الورشة	X1	3	5	0	17
	X2	9	22	0	15
	X3	7	5	0	25

الخطوة (2) : من المصـفوفة الناتجة في الخطوة (1) نحدد اقل كلفة في كل عمود ومن ثم نطرح هذه الكلفة من عناصـر العمود، كما في ادناه :

دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3
عدد العاملين في الورشة	X1	3	5	0
	X2	9	22	0
	X3	7	5	0
اقل كلفة عمود		3	5	0

المصفوفة الناتجة من عملية طرح اقل كلفة في العمود من عناصر العمود				
دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3
عدد العاملين في الورشة	X1	0	0	0
	X2	6	17	0
	X3	4	0	0
اقل كلفة عمود		3	5	0

الخطوة (3) لتحديد الخطوط المستقيمة التي تمر بأصفار المصفوفة يجب ان نحدد عدد الاصفار في كل صف وكل عمود

تحديد عدد الاصفار في كل صف وعمود لتسهيل عملية تحديد الخطوط					
دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3	عدد الاصفار في كل صف
عدد العاملين في الورشة	X1	0	0	0	3
	X2	6	17	0	1
	X3	4	0	0	2
عدد الاصفار في كل عمود		1	2	3	

نلاحظ ما يلي

1- الصف الاول والعمود الثالث يحتوي على اكبر عدد من الاصفار فيمكن تمرير خط مستقيم اما صفي او عمودي، سيتم اختيار تحديد الصف الاول، ونعيد حساب عدد الاصفار في كل صف وعمود ونحدد اعلى عدد اصفار

تحديد عدد الاصفار في كل صف وعمود لتسهيل عملية تحديد الخطوط					
دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3	عدد الاصفار في كل صف
عدد العاملين في الورشة	X1	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~3~~
	X2	6	17	0	1
	X3	4	0	0	2
عدد الاصفار في كل عمود		0	1	2	

تحديد عدد الاصفار في كل صف وعمود لتسهيل عملية تحديد الخطوط					
دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3	عدد الاصفار في كل صف
عدد العاملين في الورشة	X1	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~3~~
	X2	6	17	0	1
	X3	~~4~~	~~0~~	~~0~~	~~2~~
عدد الاصفار في كل عمود		0	1	2	

ونلاحظ من خلال الخطوط المستقيمة التي تم تمريرها على الاصفار ان عددها مساوٍ الى (3) وهو مساوِ الى عدد صفوف واعمدة المصفوفة وعليه يمكن القول ان المصفوفة مثلى ويمكن اعتمادها لتخصيص المهام

2- نأخذ المصفوفة الأخيرة

تحديد عدد الاصفار في كل صف وعمود لتسهيل عملية تحديد الخطوط					
دراسة مشكلة التخصيص في ورشة الصيانة		مكيف Y1	غسالة Y2	تلفزيون Y3	عدد الاصفار في كل صف
عدد العاملين في الورشة	X1	0	0	0	3
	X2	6	17	0	1
	X3	4	0	0	2
عدد الاصفار في كل عمود		1	2	3	

نحدد المهام على وفق الاصفار في المصفوفة وبالخصوص الاصفار التي ظهرت مرة واحدة في الصف او العمود

- نخصص مهمة صيانة المكيف Y1 للعامل X1 .
- نخصص مهمة صيانة التلفزيون Y3 للعامل X2 .
- نخصص مهمة صيانة الغسالة Y2 للعامل X3 .

حساب الكلفة الكلية للصيانة			
X1Y1	X2Y3	X3Y2	الكلفة المثلى لمشكلة التخصيص
20	15	30	COST = 20+15+30 = 65