مقاييس النزعه المركزيه

تهتم مقاييس النزعة المركزية بتوفير مؤشرات كمية تمثل التوجه العام لقيم المتغير الكمي المدروس، حيث يتم الحصول على مؤشر يفيد عن توجه القيم، دون الحاجة إلى التعامل مع جميع القيم المختلفة للمتغير الكمي. لذا فان مقاييس النزعة المركزية تنتج في النهاية أرقام محدودة تمثل التقديرات لتلك المقاييس وذلك بغض النظر عن عدد القيم الأصلي، سواء كان صغيراً أم كبيرا و تتنوع استخدامات مقاييس النزعة المركزية في عمليات الاستدلال الإحصائي مما ينتج عنه تنوع في طبيعة تلك المقاييس المختلفة، لذا سيتم التطرق إلى ثلاث أنواع من مقاييس النزعة المركزية والتي تمثل الأهم، وهي كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

الوسط الحسابي :

يمثل الوسط الحسابي أو المتوسط (Arithmetic Average or Mean) مقياس النزعة المركزية الأكثر شهرة والأكثر أهمية في المقاييس المختلفة. وتمثل قيمة الوسط الحسابي القيمة التي تتمركز حولها جميع القيم المختلفة للمتغير الكمي. يمكن الحصول على القيمة الحقيقية لمتوسط متغير عشوائي في مجتمع محدود إذا تم التعامل مع كافة القيم في المجتمع. في هذه الحالة يرمز لقيمة الوسط الحسابي المحصل بالرمز μ والتي تمثل معلمة المجتمع. وبافتراض التعامل مع متغير عشوائي X لمجتمع محدود حجمه N فانه يمكن حساب قيمة الوسط الحسابي من خلال الدالة التالية (لبيانات خام أو غير مبوبة)،

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

حيث يدل الرمز Σ على المجموع .

مثـال

فيما يلي درجات 8 طلاب في مقرر ١٢٢ إحصاء تطبيقي .

34 32 42 37 35 40 36 40

والمطلوب إيجاد الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الامتحان .

الحـل

لإيجاد الوسط الحسابي للدرجات تطبق المعادلة كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$
$$= \frac{34+32+42+37+35+40+36+40}{8} = \frac{296}{8} = 37$$

أي أن الوسط الحسابي لدرجة الطالب في اختبار مقرر ١٢٢ إحص يساوي 37 درجة

ثانيا : الوسط الحسابي للبيانات المبوبة

من المعلوم أن القيم الأصلية ، لا يمكن معرفتها من جدول التوزيع التكراري ، حيث أن هذه القيم موضوعة في شكل فئات ، ولذا يتم التعبير عن كل قيمة من القيم التي تقع داخل حدود الفئة بمركز هذه الفئة ، ومن ثم يؤخذ في الاعتبار أن مركز الفئة هو القيمة التقديرية لكل مفردة تقع في هذه الفئة.

فإذا كانت k هي عدد الفئات ، وكانت $x_1, x_2, \ldots, x_k$ هي مراكز هذه الفئات، $f_1, f_2, \ldots, f_k$ هي التكرارات ، فإن الوسط الحسابي يحسب بالمعادلة التالية:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_k f_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}$$

مثـال

الجدول التالي يعرض توزيع 40 طالب حسب أوزانهم .

فئات الوزن	32-34	34-36	36-38	38-40	40-42	42-44
عدد الطلاب	4	7	13	10	5	1

والمطلوب إيجاد الوسط الحسابي.

الحـل

لحساب الوسط الحسابي باستخدام المعادلة رقم (٣-٢) يتم إتباع الخطوات التالية :

١- إيجاد مجموع التكرارات $\sum f$.   ٢- حساب مراكز الفئات x .

٣- ضرب مركز الفئة في التكرار المناظر له $(x\,f)$، وحساب المجموع $\sum xf$

٤- حساب الوسط الحسابي بتطبيق المعادلة رقم (٣-٢) .

فئات الوزن (C)	التكرارات f	مراكز الفئات x	$x\ f$
32-34	4	(32+34)÷ 2=33	4×33=132
34-36	7	35	7×35=245
36-38	13	37	13×37=481
38-40	10	39	10×39=390
40-42	5	41	5×41=205
42-44	1	43	1×43=43
المجموع	40		1496

إذا الوسط الحسابي لوزن الطلاب هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i} = \frac{1496}{40} = 37.4\ k.g$$

أي أن متوسط وزن التلميذ يساوي 37.4 k.g

خصائص الوسط الحسابي

يتصف الوسط الحسابي بعدد من الخصائص ، ومن هذه الخصائص ما يلي :

١- الوسط الحسابي للمقدار الثابت يساوي الثابت نفسه ، أي أنه إذا كانت قيم x هي : $x: a, a, \dots, a$ ، فإن الوسط الحسابي هو:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{a + a + \dots + a}{n} = \frac{na}{n} = a}$$

ومثال على ذلك ، لو اخترنا مجموعة من 5 طلاب ، ووجدنا أن كل طالب وزنه 63 كيلوجرام ، فإن متوسط وزن الطالب في هذه المجموعة هو :

$$\bar{x} = \frac{63+63+63+63+63}{5} = \frac{315}{5} = 63\ k.g$$

٢- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرا ، ويعبر عن هذه الخاصية بالمعادلة .

$$\boxed{\sum(x-\bar{x}) = 0}$$

ويمكن التحقق من هذه الخاصية باستخدام بيانات مثال السابق، نجد أن درجات الطلاب هي :34, 32, 42, 37, 35, 40, 36, 40 ، والوسط الحسابي للدرجة هو $\bar{x} = 37$ ، إذا :

x	34	32	42	37	35	40	36	40	296
$(x-\bar{x})$ $(x-37)$	34-37	32-37	42-37	37-37	35-37	40-37	36-37	40-37	0
	-3	-5	5	0	-2	3	-1	3	

أي أن : $\sum(x-37) = 0$

٣- إذا أضيف مقدار ثابت إلى كل قيمة من القيم ، فإن الوسط الحسابي للقيم المعدلة (بعد الإضافة) يساوي الوسط الحسابي للقيم الأصلية (قبل الإضافة) مضافا إليها هذا المقدار الثابت . فإذا كانت القيم هي : $x_1, x_2, \dots, x_n$ ، وتم إضافة مقدار ثابت (a) إلى كل قيمة من القيم ، ونرمز للقيم الجديدة بالرمز y ، أي أن $y = x + a$ ، فإن : الوسط الحسابي لقيم y (القيم بعد الإضافة) هو:

$$\boxed{\bar{y} = \bar{x} + a}$$

حيث أن $\bar{y}$ هو الوسط الحسابي للقيم الجديدة ، ويمكن التحقق من هذه الخاصية باستخدام بيانات مثال السابق

إذا قرر المصحح إضافة 5 درجات لكل طالب ، فإن الوسط الحسابي للدرجات المعدلة يصبح قيمته {42=(37+5)} ، والجدول التالي يبين ذلك .

x	34	32	42	37	35	40	36	40	296
$y=(x+5)$	34+5	32+5	42+5	37+5	35+5	40+5	36+5	40+5	336
	39	37	47	42	40	45	41	45	

نجد أن مجموع القيم الجديدة هو : $\sum y = 336$ ، ومن ثم يكون الوسط الحسابي للقيم الجديدة هو

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{336}{8} = 42 \longrightarrow (\bar{x} + 5 = 37 + 5 = 42)$$

٤- إذا ضرب مقدار ثابت (a) في كل قيمة من القيم ، فإن الوسط الحسابي للقيم المعدلة (القيم الناتجة بعد الضرب) يساوى الوسط الحسابي للقيم الأصلية (القيم بعد التعديل) مضروبا في هذا المقدار الثابت . أى أنه إذا كان : $y = a\ x$ ، ويكون الوسط الحسابي للقيم الجديدة y هو :

$$\boxed{\bar{y} = a\ \bar{x}}$$

ويمكن للطالب أن يتحقق من هذه الخاصية باستخدام نفس بيانات المثال السابق .
فإذا كان تصحيح الدرجة من 50 ، وقرر المصحح أن يجعل التصحيح من 100 درجة ، بمعنى أنه سوف يضرب كل درجة في قيمة ثابتة (a=2) ، ويصبح الوسط الحسابي الجديد هو : $\bar{y} = a\ \bar{x} = 2(37) = 74$

٥- مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أقل ما يمكن ، أي أن:

$$\boxed{\sum (x-\bar{x})^2 \langle \sum (x-a)^2 \quad if \quad a \neq \bar{x}}$$

وفي المثال السابق فإن : $\sum(x-37)^2 < \sum(x-a)^2$ لجميع قيم $a \neq 37$

ثالثا : الوسط الحسابي المرجح

في بعض الأحيان يكون لكل قيمة من قيم المتغير أهمية نسبية تسمى أوزن ، أو ترجيحات ، وعدم أخذ هذه الأوزان في الاعتبار عند حساب الوسط الحسابي ، تكون القيمة المعبرة عن الوسط الحسابي غير دقيقة ، فمثلا لو أخذنا خمسة طلاب ، وسجلنا درجات هؤلاء الطلاب في مقرر الإحصاء التطبيقي ، وعدد ساعات الاستذكار في الأسبوع .

مسلسل	1	2	3	4	5	sum
x (الدرجة)	23	40	36	28	46	173
w (عدد ساعات الاستذكار)	1	3	3	2	4	

نجد أن الوسط الحسابي غير المرجح للدرجة الحاصل عليها الطالب هي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{23+40+36+28+46}{5} = \frac{173}{5} = 34.6$$

وإذا أردنا أن نحسب الوسط الحسابي للدرجات x المرجحة بعدد ساعات الاستذكار w ، يتم تطبيق المعادلة التالية :

$$(\overline{w}) = \frac{\sum xw}{\sum w} = \frac{23\times1+40\times3+36\times3+28\times2+46\times4}{1+3+3+2+4}$$
$$= \frac{23+120+108+56+184}{13} = \frac{491}{13} = 37.769$$

وهذا الوسط المرجح أكثر دقة من الوسط الحسابي غير المرجح .

إذا الوسط الحسابي المرجح $(\overline{w})$ يحسب بتطبيق المعادلة التالية :

$$\left(\overline{w}\right) = \frac{\sum xw}{\sum w}$$

مزايا وعيوب الوسط الحسابي

يتميز الوسط الحسابي بالمزايا التالية :

- أنه سهل الحساب .
- يأخذ في الاعتبار كل القيم .
- أنه أكثر المقاييس استخداما وفهما .

ومن عيوبه .

- أنه يتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة .
- يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية .
- يصعب حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة .