مقدمة عامة عن علم الميكانيك الكلاسيكي

علم الميكانيك هو العلم الذي يهتم بدراسة حركة الأجسام والقوى المسببة لهذه الحركة ويقسم إلى :

1- ميكانيك السكون (الاستاتيكا) Statics Mechanics

هو العلم الذي يهتم بدراسة اتزان الأجسام الساكنة أو المنتظمة الحركة.

2- ميكانيكا الحركة (الكينماتيكا) Kinematics Mechanics وهو العلم الذي يهتم بدراسة الأجسام التي في حالة الحركة دون

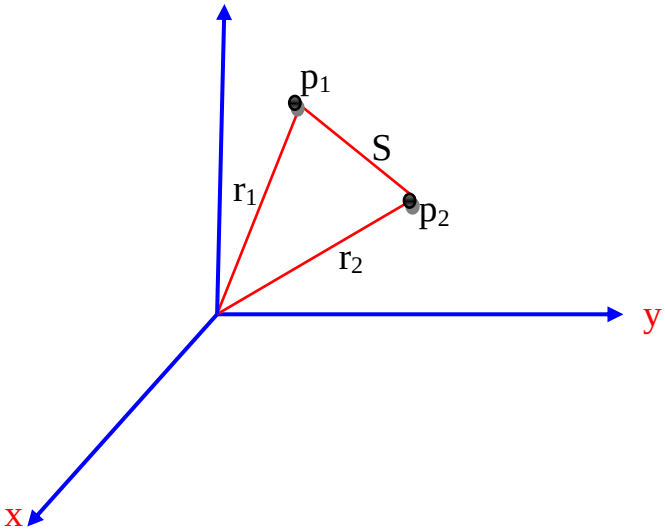
النظر إلى مسبباتها وذلك بتحديد موضع الجسم وسرعته وتعجيله في كل لحظة زمنية.

3- ميكانيك التحريك (الديناميكا) Dynamics Mechanics وهو العلم الذي يهتم بدراسة الحركة من حيث مسبباتها من قوة وعزم وما ينتج منها من شغل وطاقة.

مفاهيم أساسية في علم الحركة

لدراسة حركة جسيم فأننا نحتاج إلى تحديد إزاحته (S) وسرعته (v) وتعجيله (a) وإزاحة الجسم تحتاج إلى تحديد تغير موضعه (r) والذي بدوره يحتاج إلى ثلاث إحداثيات وحسب نوع منظومة المحاور مثل المحاور الديكارتية والكروية والاسطوانية.

z



فإذا كانت (S) تمثل الإزاحة الخطية للجسم وهي عبارة عن التغير في موضع الجسم خلال فترة زمنية معينة أي إن الإزاحة هي دالة خطية للزمن t.

$$S = f(t) \quad , \quad v_{ave} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \quad \text{متوسط السرعة}$$

تمثل السرعة الآنية هندسياً بالمتجه المماس للطريق الذي يتحرك عليه الجسم عند النقطة المعينة وتمثل ميل المتجه أي ان:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad \text{السرعة الآنية}$$

$$a_{ave} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad \text{متوسط التعجيل}$$

التعجيل الآني $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$$a = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{ds}{ds} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \quad \Longrightarrow \quad a = v \cdot \frac{dv}{ds}$$

الحركة على خط مســتقيم وبتعجيل ثابت :

وهي أهم أنواع الحركة التي تصف حركة الجسم الواقع تحت تأثير محصلة القوى الثابتة أي يتحرك بتعجيل ثابت ، وتتكون هذه الحركة من ثلاث معادلات رئيسية ويمكن إيجادها كما يلي:

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad \Longrightarrow \qquad \mathrm{d}v = \mathrm{a}\,\mathrm{dt}$$

$$\int_{v_o}^{v} \mathrm{d}v = \mathrm{a} \int_{0}^{\mathrm{t}} \mathrm{dt} \quad \Longrightarrow \quad v - v_{\mathrm{o}} = \mathrm{a}(\mathrm{t} - 0)$$

$$\Longrightarrow \quad v - v_o = a\,t$$

$$v = v_o + a\,t \quad ---(1)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \Longrightarrow \quad ds = v\,dt$$

$$\int_{s_o}^{s} \mathrm{ds} = \int_{0}^{t} v\,\mathrm{dt} \quad \rightarrow \quad \mathrm{s} - \mathrm{s_o}$$

$$= \int_0^{\mathrm{t}} (v_\mathrm{o} + \mathrm{a\,t})\mathrm{dt}$$

$$\Longrightarrow \mathrm{S} - \mathrm{S_o} = v_\mathrm{o} \int_0^{\mathrm{t}} \mathrm{dt} + \mathrm{a} \int_0^{\mathrm{t}} \mathrm{t\,dt} \quad \Longrightarrow \quad S - S_o$$

$$= v_o t + \frac{1}{2} a\,t^2 |_0^t$$

$$S = S_o + v_o t + \frac{1}{2} a\,t^2 \quad ---(2)$$

$$a = v.\frac{dv}{ds} \quad \rightarrow \quad a\,ds = v\,dv$$

$$\rightarrow \quad a \int_{s_o}^{s} ds = \int_{v_o}^{v} v\,dv$$

$$a(S - S_o) = \frac{1}{2}v^2 \,|_{v_o}^{v} \quad \rightarrow \; 2a(S - S_o)$$
$$= v^2 - {v_o}^2$$

$$v^2 = {v_o}^2 + 2a(S - S_o) - - - -(3)$$

ملاحظة: اذا بدأت الحركة أو الانطلاق من نقطة الأصل فان S_o تساوي صفر.

مثال: يتحرك جسيم حركة انتقالية على طول محور x من (A) إلى (B) ومعادلة حركته ($S = 2 + 3t - 4t^2$) جـد موضع الجسيم لحظة تغير اتجاه حركته

(الموضع عند B) ثم اوجد سرعته عند رجوعه إلى موضعه الابتدائي (نقطة A).

$$S = 2 + 3t - 4t^2$$

$$\because S = S_o + v_o t + \frac{1}{2} a\, t^2$$

$$\therefore S_o = 2m \ ,$$

$$v_o = 3\frac{m}{s}\ , \qquad \frac{1}{2}a = -4 \quad \rightarrow \quad a$$

$$= -8m/s^2$$

عندما يتغير الجسيم اتجاهه تكون سرعته النهائية $v = 0$

$$v = v_o + a\, t \quad \rightarrow \quad 0 = 3 - 8t \quad \rightarrow \quad t$$

$$= \frac{3}{8}\ sec$$

$$S_B = 2 + 3\left(\frac{3}{8}\right) + \frac{1}{2}(-8)\left(\frac{3}{8}\right)^2 = 2.56\ m$$

$$s_o = s_o + v_o t + \frac{1}{2} a\, t^2 \quad \rightarrow \quad v_o t$$

$$= -\frac{1}{2} a t^2 \quad \rightarrow \quad v_o = -\frac{1}{2} a t$$

$$t = \frac{-2v_o}{a} = \frac{-2 \times 3}{-8}$$

$$= \frac{3}{4}\text{sec}$$ الزمن الكلي ذهاب واياب

$$v_A = v_o + a\,t = 3 + (-8)\left(\frac{3}{4}\right) = -3\ m/s$$

معادلات الحركة لجسم ساقط سقوط حر

$$v = v_o - g\,t \quad ---(1)$$

$$y = y_o + v_o t - \frac{1}{2} g\,t^2 \quad ---(2)$$

$$v^2 = {v_o}^2 - 2g(y - y_o) \quad ---(3)$$

معادلات الحركة للسرعة الدورانية لتعجيل زاوي منتظم

$$\omega = \omega_o + \alpha t \quad ---(1)$$

$$\theta = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad ---(2)$$

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\,(\theta - \theta_o) \quad ---(3)$$

$$\boldsymbol{\omega = \frac{d\theta}{dt}\ \left(\frac{rad}{sec}\right)} \quad ,$$

$$\boldsymbol{rpm\left(\frac{rev}{min}\right) = \frac{2\pi}{60}\ \frac{rad}{sec}}$$

$$n\ (rev) = \frac{\theta(rad)}{2\pi}$$ عدد الدورات

معادلات حركة المقذوفات:

$$v_y = v_{oy} - gt \ \ldots\ldots..(1)$$

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \ \ldots\ldots.(2)$$

$$v_y^2 = v_{oy}^2 - 2gy \ \ldots\ldots\ldots(3)$$

$$v_{ox} = v_o \cos\theta_o = v_x \ , \qquad v_{oy} = v_o \sin\theta_o$$

خواص حركة المقذوفات:

$$T = \frac{2v_o \sin\theta_o}{g}$$ زمن الطيران

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$$ مدى القذيفة

$$\mathrm{h} = \frac{v_o^2 sin^2\theta_o}{2\mathrm{g}}$$ أقصى ارتفاع

ملاحظة: جميع المعادلات أعلاه تكون صحيحة من نقطة الانطلاق مرورا بنفس مستوى الانطلاق فقط.

مثال: في الشكل أدناه يبين مخطط السرعة لجرار زراعي يتحرك بسرعة خلال فترة زمنية من (t=0sec) إلى (t=50sec) حيث $v = f(t)$ جـد:

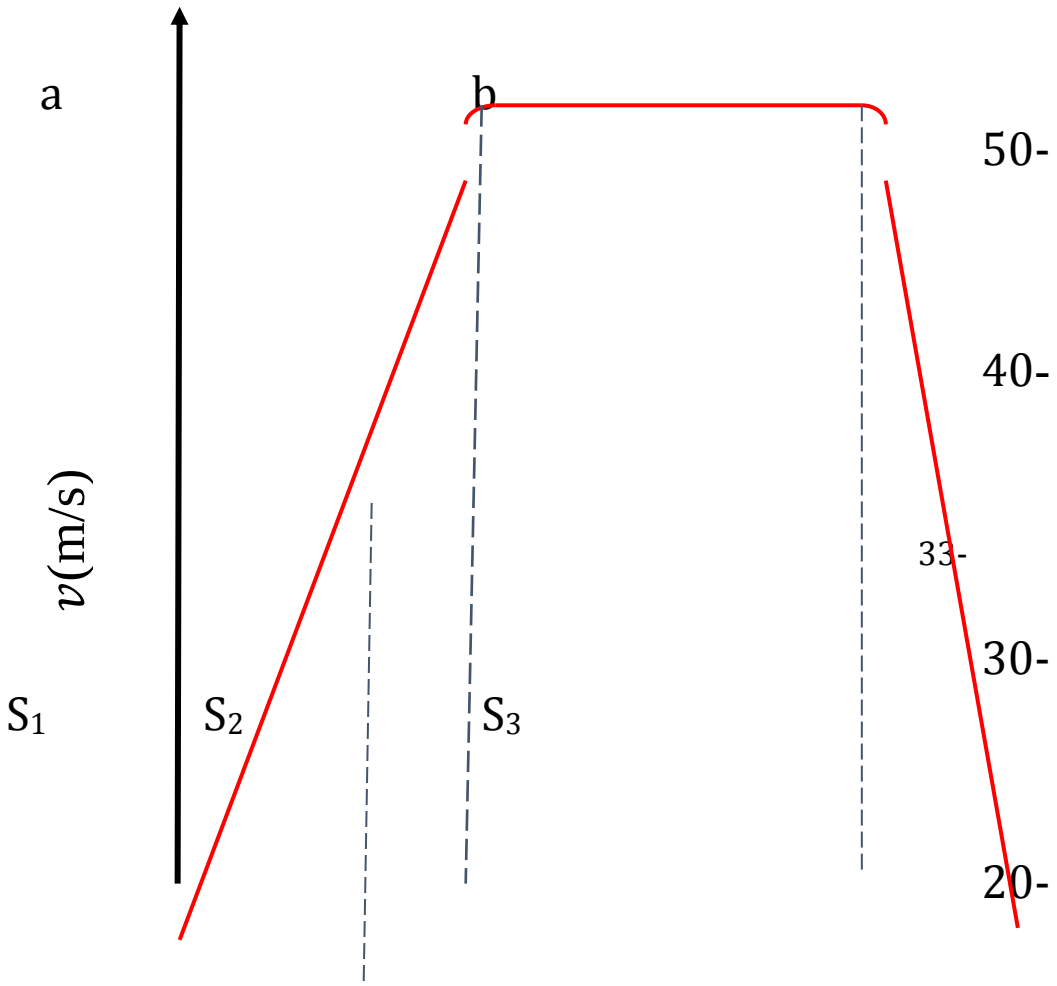
1- الإزاحة الكلية التي يقطعها الجرار الزراعي خلال (50sec)

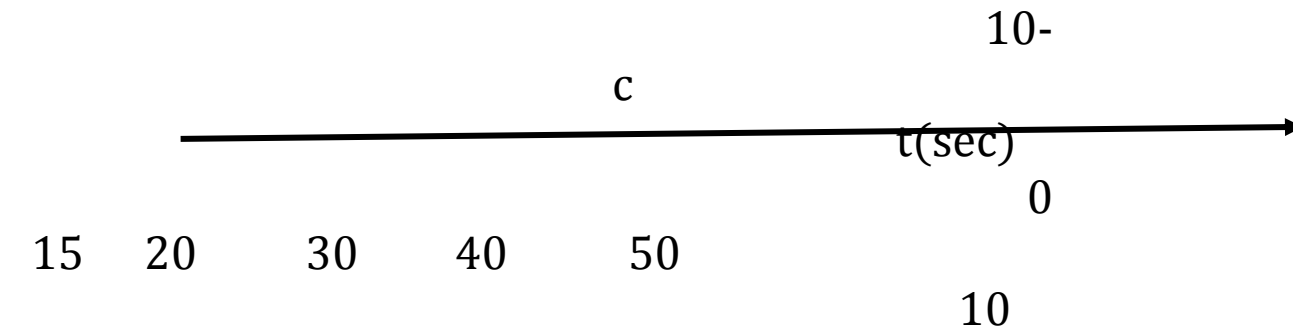
2- الإزاحة التي يقطعها الجرار الزراعي في الفترة الزمنية من $t=10\ sec$ إلى $t=40\ sec$

3- ارسم مخطط التعجيل في الفترة الزمنية من $t=o$ إلى $t= 50\ sec$

4- الإزاحة بدلالة الزمن t في المقطع , oa , ab , bc

5- متوسط السرعة الكلية.





velocity – time graph مخطط السرعة

1- الإزاحة الكلية في منحني السرعة تمثل المساحة المحصورة تحت المنحني

$$S_{\text{tot}} = S_{1(0\to a)} + S_{2(a\to b)} + S_{3(b\to c)}$$

$$v = \frac{s}{t} \quad \rightarrow \; s = v.t \quad \rightarrow \; s_{tot} = \sum_{0}^{c} v.t$$

$$S_{\text{tot}} = \frac{1}{2}(15)(50) + (40-15)(50) + \frac{1}{2}(50-40)(50)$$

$$S_{\text{tot}} = 1875\ m$$

$$2- \quad t = 10s \quad \rightarrow \quad t = 40s$$

$$S_{10\to40} = (15-10)\left(\frac{50+33}{2}\right)$$
$$+ (40-15)(50) = 1457\ m$$

3 − $t = 0 \quad \to t = 50 \quad (a$

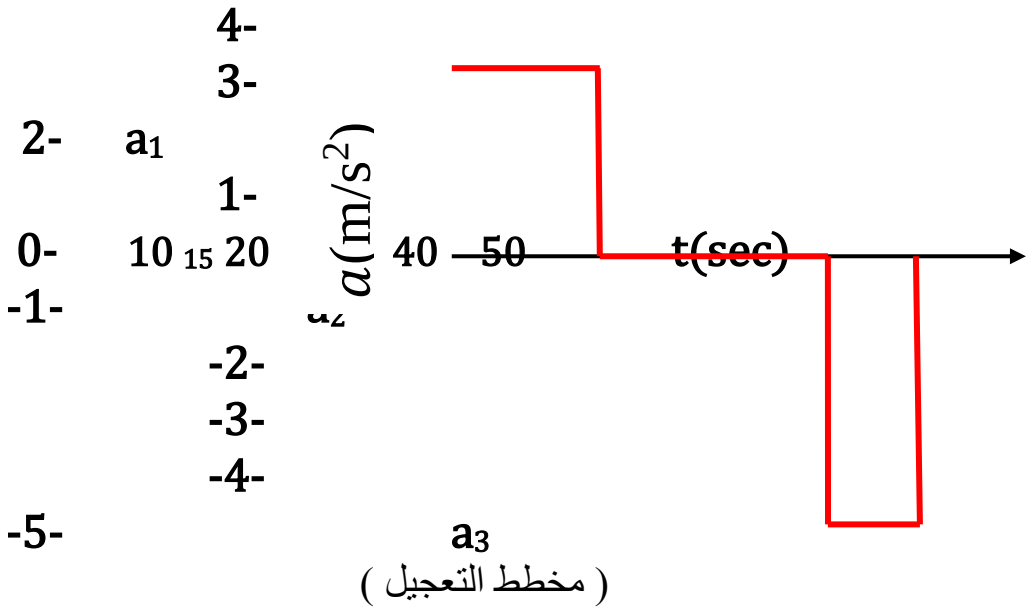
$= \frac{\Delta v}{\Delta t}$) مخطط التعجيل

$$0 \to a \quad 0 \le t \le 15 \quad \to \quad a_1 = \frac{50-0}{15-0}$$
$$= 3.3\ m/s^2$$

$a \to b \quad 15 \le t \le 40 \quad \to \quad a_2$

$= 0$ السرعة ثابتة

$$b \to c \quad 40 \le t \le 50 \quad \to \quad a_3 = \frac{0-50}{50-40}$$
$$= -5\ m/s^2$$



(مخطط التعجيل)

acceleration – time graph مخطط التعجيل

4- الإزاحة بدلالة الزمن t .

$$0 \rightarrow a \quad S_1 = S_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$S_1 = 0 + 0 + \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad \rightarrow \quad S_1 = \frac{1}{2}(3.3)t^2$$

$$= 1.67\ t^2$$

$$a \rightarrow b \quad S_2 = S_o + v_o t + \frac{1}{2} a_2 t^2$$

$$\rightarrow \ S_2 = \frac{1}{2}(15)(50) + 50t + 0$$

$$S_2 = 375 + 50t$$

$$\text{b} \ \rightarrow \ \text{c} \qquad S_3 = S_O + v_o t + \frac{1}{2} a_3 t^2$$

$$S_3 = \left[\frac{1}{2}(50)(15) + (50)(40 - 15)\right] + [(50)(t - 40)] + \frac{1}{2}(-5)(t - 40)^2$$

$$S_3 = 250t - 2.5\, t^2 - 4375$$

$$5 - \quad \bar{v} = \frac{S_{tot}}{T_{tot}} = \frac{1875}{50} =$$

37.5 m/s