الفصل الاول

الهندسة الصناعية

المرحلة الرابعة – جامعة البصرة – كلية الهندسة – قسم هندسة المواد

محاضرات خاصة لـ د. اسامة جاسم الاسدي

مفردات المنهج

الهندسة الصناعية

1- نظرية اتخاذ القرار
2- نظرية المباريات
3- النماذج الرياضية
4- البرمجة الخطية
5- السيطرة النوعية
6- نماذج الصيانة والاستبدال
7- المواصفات القياسية العالمية (الايزو)

نظرية اتخاذ القرار Decision Making Theory :

تحتل الأساليب الكمية في الإدارة دوراً بارزاً في الحياة الاقتصادية المعاصرة نضراً لما تقدمه لرجال الأعمال من مساعدة في اتخاذ قراراتهم بموضوعية ورشد , فدرجة التعقيد في الحياة الاقتصادية والحجم الهائل من المعلومات الضرورية للاتخاذ أي قرار جعلت استخدام الأساليب الكمية ضرورة لا يمكن الاستغناء عنها من اجل التعرف على المعلومات الضرورية وكذلك التغيرات المهمة للمشكلة التي هي موضوع الحل.

إن تطور المنشآت يعتمد على حد كبير على دقة القرارات التي يتخذها المسئولون فيها وخاصة في ظل المنافسة. هذه القرارات تحدد أنواع وكميات الموارد التي تحتاجها المنشأة وكذلك طرق استخدام هذه الموارد ويمكن القول بأن صحة القرارات تؤثر بشكل كبير على درجة نمو المنشآت وربحها .

الصفات الأساسية المشتركة للقرار :

1- وجود بدائل :

حتى يكون هناك قرار لا بد من توفر بدائل, أي إذا كان هنالك بديل واحد فإننا مجبرين على اختياره فلا يوجد قرار في هذه الحالة . البدائل المتاحة للمقرر سوف يطلق عليها (ستراتيجيات المقرر) أي بمعنى خطط المقرر.

2- تأثير العالم (المحيط الخارجي):

من الظروف الموجودة في العالم الخارجي المنشأة لها تأثير على نتيجة الستراتيجيات التي يتخذها الإداريون في المنشأة, و لتوضيح ذلك نفرض إن مصنعاً يرغب في تصنيع أنواع مختلفة من السيارات (ستراتيجيات المقرر) إن النتيجة التي يتوصل عليها تعتمد على أمور كثيرة منها مثلا كلفة كل نوع, المنافسة لكل نوع في السوق, المواد الأولية المتوفرة لكل نوع, توفر المكائن والمعدات التي تقوم بإنتاج الأنواع السابقة الذكر. هذه العوامل هي التي تمثل تأثير العالم الخارجي وسوف نسميها (حالات الطبيعة)

3- الأهداف والغايات :

س / ما هو الحافز الذي يدفع المقرر للاتخاذ القرار؟

الأهداف قد تتمثل في الحصول على أقصى الأرباح أو الوصول إلى الحد الأدنى من التكاليف وأهمية الهدف تنبثق من تأثيره على نتيجة كل ستراتيجية فهو الذي يعطي الأساس الذي يمكننا من صياغة النتائج بأرقام معينه فإذا كان الهدف مثلا الحصول على أقصى الأرباح بالدنانير فالنتائج بهذه الحالة تصاغ بالدنانير لتعبر عن الأرباح من كل ستراتيجية وقيمة النتائج هي في قدرتها في تحقيق الأهداف الموضوعة. بعض الأهداف يمكن صياغتها بالأرقام العددية فالأرباح والنفقات هذه لا تشكل مشكلة في

صناعة الستراجيات المختلفة ولكن هنالك أهداف أخرى قد لا يكون من السهل صياغتها بأرقام عددية مثل العلاقات العمالية أو النظام والهدوء داخل المنشأة.

الربح = السعر – الكلفة (Profit = Price – Cost)

تصنيف الكلفة :

1- كلفة المواد
2- كلفة عمل (مكائن تشغيل)
3- كلفة العمال

كلفة المواد

- مباشرة : هي المواد الداخلة في تركيب السلعة مثل (الحديد , الخشب, ... الخ)
- غير المباشرة : هي المواد التي لا تدخل في تركيب السلعة مثل (الكارتون المستخدم في التغليف)

مثال : ترغب شركة تجارية في شراء عدد من وحداة سلعة معينة وأمامها أربع ستراتيجيات يمكن اختيار إحداها وهي شراء 10, 15, 20, 25 وحدة من السلعة. مستويات الطلب المتوقعة هي بيع 17, 19 , 21, 23 وحدة وهذه بالطبع حالات الطبيعة. لنضع هذه المعلومات في مصفوفة توضح العلاقات والتفاعل بين الستريتيجيات المختلفة.

ستراتيجية المقرر	حالات الطبيعة			
	Y1(17)	**Y2**(19)	**Y3**(21)	**Y4**(23)
X1 (10)	R11	R12	R13	R14
X2 (15)	R21	R22	R23	R24
X3 (20)	R31	R32	R33	R34
X4 (25)	R41	R42	R43	R44

R_{ij} : النتيجة تحدث إذا اتخذ المقرر الستراتيجية X_i وحدثت حالة الطبيعة Y_j

خطوات اتخاذ القرار :

1- تحديد المشكلة
2- تطوير البدائل
3- تقيم البدائل
4- اختيار البديل الأفضل
5- متابعة القرار وتقيمه

أنواع القرارات :

يمكن تقسيم القرارات إلى أربعة أقسام رئيسية هي :

1- القرارات في حالة التأكد (Decision under Certainty)
2- القرارات في حالة المخاطرة (Decision under Risk)
3- القرارات في حالة عدم التأكد (Decision under uncertainty)
4- القرارات في حالة الاختلاف (Decision under Conflict)

المعيار الرئيسي الذي استخدم في هذا التصنيف هو درجة معرفة المقرر باحتمال حدوث حالات الطبيعة المختلفة.

1- القرارات في حالة التأكد :

يعتبر هذا النوع من القرارات أسهلها على الإطلاق فلا يوجد تأثير للعالم الخارجي عل النتائج, لذا نكون متأكدين من نتيجة كل ستراتيجية من ستراتيجياتنا , إذا مصفوفة النتائج لها عمود واحد فقط أو حالة طبيعة واحدة, فإذا كانت المشكلة تتعلق بالوصول إلى الحد الأدنى من التكاليف فأننا نختار اقل البدائل تكلفة وإذا كانت تتعلق بالحصول على الحد الأعلى من الأرباح فأننا نختار أعلى البدائل ربحاً .

مثال/ تنتج شركة ثلاث أنواع من السلع A , B , C الربح المتوقع لكل سلعة من السلع هو كما في المصفوفة التالية :

الستراتيجية	الربح (دينار)
السلعة A	100
السلعة B	150
السلعة C	125

ما هو القرار الأمثل إذا أريد لهذا المصنع إنتاج سلعة واحدة

الجواب / القرار الأمثل إنتاج السلعة B

2- القرارات في حالة المخاطرة :

يمتاز هذا النوع من القرارات بمعرفة المقرر باحتمال حدوث حالات الطبيعة المختلفة, أي أن هناك أكثر من حالة من حالات الطبيعة ولكننا نعرف احتمالات حدوثها .

مثال/ المصفوفة التالية تمثل الستراتيجيات المتاحة للمقرر وحالات الطبيعة المختلفة:

الستراتيجيات	حالات الطبيعة			
	Y1	**Y2**	**Y3**	**Y4**
X1	0	0	0	0
X2	16	-3	-3	-3
X3	4	10	-3	-2
X4	2	4	6	-3

ملاحظة: الإشارة السالبة لأي عنصر من عناصر المصفوفة تعني خسارة.

ولنفرض بأن احتمال حدوث حالات الطبيعة هي كالتالي :

حالة الطبيعة	الاحتمال
Y1	0.25
Y2	0.4
Y3	0.15
Y4	0.2

طريقة الحل/ يمكن حساب القيمة المتوقعة لكل ستراتيجية من الستراتيجيات الأربعة وكما يلي :

القيمة المتوقعة لكل ستراتيجية(X1)= R11 * احتمال حدوث Y1 +

R12 * احتمال حدوث Y2 +

R13 * احتمال حدوث Y3 +

R14 * احتمال حدوث Y4

القانون العام

القيمة المتوقعة لـ X1 = 0 * 0.25 + O * 0.4 + 0 * 0.15 + 0 * 0.1 = 0

القيمة المتوقعة لـ X2 = 16 * 0.25 + (-3) * 0.4 + (-3) * 0.15 + (-3) * 0.1 = 1.75

القيمة المتوقعة لـ X3 = 4 * 0.25 + 10 * 0.4 + (-3) * 0.15 + (-3) * 0.1 = 3.95

القيمة المتوقعة لـ X4 = 2 * 0.25 + 4 * 0.4 + 6 * 0.15 + (-3) * 0.1 = 2.4

القرار / القرار الأمثل الستراتيجية X3

3- القرارات في حالة عدم التأكد :

هذا النوع من مشاكل القرارات ربما يكون أكثرها أهمية لتكرار حدوثه في الأعمال التجارية وقد أطلق على هذه القرارات . قرارات حالة عدم التأكد لان احتمال حدوث حالات الطبيعة غير معروفة. هناك أربعة معاير يمكن استخدامها في هذه الحالة.

أ – معيار وولد (Wald) ((معيار المتشائم))

وهو معيار يسعى فيه المقرر للحصول على أفضل ناتج من النتائج المتأكد منها, وهكذا فهو في كل ستراتيجية متأكد من أن ما سيحصل عليه لن يكون اقل من أسوأ ناتج ولذا يتم اختيار أسوأ ناتج من كل ستراتيجية.

مثال/ المصفوفة التالية هي المصفوفة المتاحة للمقرر وهي مصفوفة أرباح بالدينار لأربعة ستراتيجيات وأربع حالات طبيعة :

الستراتيجيات	حالات الطبيعة			
	Y1	**Y2**	**Y3**	**Y4**
X1	15	20	21	52
X2	16	11	15	18
X3	24	10	9	15
X4	18	20	6	11

الجواب/ إن أسوأ ما يحدث في هذه الحالة وفي كل ستراتيجية من الستراتيجيات هو التالي

الستراتيجيات	أسوأ حالة
X1	15
X2	11
X3	9
X4	6

القرار : هو استخدام الستراتيجية X1

ب- معيار ليونيد هورويز (Leonid Hurwicz)

وهو يجمع بين أسوأ ناتج وأفضل ناتج لكل ستراتيجية, وحتى يحدد مقدار التفاؤل فأنه يقترح اختيار رقم بين الصفر والواحد هذا الرقم يسمى مقدار التفاؤل . العلاقة التي تربط بين مقدار التفاؤل ومقدار التشاؤم هي

مقدار التفاؤل + مقدار التشاؤم = 1

فإذا كان المقرر غير متفائل فالرقم الذي تم اختياره (معامل التفاؤل) يكون قريباً من الصفر وإذا كان متفائل جداً فيختار الرقم (1) وان كان اقل من التفاؤل الكامل فان معامل التفاؤل سيكون (0.5 , 0.6 , 0.4) ولتوضيح هذا المعيار نأخذ المثال السابق.

مثال / جد القرار الأمثل لمصفوفة الأرباح في المثال السابق حسب معيار ليونيد هورويز افترض إن معامل التفاؤل هو 0.6

الحل/

1- يحسب معامل التشاؤم = 1 – 0.6 = 0.4

2- نحسب أفضل وأسوء الأرقام في كل ستراتيجية من الستراتيجيات

الستراتيجية	أفضل الأرقام	أسوء الأرقام
X1	52	15
X2	18	11
X3	24	9
X4	20	6

3- نحسب القيمة المتوقعة لكل ستراتيجية من الستراتيجيات وذلك من خلال العلاقة التالية:

القيمة المتوقعة للستراتيجية = (أفضل الأرقام *مقدار التفاؤل) + (أسوء الأرقام * مقدار التشاؤم)

القيمة المتوقعة X1 = 52 * 0.6 + 15 * 0.4 = 37.2

X2 = 18 * 0.6 + 11 * 0.4 = 15.2

18 = 0.4 * 9 + 0.6 * 24 = X3

14.4 = 0.4 * 6 + 0.6 * 20 = X4

4- القرار : القرار الأمثل هو استخدام الستراتيجية X1

ج – معيار لابلاس (Laplace):

الطريقة المستخدمة في هذا المعيار هو انه إذا لم يكن لدينا أية معلومات عن احتمال حدوث حالات الطبيعة فالأفضل افتراض احتمالات متساوية .

مثال / للمثال السابق جد أفضل ستراتيجية حسب معيار لابلاس.

الجواب/

1- نحسب المتوسط الحسابي لكل ستراتيجية حسب معيار لابلاس وكما يلي:

الستراتيجية	المتوسط الحسابي
X1	27 = 4 / (52+21+20+15)
X2	15 = 4 / (18+15+11+16)
X3	14.5 = 4 / (15+9+10+24)
X4	13.75 = 4 / (11+6+20+18)

2- القرار / الستراتيجية المثلى هي **X1**

د- معيار الندم (Minimax Regret)

هذا المعيار ينظر إلى الندم الذي يشعر به المقرر بعد اتخاذه للقرار فإذا لم يتخذ القرار الأمثل فانه يشعر بالندم بمقدار الفرق بين أعلى ناتج في حالة الطبيعة والنتيجة التي حصل عليها.

مثال/ جد أفضل ستراتيجية للمصفوفة السابقة باستخدام معيار الندم؟

الستراتيجيات	حالات الطبيعة			
	Y1	**Y2**	**Y3**	**Y4**
X1	15	20	21	52
X2	16	11	15	18
X3	24	10	9	15
X4	18	20	6	11

المصفوفة الأصلية (مصفوفة أرباح)

1- يتم تحويل مصفوفة الأرباح إلى مصفوفة الندم وذلك بأخذ اكبر قيمة في كل عمود وطرحه من عناصر العمود نفسه

الستراتيجيات	حالات الطبيعة			
	Y1	Y2	Y3	Y4
X1	9	0	0	0
X2	8	9	6	34
X3	0	10	12	37
X4	6	0	15	41

مصفوفة الندم

2- بعد تحويل المصفوفة الأصلية إلى مصفوفة الندم يطبق معيار وولد للحصول على اسؤ الستراتيجيات

الستراتيجيات	أسوأ حالة
X1	9
X2	34
X3	37
X4	41

3 - القرار / القرار الأمثل اختيار الستراتيجية **X1**

قانون:

1. تكلفة الوحدة الاجمالية(الكلية)=التكلفة الثابتة للوحدة الواحدة+التكلفة المتغيرة للوحدة الواحدة.

2. التكلفة الثابتة للوحدة الواحدة = $\dfrac{\text{التكاليف الثابتة سنويا}}{\text{الانتاج السنوي}}$

مثال:

شركة صناعية ترغب في شراء الة لانتاج سلعة معينة فأذا كان لدى الشركة ثلاثة بدائل هي:

1. شراء الة صغيرة طاقتها الانتاجية 100 وحدة اسبوعيا. التكاليف الثابتة سنويا هي 10000 دينارا والتكلفة المتغيرة للوحدة الواحدة 6 دينار.
2. شراء الة متوسطة طاقتها الانتاجية 400 وحدة اسبوعيا. التكاليف الثابتة سنويا هي30000 دينارا والتكلفة المتغيرة للوحدة الواحدة 5.5 دينار.
3. شراء الة كبيرة طاقتها الانتاجية 1000 وحدة اسبوعيا. التكاليف الثابتة سنويا هي 50000 دينارا والتكلفة المتغيرة للوحدة الواحدة 5 دينار.

فأذا كانت مستويات الطلب المتوقعة اسبوعيا هي 200، 300, 450, 750, 950 وحدة وكان سعر الوحدة الواحدة في السوق 10 دينار والوحدة التي لاتباع تقدر ب 5 دينار. فما هو الخيار الامثل للشركة باستخدام المعايير الاربعة.(السنة 50 أسبوع,معامل التفاؤل 0.6).

الحل:

الالة الاولى:

الانتاج السنوي=100*50=5000 وحدة سنويا.

التكلفة الثابتة=10000 / 5000=2 دينار للوحدة.

التكلفة الاجمالية=2+6= 8 دينار للوحدة.

الربح=10-8 = 2 دينار.

الالة الثانية:

الانتاج السنوي=400*50=2000 وحدة سنويا.

التكلفة الثابتة=30000 / 2000=1.5 دينار للوحدة.

التكلفة الاجمالية=1.5+5.5= 7 دينار للوحدة.

الربح=10-7 = 3 دينار.

الالة الثالثة:

الانتاج السنوي=1000*50=50000 وحدة سنويا.

التكلفة الثابتة=50000 / 50000=1 دينار للوحدة.

التكلفة الاجمالية=1+5= 6 دينار للوحدة.

الربح=10-6 = 4 دينار.

اذن مصفوفة الارباح تصبح بالشكل التالي:

ستراتيجية المقرر	حالات الطبيعة				
	Y1 (200)	**Y2** (300)	**Y3** (450)	**Y4** (750)	**Y5** (950)
X1 (100)	100*2	200	200	200	200
X2 (400)	200*3-200(7-5) = 200	700	1200	1200	1200
X3 (1000)	200*4-800(6-5) = 0	500	1250	2750	3750

معيار ليونيد

معامل التشاؤم = 1 – 0.6 = 0.4

الستراتيجية	أفضل الأرقام	أسوء الأرقام
X1	200	200
X2	1200	200
X3	3750	0

القيمة المتوقعة X1 = 200 * 0.6 + 200 * 0.4 = 200

X2 = 1200 * 0.6 + 200 * 0.4 = 800

X3 = 3750 * 0.6 + 0 * 0.4 = 2250

القرار الأمثل هو استخدام الستراتيجية X3

معيار لابلاس

الستراتيجية	المتوسط الحسابي
X1	(200+200+200+200+200) /5 = 200
X2	(1200+1200+1200+700+200) /5 = 900
X3	(3750+2750+1250+500+0) /5 = 1650

القرار / الستراتيجية المثلى هي **X3**

س) المصفوفة التالية هي مصفوفة تكاليف

الستراتيجية	Y1	Y2	Y3	Y4
X1	35	10	9	30
X2	20	20	6	10
X3	10	25	25	7
X4	55	15	30	14

قيم هذه الستراتيجيات مستخدماً المعايير الأربعة (معيار التفاؤل 0.75)

4- القرارات فى حالة الاختلاف (نظرية المباريات) (Games Theory)

إن الصفة المميزة لهذا النوع من القرارات هي إن المقرر يواجه واحداً أو أكثر من المنافسين الأذكياء في السوق ومن النظرة الأولى فقد يظهر لنا بأن هذا النوع من القرارات يخالف تصنيفنا الذي يعتمد على معرفة المقرر باحتمال حدوث حالات الطبيعة المختلفة. ولكن حالات الطبيعة لهذا النوع من القرارات هي بالطبع ستراتيجيات المنافسين.

تتخذ الكثير من القرارات في حالة المنافسة حيث يكون العائد غير معتمداً فقط من احد الأطراف وإنما يعتمد على القرار الذي يتخذ من الطرف الثاني أيضا .

تطلق كلمة مباراة على حالات المنافسة التي تتوفر فيها الخصائص التالية:

1- يوجد عدد محدد من المتنافسين
2- كل متنافس يمتلك عدد محدد من الخطط (الستراتيجيات)
3- كل متنافس يجب أن يعرف جميع خطط المنافس له ولكن لا يعرف أي خطة سوف يستخدم المنافس له
4- العائد من كل ستراتيجية يجب أن يكون معروفاً
5- العائد يعتمد على خطط المتنافسين
6- يمكن التعبير عن العائد بقيمة

مباريات ذات متنافسين اثنين وذات مجموع صفري (Two Person Zero Sum Games)

هي المباراة التي يشترك فيها اثنان من المتنافسين حيث يكون الربح الذي يربحه احد الطرفين مساوياً للخسارة التي يتحملها الطرف الثاني

ستراتيجية نقية (Pure Strategy): عندما يستخدم المتنافسان خطة واحدة لكل منهما تسمى الستراتيجية ستراتيجية نقية

ستراتيجية مختلطة (Mix Strategy): هي ستراتيجية عندما يكون القرار استخدام كل أو بعض الستراتيجيات المتاحة وبنسب ثابتة

قيمة المباراة (The Value of the Game): هي القيمة المتوسطة التي سيحصل عليها احد المتنافسين وعلى المدى الطويل إذا استخدم كلا المتنافسين أفضل ستراتيجياته

مصفوفة العوائد (Gain Matrix): عبارة عن جدول يوضح الكميات التي سيحصل عليها لاعب الصفوف (وهي نفسها الكميات التي سيدفعها لاعب الأعمدة)

وضع (بناء) مصفوفة الأرباح (Setting up the Gain Matrix):

لاعب الأعمدة B

لاعب الصفوف A		t	u	v	w
	x	a	b	c	D
	y	e	f	g	H
	z	k	l	m	N

عندما يختار لاعب الصفوف (A) الستراتيجية (Z) ويختار لاعب الأعمدة الستراتيجية (T) فان الرمز (K) الناتج من تقاطع الستراتيجيتين يمثل مقدار ما يدفعه اللاعب (B) إلى اللاعب (A) وعندما يراد عكس المصفوفة بحيث يكون (B) هو لاعب الصفوف و (A) هو لاعب الأعمدة في هذه الحالة تصبح الصفوف أعمدة والأعمدة صفوف مع عكس الإشارة.

عندما يستخدم لاعب الصفوف (A) الستراتيجيات Z,Y,X بصورة عشوائية وبنسبة Z:Y:X, وعندما يستخدم لاعب الأعمدة (B) الستراتيجيات W,V,U,T وبنسبة W:V:U:T عندها تكتب ستراتيجيات لاعب الصفوف A(x,y,z) وستراتيجيات لاعب الأعمدة B(t,u,v,w) .

نقطة التوازن (Saddle Point): نفرض إن مصفوفة الإرباح لمباراة ما هي :

		B 1	2	3	Max min
	1	3	-1	-2	-1
A	2	-4	-1	13	-4
	3	2	-2	-1	-2
Min max		3	-1	13	

قاعدة : اللاعب A يحاول تضخيم (Maximize) قيمة المباراة (أي يحاول ان يحصل على اكبر قيمة ممكنة للمباراة) بينما اللاعب B يحاول تقليل (Minimize) قيمة المباراة (أي يحاول أن يخسر اقل قيمة ممكنة).

لاستخراج نقطة التوازن نتبع الخطوات التالية :

1- إضافة صف آخر إلى المصفوفة هو صف أدنى الأقصى (Min max) وإضافة عمود آخر هو عمود أقصى الأدنى (Max min) أي في نهاية كل صف ثبت اقل رقم في كل صف (-1,-4,-2) وفي نهاية كل عمود ثبت اكبر رقم في كل عمود (3,-1,13).

2- ضع دائرة على اكبر رقم في أرقام الصفوف وضع دائرة على اصغر رقم في أرقام الأعمدة.

3- إذا تساوى الرقمان الناتجان في الخطوة 2 في القيمة فهذه القيمة هي نتيجة المباراة وهي نقطة التوازن وتدل على استخدام كلا اللاعبين إستراتيجية نقية.

قيمة المباراة = -1 وهي تساوي قيمة نقطة التوازن

نسب استخدام الستراتيجيات هي A(1,0,0) , B(0,1,0)

4- إذا لم يتساوى الرقمان في الخطوة 2 فان هذا يدل على عدم وجود نقطة توازن وقيمة المباراة تساوي رقم واقع بين هذان الرقمان وكذلك يدل على إن اللاعبان سوف يقومان بمزج كل أو بعض الستراتيجيات المتاحة لكل منهما .

قاعدة السيطرة(Dominance):

افترض إن مصفوفة الأرباح لمباراة ما هي كما يلي :

		B				
		1	**2**	**3**	**4**	**Max min**
A	**1**	2	2	3	4	**2**
	2	4	3	2	2	**2**
Min max		**4**	**3**	**3**	**4**	

إذن لا توجد نقطة توازن أي إن قيمة المباراة هي رقم واقع بين (2+,3+) لذلك نطبق قاعدة السيطرة.

1- احذف العمود الذي تكون عناصره اكبر أو تساوي العناصر المناظرة في أي عمود آخر(الأعمدة =<) .

2- احذف الصف الذي تكون عناصره اقل أو تساوي العناصر المناظرة في أي صف أخر(الصفوف >=).

وعليه تصبح المصفوفة كما يلي :

		B	
		2	3
A	1	2	3
	2	3	2

وللحل نستخدم طرق الحل التالية

طرق خاصة في مباريات المجموع الصفري:

1- Two by Two Games :

مثال/

		B 1	B 2	
A	1	a1	a2	/ b1-b2 /
	2	b1	b2	/ a1 – a2 /
		/ a2- b2 /	/ a1 – b1 /	

الجواب /

في حال كون المباراة تحسب من وجهة نظر اللاعب A

$$(B\ plays\ B_1)\ V = \frac{a_1 /b_1 - b_2/ + b_1 /a_1 - a_2/}{/b_1 - b_2/ + /a_1 - a_2/}$$

$$(B\ plays\ B_2)\ V = \frac{a_2 /b_1 - b_2/ + b_2 /a_1 - a_2/}{/b_1 - b_2/ + /a_1 - a_2/}$$

في حال كون المباراة تحسب من وجهة نظر اللاعب B

$$(A\ plays\ A_1)\ V = \frac{a_1 /a_2 - b_2/ + a_2 /a_1 - b_1/}{/a_2 - b_2/ + /a_1 - b_1/}$$

$$(A\ plays\ A_2)\ V = \frac{b_1 /a_2 - b_2/ + b_2 /a_1 - b_1/}{/a_2 - b_2/ + /a_1 - b_1/}$$

ملاحظة :

إن القيمة V تكون متساوية في الحالات الأربعة إذا كان مجموع الأرقام (الناتج من عملية الطرح) عمودية يساوي مجموع الأرقام أفقيا, أما في الحالات التي يكون فيها المجموع أفقيا غير متساوي مع المجموع عمودياً فانه يتم حساب قيمة V بطرق أخرى سيتم التطرق إليها لاحقاً

2- Two *N Or N* Two Games :

في هذه الحالة وبعد التأكد من عدم وجود نقطة توازن يتم تجزئة المصفوفة الى مصفوفات فرعية 2*2 وحلها بالطرق السابقة ويمكن توضيح طريقة الحل من خلال المثال التالي.

مثال/ جد قيمة المباراة التالية :

		B 1	B 2	B 3	Max min
A	**1**	-6	4	-1	**-6**
	2	7	-5	-2	**-5**
Min max		**7**	**4**	**-1**	

لا توجد نقطة توازن وقيمة المباراة محصورة بين -5 إلى -1

لذلك نستخدم طريقة التجزئة لإيجاد الحل

1- المحاولة الأولى بإهمال الستراتيجية B3 فتصبح المصفوفة

		B 1	B 2		
A	1	-6	4	/ b1-b2 /	12
	2	7	-5	/ a1 – a2 /	10
		/ a2- b2 /	/ a1 – b1 /		
		9	13		

The Value of the Game $V=\frac{-6*12+7*10}{12+10}=\frac{-2}{22}$

$A\left(\frac{12}{22},\frac{10}{22}\right),\ B\left(\frac{9}{22},\frac{13}{22}\right)$

2- ألان نحاول اختبار هذا الحل عن طريق مقارنته مع الحل باستخدام الستراتيجية المهملة وكما يلي :

The Value of A against B3 $V=\frac{-1*12+(-2*10)}{12+10}=\frac{-16}{22}$

هذه النتيجة تعني إن اللاعب B يستطيع إن يحسن من وضعه عن طريق استخدام B3

3- المحاولة الثانية إهمال الستراتيجية B2

		B 1	B 3		
A	1	-6	-1	/ b1-b2 /	9
	2	7	-2	/ a1 – a2 /	5
		/ a2- b2 /	/ a1 – b1 /		
		1	13		

لا توجد نقطة توازن

The Value of the Game $V = \frac{-6*9+7*5}{9+5} = \frac{-19}{14}$

$A\left(\frac{9}{14}, \frac{5}{14}\right),\ B\left(\frac{1}{14}, \frac{13}{14}\right)$

4- ألان نختبر الحل مع الستراتيجية المهملة B2

The Value of A against B2 $V = \frac{4*9+(-2*5)}{9+5} = \frac{11}{14}$

هذا حاصل مباراة من نوع 3*2 وفيها اللاعب B بالمتوسط يستطيع إن يكسب من اللاعب A ما مقداره 19/14 عن طريق استخدام أفضل ستراتيجياته في حين يفقد اللاعب B ما مقداره 11/14 في حال استخدم الستراتيجية B2

The Full Solution is $A\left(\frac{9}{14}, \frac{5}{14}\right),\ B\left(\frac{1}{14}, 0, \frac{13}{14}\right)$

The Value of $A = \frac{-19}{14}$

3- الحل بالطريقة البيانية :

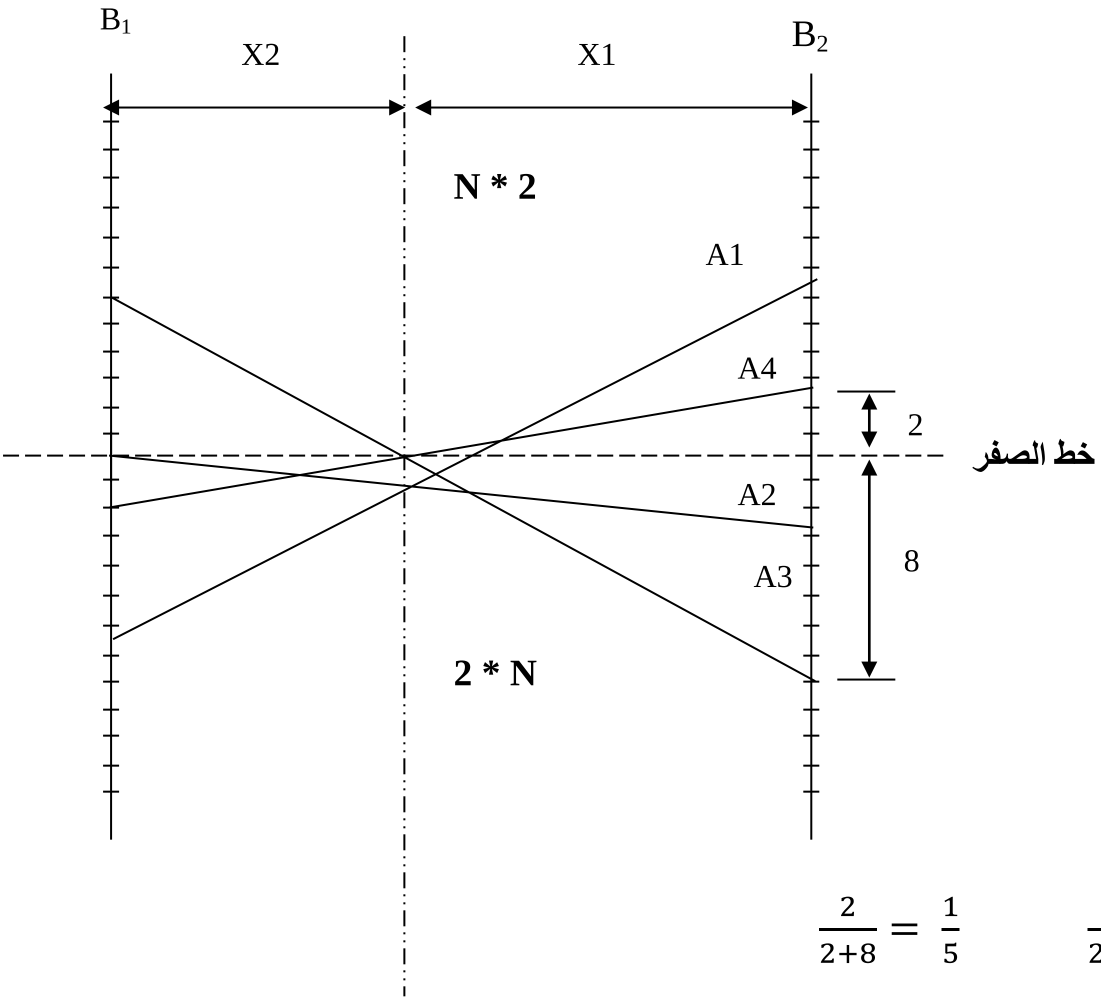
مثال/ جد قيمة المباراة التالية باستخدام الطريقة البيانية.

		B 1	B 2
A	1	-6	7
	2	0	-3
	3	6	-8
	4	-3/2	2

ملاحظة:

إذا كانت نوع المباراة 2* N فأن الحل في أعلى الرسم.

إذا كانت نوع المباراة N * 2 فأن الحل في أسفل الرسم.



$$\frac{2}{2+8} = \frac{1}{5} \qquad \frac{8}{2+8} = \frac{4}{5}$$

نقطة تقاطع الستراتيجيات مع خط الصفر هو الحل الأمثل (أو نختار نقطة اقرب إلى خط الصفر) . أذن تقاطع A3 مع A4 هو الحل الأمثل

نسبة استخدام الستراتيجية A هي

A3+A4=14+3.5=17.5
A3=3.5/17.5=1/5
A4=14/17.5=4/5
A1=A2=0.0 (لانها لا تمر بالحل)

A (0 , 0, 1/5 ,4/5)

لإيجاد نسبة استخدام الستراتيجية B نرسم خط مستقيم يوازي B1 و B2

$$B_1 = \frac{X_1}{X} \qquad , \quad B_2 = \frac{X_2}{X}$$

لو فرضنا ان (x=7) فمن القياس نجد ان (x1=3) و(x2=4) و هذا يودي الى

B1=4/7

B2=3/7

Full solution

V=0.0

A (0 , 0, 1/5 ,4/5)

B (4/7 ,3/7)

واجب بيتى

جد حل المباريات التاليه

B

A

	1	2	3	4	5
1	-6	4	-1	-2	7
2	7	-5	-2	5	-6

Full solution

V= -1.5

A (9/14,5/14)

B (2/9,0,7/9 0,0)

مباراة نوع 3 * 3 Three by Three Games :

قبل البدء بحل أي سؤال من هذا النوع ابحث عن نقطة التوازن فإذا لم تجدها فاستخدم قاعدة السيطرة فإذا لم تتمكن من حذف أي من الصفوف أو الأعمدة استخدم الطريقة التالية

مثال / جد قيمة المباراة التالية

B

A	1	2	3	Max min :
1	6	0	6	**0**
2	8	-2	0	**-2**
3	4	6	5	**4**
Min max	**8**	**6**	**6**	

- إذن لا توجد نقطة توازن
- لا يحذف أي من الصفوف أو الأعمدة
- قيمة المباراة محصورة بين 4 إلى 6
- لا تتطبق قاعدة السيطرة

6	0	6
8	-2	0
4	6	5

(6-0) (0-6)

6	-6	6
10	-2	6
-2	1	48

[(10 * 1) – (-2 * -2)]

[(6 * 1) – (-6 * -2)]

[(6 * -2) – (-6 * 10)]

(6-8)	-2	2	6
(8-4)	4	-8	-5
	38	14	8

60

[(2 * - 5) – (6 * -8)]

The solution is :

$$A\left(\frac{6}{60},\frac{6}{60},\frac{48}{60}\right) \quad , \quad B\left(\frac{38}{60},\frac{14}{60},\frac{8}{60}\right)$$

$$A \text{ against } B_1 = \frac{6*6+8*6+4*48}{60} = \frac{23}{5}$$

$$A \text{ against } B_2 = \frac{0*6+(-2*6)+6*48}{60} = \frac{23}{5}$$

$$A \text{ against } B_3 = \frac{6*6+0*6+5*48}{60} = \frac{23}{5}$$

The value of the game $V = \frac{23}{5}$

هذه الطريقة تكون صالحة لإيجاد قيمة المباراة إذا كان اللاعبان يستخدمان جميع الخطط (إذا كان المجموع عمودياً = المجموع أفقياً) , أما إذا كان اللاعبان لا يستخدمان جميع خططهم في هذه الحالة يتم تحويل المصفوفة من 3 *3 إلى مصفوفة من نوع 2 * N أو N * 2 وحلها بالطرق التي تم شرحها سابقاً.

النماذج الرياضية (Mathematical Models) :

النموذج : عبارة عن شكل مجسم أو رسم أو مجموعة من الرموز أو المعادلات الرياضية بحيث تكون الأجزاء التي يتألف منها بصورة مبسطة واضحة للمشكلة التي وضع النموذج من اجلها. ويمكن بواسطة النموذج توضيح العلاقات بين أجزاء المشكلة التي ترغب في حلها, مما يساعد على التنبؤ بما سيحدث فيما لو تغير احد هذه الأجزاء, والنماذج على أنواع :

1- نماذج مجسمة (physical) : وهي شائعة في مختلف فروع العلوم والهندسة والصناعة مثل السفن والجسور والطائرات والسيارات.

2- نماذج تجريدية (abstract) : ومن أبرزها النموذج الكلامي الوصفي والنموذج الرمزي.

فوائد النماذج الرياضية :

A. الإمكانية الواسعة للتطبيق.

B. النموذج الرياضي يزودنا بإطار عام للمشكلة يمكن الرجوع إليه عند الحاجة .

C. النموذج الرياضي يسهل عملية حل المشاكل لان التعامل بعدد محدود من المتغيرات أسهل من التعامل بعالم الواقع البالغ التعقيد.

D. يظهر النموذج الرياضي حين استخدامه الثغرات في المعلومات المتوفرة والتي يجب التغلب عليها لحل المشكلة تحت الدراسة.

E. يعتبر النموذج الرياضي من أفضل الوسائل للتنبؤ بسبب دقته بشرط أن تكون الافتراضات للنموذج سليمة, إضافة إلى قلة تكاليف بناءه واستخدامه.

عيوب النماذج الرياضية:

2- قد يعطي النموذج نتائج غير مضمونة بمعنى إن النموذج قد لا يستطيع أن يعطي النتائج المرجوة منه وان يتنبأ بالظواهر التي يصمم النموذج من اجلها.

3- الصعوبات الناتجة عن استخدام الرموز.

4- هناك خطر بالتعلق بالنموذج بسبب التعود على استعماله مما قد يعطل حاسة الابتكار لاكتشاف وسائل أكثر فعالية وأكثر دقة في التنبؤ.

قد يصبح النموذج غاية في حد ذاته لا وسيلة لتحقيق هدف معين والأمثلة على ذلك كثيرة في الرياضيات البحتة بحيث ينحصر اهتمام علماء الرياضيات على اكتشاف النماذج دون الاهتمام بتطبيقها .

الحل باستخدام النماذج الرياضية :

يمكن ان تحل مسائل المبارات بأستخدام النماذج الرياضيه وذلك بتحويل المبارات الى نموذج رياضي من وجهة نظر اللاعب B (Max.) أو (Min.) من وجهة نظر اللاعب B و كما في المثال التالي:

مثال /

		B: Y_1	Y_2	Y_3
A	X_1	6	0	3
	X_2	8	-2	3
	X_3	4	6	5

الحل /

من وجهة نظر اللاعب B	من وجهة نظر اللاعب A
Max. Z = 1/V	Min. Z = 1/V
$6\bar{y}_1 + 0\bar{y}_2 + 3\bar{y}_3 \leq 1$	$6\bar{x}_1 + 8\bar{x}_2 + 4\bar{x}_3 \geq 1$
$8\bar{y}_1 - 2\bar{y}_2 + 3\bar{y}_3 \leq 1$	$0\bar{x}_1 - 2\bar{x}_2 + 6\bar{x}_3 \geq 1$
$4\bar{y}_1 + 6\bar{y}_2 + 5\bar{y}_3 \leq 1$	$3\bar{x}_1 + 3\bar{x}_2 + 5\bar{x}_3 \geq 1$
$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3 \geq 0$	$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \geq 0$
$\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 = 1/V$	$\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 = 1/V$
$\bar{y}_i = \frac{y_i}{V}$	$\bar{x}_i = \frac{x_i}{V}$

بالنسبة للاعب A فأن V تكون كبيرة افظل لان المباراة لصالحه و العكس بالنسبة للاعب B .

مثال:

بطريقة السمبلكس احسب قيمة المباراة التالية(يكون الحل بجزئين):

		B: Y_1	Y_2
A	X_1	5	-1
	X_2	4	1
	X_3	0	4

Answer:

Full solution

V= 2.3 ;   A (0, 0.575, 0.43);   B (0.43,0.575)

س) جد قيمة المباراة ونسب استخدام الستراتيجيات ؟

		B 1	2	3
A	1	-6	4	-1
	2	-7	-5	-2

س) جد قيمة المباراة ونسب استخدام الستراتيجيات ؟

		B 1	2
A	1	-6	7
	2	0	-3
	3	6	-8
	4	-3/2	2

س) جد قيمة المباراة ونسب استخدام الستراتيجيات (استخدم الطريقة البيانية) ؟

		1	2	B 3	4	5
A	1	-6	4	-1	-2	7
	2	7	-5	-2	5	-6

البرمجة الخطية (Linear Programming)

مفهوم البرمجة الخطية

هي أداة رياضية تساهم في مساعدة المديرين عل اتخاذ قرارات إدارية تتعلق باستخدام الموارد المتاحة بهدف تحقيق أقصى عائد ممكن أو أقل تكلفة ممكنة. ولكن لا يعتبر هذا الاستخدام الوحيد لها فلا يكاد يخلو مجال من مجالات استخدام بحوث العمليات إلا ونجد البرمجة الخطية تمثل جزءاً مباشراً أو غير مباشر من أسلوب الحل.

مجالات تطبيق البرمجة الخطية

- الصناعة: مسائل تخطيط الإنتاج والطاقة، ومسائل المزيج ذو الكلفة الأقل للإنتاج.
- توزيع ونقل البضائع: مسائل النقل والتخصيص وتوزيع المنتجات.
- التسويق: مسائل التوظيف وتنظيم المزيج التسويقي الأفضل.
- لقياس الوحدة النسبية الإدارية المتماثلة الأهداف (قياس أداء فروع الشركات).

خواص البرمجة الخطية:

يتكون نموذج البرمجة الخطية من ثلاثة عناصر:

١ – **دالة الهدف:** الهدف في جميع مشاكل البرمجة الخطية يكون إما تحقيق "أقصى" أو "أقل" كمية ما.

٢ – **القيود:** وجود قيود أو محددات أو متباينات على إمكانية تحقيق الهدف.

ملاحظة:

- إذا كان المتاح أو المتوفر مشروط بأحد الكلمات التالية: لا يقل عن أو الحد الأدنى أو على الأقل أو أكثر من أو يزيد عن، جميع هذه الكلمات تعني أكبر من أو يساوي ($\geq$).
- إذا كان المتوفر أو المتاح مشروط بأحد الكلمات التالية: لا يزيد عن أو الحد الأقصى أو على الأكثر أو أقل من أو لا يزيد عن، جميع هذه الكلمات تعني أصغر من أو يساوي ($\leq$).

ويمكن وضع هذه القيود في جدول بحيث يسهل علينا استنتاج القيود منها.

٣ – **قيد عدم السالبية:** ويعني الحل يجب أن يكون دائماً في الربع الأول الموجب.

ويمكن تعريف البرمجة الخطية بلغة بحوث العمليات كالتالي:

البرنامج الخطي هو نموذج رياضي يهدف إلى تحقيق أقصى Maximum أو أدنى Minimum قيمة لدالة خطية تعرف باسم دالة الهدف Objective Function. هذه الدالة مقيدة بمعادلات أو متراجحات تسمى قيوداً Constraints بحيث تأخذ دالة الهدف وجميع القيود صيغة العلاقة الرياضية، أي معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى.

طرق البرمجة الخطية

١ – طرق عامة (الطريقة البيانية، وطريقة السيمبلكس).

٢ – طرائق خاصة (طريقة النقل، طريقة التخصيص).

البرمجة الخطية (الحل البياني)

حل البرمجة الخطية بيانياً

تعد الطريقة البيانية من أبسط طرق البرمجة الخطية التي تهدف إلى إيجاد الحلول المناسبة للمسائل الإدارية المختلفة (مسائل الإنتاج، مسائل التسويق، مسائل الأفراد...)، وبخاصة تلك المتعلقة باتخاذ القرارات ذات الموضوعات الفنية والمعايير الكمية. ويعيب هذه الطريقة أنه لا يمكن استخدامها لحل مشاكل تتضمن أكثر من مجهولين، وتقوم طريقة الحل بيانياً على تحديد منطقة نقاط الحلول الممكنة بيانياً، ثم اختيار النقطة التي تحقق أحسن قيمة لدالة الهدف.

خطوات الحل البياني

١ – يتم تحديد دالة الهدف على شكل معادلة رياضية تمثل المتغيرين للمشكلة المراد حلها.

٢ – يتم تحديد قيود المسألة على شكل متباينات.

٣ – يرسم محورين متعامدين، المحور الأفقي يمثل المتغير (س) والمحور العمودي يمثل المتغير (ص).

٤ – نرسم المستقيمات التي تحددها المتباينات ونحدد المنطقة المقبولة والمنطقة المرفوضة (تحديد منطقة الحل).

٥ – تحديد الحل الأمثل للبرنامج الخطي.

مثال / شركة أصباغ تنتج نوعين من الأصباغ , نوع للجدران الخارجية (XE) وآخر للجدران الداخلية (XI) .المادة الأولية الداخلة في صناعة كل نوع من هاتين الأصباغ هو عبارة عن مادتين A , B . المتوفر في مخازن الشركة من هاتين المادتين هو 6, 8 طن في اليوم على التوالي, الجدول التالي يوضح احتياجات كل نوع من الأصباغ من المادتين A , B .

أقصى ما متوفر	نوع الصبغ		المادة الأولية
	طلاء داخلي XI	طلاء خارجي XE	
6	2	1	A
8	1	2	B

الدراسات السابقة للسوق تؤكد بأن الطلب على النوع XI لا يزيد على الطلب على النوع XE بأكثر من طن واحد كذلك أثبتت الدراسات بأن الطلب على النوع XI محدد بـ Ton 2 يومياً. سعر البيع لكل طن و لكلا النوعين هو 3 , 2 دينار/طن من النوع XE و XI على التوالي . ما هي الكميات التي تنتج من كل نوع لكي تحصل الشركة على أقصى الأرباح ؟

خطوات الحل :

بناء النموذج الرياضي الخطي

إن بناء أي نموذج رياضي يتطلب الإجابة على الأسئلة التالية:

أ – ما هو المطلوب من النموذج الرياضي؟ , بمعنى آخر ما هي المتغيرات (المجاهيل) في المسألة .

ب – ما هي القيود التي تحكم المتغيرات لكي يعبر النموذج عن المشكلة قيد الحل.

ج- ما هو الهدف المطلوب الوصول إليه لغرض الوصول إلى الحل الأمثل .

إن الإجابة المختصرة على الأسئلة السابقة هي:

إن الشركة ترغب في إيجاد الكميات (طن) لكل نوع من الأصباغ لغرض تضخيم أرباحها مع الأخذ بنظر الاعتبار قيود الطلب وتوفر المواد الأولية . والتفصيل التالي يوضح ذلك :

أولا : المتغيرات الأساسية في المشكلة . نفرض إن :

XE = عدد الأطنان المنتجة يومياً من الطلاء الخارجي

XI = عدد الأطنان المنتجة يومياً من الطلاء الداخلي

ثانياً : دالة الهدف :

$$Max.\ Z = 3\ XE + 2\ XI$$

ثالثاً : القيود المفروضة عل الإنتاج

قيد المادة الأولية A	$1XE + 2XI$	≤ 6
قيد المادة الأولية B	$2XE + 1XI$	≤ 8
قيد زيادة الطلب لـ XI على XE	$-XE + XI$	≤ 1
	XI	≤ 2

$$XE\ ,\ XI \geq 0$$

ملاحظات : 1- من القيود المخفية في الإنتاج هو إن الإنتاج لا يكون سالب مطلقاً

2- لو غير السؤال (بأن اقل طلب على XI يساوي 2 Ton)

فان الحل يصبح $XI \geq 2$

إذن النموذج الرياضي يصبح كالتالي :

$$\begin{array}{ll} Max.\ Z = 3\,XE + 2\,XI & \\ Sub.\ To: & \\ 1\,XE + 2\,XI & \leq 6 \\ 2\,XE + 1\,XI & \leq 8 \\ -\,XE + XI & \leq 1 \\ XI & \leq 2 \\ XE & \geq 0 \\ XI & \geq 0 \end{array}$$

لغرض حل النموذج الرياضي هنالك طريقتان للحل هما :

أولا – الحل البياني للنماذج الرياضية (Graphical Solution of L. P. Model) :

خطوات الحل للنموذج السابق

1- نحول المتراجحات إلى معادلات و هذا القرار يصبح نقط بالطريقة البيانية ونرسم العلاقة (XE , XI)

$XE + 2\,XI = 6$ --------(1)

$(6,0),(0,3)$

$2\,XE + XI = 8$ --------(2)

$(0,8),(4,0)$

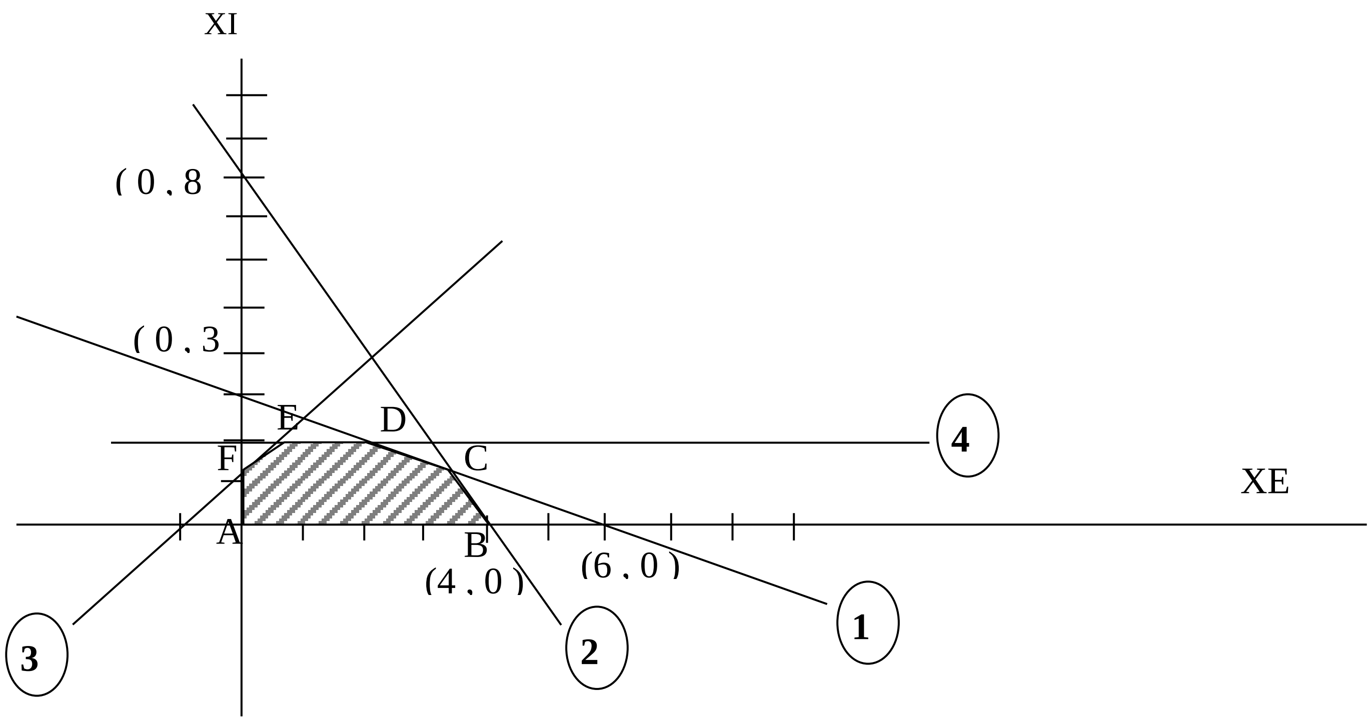
$-XE + XI = 1$ ---------(3)

$(0,1),(-1,0)$

$XI = 2$ ---------(4)

$(0,\ 2)$

$(0,0)$ ---------(5)



2- نستخرج النقاط على المحيط والتي تمثل (XE , XI) ونعوض في دالة Z

A(0, 0) , B(4 , 0) , C(10/3 , 4/3) , D(2 , 2) , E(1, 2) , F(0 , 1)

بما إن نقطة C ناتجة من تقاطع معادلة (1) مع معادلة (2) اذن نحل المعادلتين آنياً لاستخراج احداثيات النقطة C

$Z_A = 3*0 + 2*0 = 0$

$Z_B = 3*4 + 2*0 = 12$

$Z_C = 3*\frac{10}{3} + 2*\frac{4}{3} = \frac{38}{3} = 12.67$

$Z_D = 3*2 + 2*2 = 10$

$Z_E = 3*1 + 2*2 = 7$

$Z_F = 3*0 + 2*1 = 2$

3- إذن الحل الأمثل هو النقطة C حيث أقصى ربح هو 12.67 و الكميات التي تنتج لكل نوع هو

XE = 10/3 و XI = 4/3

السيطرة النوعية (Quality Control):

النوعية (Quality) تعني تطابق مجموعة الصفات التي يتميز بها المنتوج والتي تم تثبيتها عند النوعية وضع التصميم والمواصفات بحيث تجعل المنتوج قادرًا على تحقيق رغبات ومتطلبات المستهلك .

إن تحقيق النوعية المطلوبة هو ليس مسؤولية قسم أو فرد معين من مؤسسة إنتاجية بل إنها مسؤولية ذات طابع شمولي يشترك فيها جميع العاملين وتضم مسؤوليات متعددة منها تحليل كلفة النوعية ووضع وتحديد مواصفات النوعية وضمان مدى نجاح أو فشل إسلوب الفحص المعتمد ونتائج الفحص والإختبار الخاص بالمنتوج . من الواضح إن هناك إحتمالا لظهور الأخطاء في كل مرحلة من مراحل العملية الإنتاجية وينشأ عنها منتوج بمواصفات تتفاوت على المواصفات المطلوب تحقيقها ومن بين مسؤولية أقسام السيطرة النوعية قبول أو رفض المنتوج في مختلف مراحله الإنتاجية وهذا يعني عزل المنتجات غير المطابقة للمواصفات وإعتبارها بالتالي مرفوضة وكما موضحة في المخطط التالي:

هناك إسلوبان لفحص النوعية هما:

1-إسلوب الفحص الشامل :إذ تفحص كافة وحدات الإنتاج ويمتاز بالخصائص التالية:

أ -كلفة الفحص عالية.

ب -يستغرق الفحص وقتًا طويلا.

ج -يوفر معلومات أكثر دقة.

د -يحتاج إلى جهد قليل في التخطيط لعمليات الفحص وتحديد النتائج ،

ه-لايصلح في الفحوصات التدميرية التي تنتهي صلاحية المنتج نتيجة الإستخدام, مثل صناعة الأدوية والكتل الكونكريتية وعتاد الأسلحة وغيرها.

2- إسلوب الفحص بالعينة : إذ تسحب عينة من الوحدات الإنتاجية (أي دراسة جزء من الإنتاج وبنسبة تتراوح عادتا بين(10- 20 %) من الانتاج الكلي) ويمتاز هذا الإسلوب بالخصائص التالية:

أ -كلفة الفحص قليلة.

ب -يحتاج الفحص إلى وقت قليل قياسًا بالفحص الشامل.

ج -يوفر معلومات أقل دقة وتزداد الدقة كلما كان إختيار العينة سليمًا بحيث تمثل الوحدات المتبقية.

د -يحتاج إلى جهد كبير في التخطيط لعمليات الفحص وتحديد النتائج.

ه -يصلح في الفحوصات التدميرية.

وفي هذا المجال يجب الأخذ بنظر الإعتبار مايلي:

1. نوع العينة : إذ تعتمد العشوائية في إختيار مفردات العينة لأنها تحقق فرص متكافئة في إختيار المفردة إضافة إلى العينة المنتظمة (*Systematic Sample*).

2. حجم العينة : أن يتراوح بين(4-8) مفردات لكل عينة.

3. عدد العينات : أن يتراوح بين (20-25) عينة.

4. سحب العينات : إذا كان الهدف من سحب العينة ضبط الإنتاج تستخدم طريقة أخذ عينة بعد تراكم الإنتاج . أما إذا كان الهدف ضبط الماكنة تستخدم طريقة أخذ العينة من خطوط الإنتاج خلال فترات زمنية محددة.

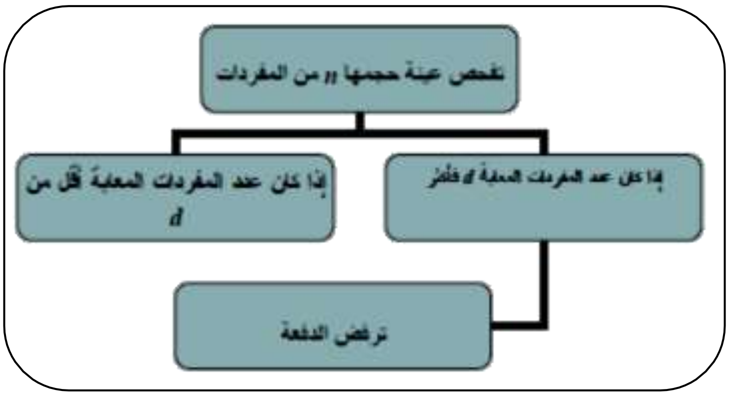
هنالك ثلاث أنواع من الخطط للفحص العيني هي:

أ- <u>الفحص العيني الأحادي :</u> يعتمد قرار قبول أو رفض المنتج طبقًا لهذه الخطة على نتائج فحص عينة واحدة مسحوبة بطريقة عشوائية من الإنتاج ويتخذ القرار إستناداً إلى عدد الوحدات المسموح بها من القطع المعابة في العينة.

إذا سحبت عينة عشوائية بحجم n مفردة وكانت عدد الوحدات المعابة المتفق عليها لقبول الدفعة أقل من d فنتيجة الفحص تكون:

* إذا وجد في العينة أقل من d مفردة معابة تقبل الدفعة.

* إذا وجد في العينة d من المفردات المعابة أو أكثر ترفض الدفعة أو تفحص فحصًا شاملا وكما في الشكل أدناه:



ب- الفحص العيني الثنائي : يعتمد إتخاذ القرار في حالة الفحص العيني الثنائي إستنادًا لنتائج فحص عينتين وبالترتيب التالي:
تسحب عينة وتفحص الحالات التالية:
العينة جيدة – لهذا تقبل الدفعة.
العينة غير جيدة – ترفض الدفعة.
العينة ليست جيدة ولاسيئة – لهذا تؤخذ عينة ثانية وتفحص.

إتخاذ القرار في هذه الحالة يعتمد على عدد الوحدات المعابة في العينتين معًا .

ج-الفحص العيني المتعدد : في حالة عدم التوصل لإتخاذ قرار بإتباع الفحص العيني الثنائي تتحتم ضرورة سحب عينة ثالثة أو عدد من العينات . ويعتمد هذا العدد على كلفة الفحص ودرجة الدقة المطلوبة وطبيعة العمليات التصنيعية ومستوى مهارة المنفذين لها.

توزيع ثنائي الحدين(*Binomial distribution*):

إذا سحبت عينة عشوائية بحجم n , وبإفتراض إن نسبة الوحدات المعابة في الإنتاج (p) فإن إحتمال الحصول على (x) من الوحدات المعابة في العينة المسحوبة حسب توزيع ثنائي الحدين سيكون:

$$P(x) = C_x^n . p^x (1-p)^{n-x} , \quad x = 0,1,2,...,n$$

$$\text{Where :} \quad C_x^n = \frac{n!}{x!.(n-x)!} \quad , \quad n! = n(n-1)(n-2)....2.1$$

مثال/ من الإنتاج الوفير اسحب بشكل عشوائي عينة مكونة من 15 مفردة وافحصها فحصاً جيداً فإذا وجد فيها اقل من 3 مفردة معابة تقبل الدفعة وخلاف ذلك ترفض الدفعة (وجبة الإنتاج) المطلوب:

1- إيجاد معادلة احتمال قبول أي دفعة إنتاج بدلالة نسبة المعاب (P)
2- اوجد قيم احتمال قبول وجبة الإنتاج عند نسب المعاب التالية

1% , 2% , 4% , 6% , 7% , 10% , 20% , 30%

3- اوجد مخاطرة المنتج عند نسبة معاب 3%
4- اوجد مخاطرة المستهلك عند نسبة معاب 25%
5- اوجد متوسط عدد الوحدات المفحوصة عند نسبة معاب 2 %

علماً بان حجم الوجبة يساوي 500 مفردة

الحل /

N = 500 , n = 15 , C = 2 , R = 3

N: حجم الوجبة , n: حجم العينة , C: عدد القبول , R: عدد الرفض

لحساب احتمال القبول نستخدم المعادلة التالية :

$$\Pr(a)=C_x^n\,P^x\,(1-P)^{n-x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}P^x\,(1-P)^{n-x}$$

P : نسبة المعاب , x : عدد المفردة المعابة

<u>احتمالات القبول:</u>

1- ظهور 0 مفردة معابة في عينة حجمها 15
2- ظهور 1 مفردة معابة في عينة حجمها 15
3- ظهور 2 مفردة معابة في عينة حجمها 15

$$\Pr(0,15)=C_0^{15}\,P^0\,(1-P)^{15}$$
$$\Pr(1,15)=C_1^{15}\,P^1\,(1-P)^{14}$$
$$\Pr(2,15)=C_2^{15}\,P^2\,(1-P)^{13}$$

Pr(a) = Pr(0,15) + Pr(1,15) + Pr(2,15)

المطلب الاول

$$\Pr(a)=(1-P)^{15}+15P(1-P)^{14}+105P^2(1-P)^{13}$$

$\Pr(1\%) = (0.99)^{15} + 15*0.01*(0.99)^{14} + 105*0.0001(0.99)^{13}$

P	1%	2%	4%	6%	7%	10%	20%	30%
Pr(a)	0.999	0.997	0.98	0.94	0.92	0.82	0.4	0.13

المطلب الثاني

تقل النسبة ⟶

ملاحظة : في حالة عدم إعطاء النسب فاننا نختار النسب

المطلب الثالث

مخاطرة المنتج عند 3%

PR = 1- Pr(a) at 3%

$= 1-(0.97)^{15} + 15*0.03*(0.97)^{14} + 105*0.0009(0.97)^{13}$

= 0.724

المطلب الرابع

مخاطرة المستهلك عند 25%

CR=Pr(a) at 25%

$= (0.75)^{15} + 15*0.25*(0.75)^{14} + 105*0.0625(0.75)^{13}$

$= 0.236$

المطلب الخامس

متوسط عدد الوحدات المفحوصة

عدد الوحدات المفحوصة = [احتمال القبول * عدد الدفعات * حجم العينه المفحوصة] +

[احتمال الرفض * عدد الدفعات * عدد الوحدات الغير مفحوصه في الدفعة الواحدة]

عدد الدفعات اذا لم يعطى يؤخذ واحد.

= **Pr(a) * n**) + 1 – Pr(a) * ((N-n)

(500-15) * (1 – 0.997) + 15 * 0.997 =16.41

مثال : في مصنع لإنتاج المصابيح تنص خطة فحص الإنتاج على سحب عينة بحجم 10 مفردات بطريقة عشوائية خلال كل ساعة من ساعات وجبة العمل . وإزاء ذلك إذا لم يظهر في العينة إي مصباح معاب فعندئذٍ تقبل الدفعة ، أما إذا ظهر فيها أكثر من مصباحين معابين فإنه يجب رفض هذه الدفعة وضرورة إخضاع الإنتاج للفحص الشامل . وفي حالة ظهور مصباح واحد أو إثنين معابين يجب عند ذلك سحب عينة بحجم 20 مفردة وخلال ذلك إذا وجد في العينتين مصباحين أو أقل تقبل الدفعة إلا إنه إذا ظهر خلاف ذلك أي أكثر من مصباحين معابين فعندئذٍ ينبغي رفض الدفعة وإخضاع الإنتاج للفحص الشامل.

أوجد معادلة إحتمال قبول الدفعة بدلالة نسبة المعابين 0.01 و 0.03 ومعرفة إحتمال مخاطرة المنتج عند نسبة معاب 0.025 وكذلك إحتمال مخاطرة المستهلك عند نسبة معاب 0.20.

الحل:

إحتمال قبول أي من الدفعتين p = إحتمال عدم ظهور مصباح معاب في العينة الأولى + إحتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية + إحتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى ومصباح معاب واحد في العينة الثانية + إحتمال ظهور مصباحين معابين في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية.

$\underline{P = P_1(0) + P_1(1) \,.\, P_2(0) + P_1(1) \,.\, P_2(1) + P_1(2) \,.\, P_2(0)}$

بإعتبار إن

$P_1(x)$ يمثل إحتمال ظهور x من المصابيح المعابة في العينة الأولى.

$P_2(x)$ يمثل إحتمال ظهور x من المصابيح المعابة في العينة الثانية.

لذا فإن:

$$P_1(x) = C_x^{10} p^x (1-p)^{10-x} \quad , \quad x = 0,1,2,\dots,10$$

$$P_1(0) = C_0^{10} p^0 (1-p)^{10-0} = (1-p)^{10}$$

$$P_1(1) = C_1^{10} p^1 (1-p)^{10-1} = 10p(1-p)^9$$

$$P_1(2) = C_2^{10} p^2 (1-p)^{10-2} = 45p^2(1-p)^8$$

$$P_2(x) = C_x^{20} p^x (1-p)^{20-x} \quad , \quad x = 0,1,2,\dots,20$$

$$P_2(0) = C_0^{20} p^0 (1-p)^{20-0} = (1-p)^{20}$$

$$P_2(1) = C_1^{20} p^1 (1-p)^{20-1} = 20p(1-p)^{19}$$

$$P(p) = (1-p)^{10} + 10p(1-p)^9(1-p)^{20} + 10p(1-p)^9 .20p(1-p)^{19} + 45p^2(1-p)^8(1-p)^{20}$$

$$P(p) = (1-p)^{10}\left[1 + 10p(1-p)^{18}(1+23.5p)\right]$$

وعند تعويض قيم مختلفة فيما يخص نسب المعاب P في المعادلة أعلاه نحصل على الجدول:

p	0.01	0.03	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
P	0.998	0.955	0.857	0.524	0.269	0.129	0.062	0.029

لذا فإحتمال مخاطرة المنتج بنسبة معاب 0.025 تكون :

$$1 - P(0.025) = 1 - (1-0.025)^{10}\{1 + 10 * 0.025 * (1-0.025)^{18}(1 + 23.5*0.025)\}$$
$$= 0.03$$

أي إحتمال مخاطرة المنتج هو 3% .

أما إحتمال مخاطرة المستهلك بنسبة معاب 0.20 من الجدول أعلاه تكون 12.9% .

نماذج الصيانة والإستبدال (*Replacement and Maintenance models*)

تتعرض جميع الأجهزة والمعدات والمكائن للعطل والتوقف عن العمل أو هبوط كفاءتها على إمتداد عمرها الزمني ، الأمر الذي يتطلب تقليص الوقت الذي تكون فيه هذه ا لأ جهزة خارج الخدمة إلى أقل ما يمكن ، وكذلك تقليص الكلفة النهائية إلى أقل ما يمكن مما يستدعي الأمر إلى تحديد الوقت المناسب لفحص الأجهزة وتدقيقها بعناية كافية وإحتمال تجديدها كمقياس وقائي وإصلاح أو إستبدال الأجهزة العاطلة.

نماذج الاحـــــلال (الإستبدال) (Replacement):

يقصد بالاحلال عملية استبدال المعدات والمكائن الموجودة بأخرى احدث منها بالتصميم, وقرار الاستبدال يعتمد على جملة من الشروط منها:

1. زيادة كلفة التشغيل والصيانة للمعدات عن المردود الاقتصادي لها.
2. انخفاض معامل الانتفاع من الماكنه نتيجة توقفاتها المتكررة.
3. زيادة نسبة العادم والمعاب من المعدات.
4. ضهور معدات مماثلة ولكن بتصميم اسهل وكفاءة اعلى وسعر مشجع.

ويتم الاحـــــلال عموما بنوعين اساسيين:

1. الوحدات التي تقل كفاءتها تدريجيا مع الزمن. كالمكائن الانتاجية والسيارات.
2. الوحدات التي تتلف كليا وبصورة مفاجئة. كالمصابيح بكافة انواعها والبطاريات والاطارات وكراسي التحميل ومحاور الدوران.

النموذج الأول : احلال الوحدات التي تقل كفاءتها مع الزمن
(Replacement of item that detroirate with time)

يلاحظ في هذا النموذج إن كلف الصيانة والتصليح تزداد بمرور الزمن . ففي هذا النموذج يستخدم معدل الكلفة الكلية للماكنة كمعيار لإتخاذ القرار بخصوص الفترة التي يتم فيها الإستبدال.
سوف نستخدم الرموز التالية:

A: الاحلال في نهاية السنة.

B: التكاليف الكلية للتشغيل والصيانة.

C: النقص في رأس المال.

D: التكاليف الكلية التراكمية = (C+B).

S : سعر الماكنة

A/D : متوسط التكاليف السنوية.

مثال 1:

كلفة التشغيل والصيانة السنوية والسعر في نهاية كل سنه لماكنه سعرها 2000 دينار هي كما في الجدول التالي. حدد فترة الاحلال المثلى لهذة الماكنة.

السنه (year)	1	2	3	4	5	6
تكاليف التشغيل والصيانة في كل سنة (Maintenance)	300	400	500	700	900	1100
سعر البيع في نهاية كل سنة (Resale value)	1200	750	500	400	200	200

الحـــــــــــــــل:

A	B	C	D=C+B	A/D
1	300	2000-1200=800	800+300=1100	1100/1=1100
2	700	2000-750=1250	1250+700=1950	1950/2=975
3	1200	2000-500=1500	2700	2700/3=900
4	1900	1600	3500	3500/4=875
5	2800	1800	4600	4600/5=920
6	3900	1800	5700	5700/6=950

ان اقل متوسط كلفة هي 875 دينار وهذا يعني ان فترة الاحلال المثلى هي في نهاية السنة الرابعة.

النموذج الثاني : احلال الوحدات التي تتلف كليا وبصورة مفاجئة
(Replacement of item that fail completely and suddenly)

يتم في هذا النموذج إستبدال الوحدات او الأجزاء التي تعطل بصورة مفاجئة إذ يتم حساب معدل كلفة الإستبدال الفردي (Cost of individual replacement) ومعدل كلفة الإستبدال الجماعي (Cost of grouped replacement) لكل فترة زمنية ويتم تحديد سياسة الإستبدال المثلى من خلال إختيار أقل معدل كلفة كلية وكما يلي:

ـ عدد الوحدات المستبدلة خلال الفترة i

$$N_i = \sum_{j=1}^{i} N_{j-1}\, P_{i-j+1} = N_0 P_i + N_1 P_{i-1} + N_2 P_{i-2} + .. + N_{i-1} P_1$$

-معدل عمر الوحدة الإنتاجية (*Average life of items (AL)*) :

$$AL = \sum_{i=1}^{n} i\, P_i$$

-معدل العطل في الفترة الزمنية n (*Average failure per period (AF)*):

$$AF = \frac{N_0}{AL}$$

-

وعليه تقارن كلفة الإستبدال الفردي (*CIR*)مع معدل كلفة الإستبدال الجماعي (*ACGR*) فالأقل يحدد نوع الإستبدال(فردي أو جماعي) ومن قيم (*ACGRi*) تتحدد الفترة المثلى للإستبدال الجماعي علمًا بأن:(*i*)

Pi: تمثل إحتمال عطل الوحدات الجديدة خلال الفترة الزمنية *i*.

C1: تمثل كلفة الإستبدال الفردي لكل وحدة.

C2: تمثل كلفة الإستبدال الجماعي لكل وحدة.

N0: تمثل عدد الوحدات الإنتاجية الكلية المستخدمة في بداية الفترة.

$i = 1 , 2 , 3 , ... , n$

-معدل كلفة الإستبدال الجماعي لكل فترة i

(*Average cost group replacement per period (i)*)

$$ACGR = \frac{C_2 * N_0 + C_1 * \sum_{j=1}^{i} N_j}{i}$$

مثال : 3 -إحتمال العطل لوحدات إنتاجية معينة قبل إشتغالها للفترة الزمنية *n* موضحة في الجدول أدناه:

End of week (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Prob.Of failure (P_i)	0.01	0.03	0.05	0.07	0.10	0.15	0.20	0.15	0.11	0.08	0.05

إذا علمت إن كلفة الإستبدال الفردية هي 1.25 دينارًا وكلفة الإستبدال الجماعية 0.5 دينارًا لكل وحدة إنتاجية . حدد سياسة الإستبدال المثلى ، علمًا إن عدد الوحدات المستخدمة هي 1000 وحدة إنتاجية .

الحل :

$N_0 = 1000$

$N_1 = N_0 * P_1 = 1000 * 0.01 = 10$

$N_2 = N_0 * P_2 + N_1 * P_1 = 1000*0.03 + 10*0.01 = 30.1$

$N_3 = N_0 * P_3 + N_1 * P_2 + N_2 * P_1 = 1000*0.05+10*0.03+30.1*0.01=50.6$

$N_4 = N_0*P_4+N_1*P_3+N_2*P_2+N_3*P_1$
$=1000*0.07+10*0.05+30.1*0.03+50.6*0.01=71.9$

$N_5 = N_0*P_5+N_1*P_4+N_2*P_3+N_3*P_2+N_4*P_1$
$=1000*0.10+10*0.07+30.1*0.05+50.6*0.03+71.9*0.01=104.4$

$N_6 = N_0*P_6+N_1*P_5+N_2*P_4+N_3*P_3+N_4*P_2+N_5*P_1$
$=1000*0.15+10*0.10+30.1*0.07+50.6*0.05+71.9*0.03+104.4*0.01=158.8$

$N_7 = N_0*P_7+N_1*P_6+N_2*P_5+N_3*P_4+N_4*P_3+N_5*P_2+N_6*P_1$
$=1000*0.2+10*0.15+30.1*0.1+50.6*0.07+71.9*0.05+104.4*0.03+158.8*0.01$
$=216.4$

$N_8 = N_0*P_8+N_1*P_7+N_2*P_6+N_3*P_5+N_4*P_4+N_5*P_3+N_6*P_2+N_7*P_1$
$=1000*0.15+10*0.2+30.1*0.15+50.6*0.1+71.9*0.07+104.4*0.05+158.8*0.03$
$+216.4*0.01 = 178.8$

$N_{10} = N_0*P_{10}+N_1*P_9+N_2*P_8+N_3*P_7+N_4*P_6+N_5*P_5+N_6*P_4+N_7*P_3+N_8*P_2+N_9*P_1$
$=1000*0.08+10*0.11+30.1*0.15+50.6*0.2+71.9*0.15+104.4*0.1+158.8$
$*0.07+216.4*0.05+178.8*0.03+155.8*0.01=145.8$

$N_{11} = N_0*P_{11}+N_1*P_{10}+N_2*P_9+N_3*P_8+N_4*P_7+N_5*P_6+N_6*P_5+N_7*P_4+N_8*P_3$
$+N_9*P_2+N_{10}*P_1$
$= 1000*0.05+10*0.08+30.1*0.11+50.6*0.15+71.9*0.2+104.4*0.15+158.8$
$*0.1+216.4*0.07+178.8*0.05+155.8*0.03+265.8*0.01=139.1$

$$AL = \sum_{i=1}^{11} i * P_i = 1*0.01+2*0.03+3*0.05+4*0.07+5*0.1+6*0.15+7*0.2+8*0.15$$
$$+9*0.11+10*0.08+11*0.05 = 6.84$$

$$AF = \frac{N_0}{AL} = \frac{1000}{6.84} = 146.2 \quad and \quad CIR = C_r * AF = 1.25 * 146.2 = 182.75$$

End of week (i)	$ACGR_i = \dfrac{C_2 * N_0 + C_1 * \sum_{j=1}^{i} N_j}{i}$
1	$\dfrac{1000*0.5+10*1.25}{1} = 512.5$
2	$\dfrac{1000*0.5+(10+30.1)*1.25}{2} = 275.06$
3	$\dfrac{1000*0.5+(40.1+50.6)*1.25}{3} = 204.46$
4	$\dfrac{1000*0.5+(90.7+71.9)*1.25}{4} = 175.81$
5	$\dfrac{1000*0.5+(162.6+104.4)*1.25}{5} = 166.75 \Rightarrow \min i.$
6	$\dfrac{1000*0.5+(267+158.8)*1.25}{6} = 172.04$
7	$\dfrac{1000*0.5+(425.8+216.4)*1.25}{7} = 186.11$
8	$\dfrac{1000*0.5+(642.2+178.8)*1.25}{8} = 190.78$
9	$\dfrac{1000*0.5+(821+155.8)*1.25}{9} = 191.22$
10	$\dfrac{1000*0.5+(976.8+145.8)*1.25}{10} = 190.33$
11	$\dfrac{1000*0.5+(1122.6+139.1)*1.25}{11} = 188.83$

بسبب أقل كلفة للإستبدال الجماعي $(ACGR_5=166.7)$ $<$ كلفة الإستبدال الفردي $(CIR=182.75)$ لذا فمن المفضل إجراء الإستبدال الجماعي في نهاية الإسبوع الخامس.