جامعة البصرة
كلية التربية للبنات

قسم الجغرافية
المرحلة الثالثة
المادة : ألاحصاء

المحاضرة : الخامسة

مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت

تأليف :

المدرس / وائل قاسم راشد

طرق قياس خصائص المجتمع

ان التمثيل الجدولي والرسوم البيانية للبيانات تعد من المؤشرات الاحصائية التي يمكن الاعتماد عليها في وصف الظاهرة ، وتقديمها بشكل مختصر وبسيط ، الا اننا نفضل دائما استعمال طرائق القياس الكمي للمعطيات والبيانات الاحصائية التي تساعد على اعطاء مدلولات واضحة لوصف تلك البيانات للظاهرة وهما مقاييس النزعة المركزية المتمثلة بالمتوسطات التي لها اهمية كبرى في موضوع الاستدلالات على الخصائص من خلال تقدير قيم عددية لبعض مؤشرات مجتمع الدراسة ، ومقاييس التشتت التي تقيس مدى تشتت قيم البيانات عن وسطها ، أي درجة تبعثر قيم تلك البيانات عن المركز لتكوين فكرة واضحة عن مدى تجانس تلك القيم .

اولا : مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency

هي مجموعة من المقاييس التي تستخدم لقياس تجمع البيانات حول قيمة معينة بحيث تمثلها افضل تمثيل ويحدث هذا عندما تكون تلك القيمة مركز ثقل حقيقي تجذب اليها اكبر عدد من قيم بيانات الظاهرة وبالعكس تفقد تلك اهميتها اذا ما ابتعد كثير من البيانات عنها . وتعد مقاييس النزعة المركزية " المتوسطات" من اهم تلك المقاييس العددية استعمالا لهذا الغرض ، ومن اهمها واكثرها شيوعا الوسط الحسابي ، والوسيط ، والمنوال . وهناك ايضا الوسط الهندسي والوسط التوافقي ، لكنهما اقل استعمالا . ولكل من المتوسطات مزايا وعيوب تعتمد على طبيعة البيانات من جهة ، وعلى الهدف من استعمالها من جهة اخرى . وسنختزل في شرح المقاييس على العينات فقط .

الوسط الحسابي (المتوسط) The Arithmetic Mean

يعد الوسط الحسابي ابرز مقاييس النزعة المركزية شهرة واكثرها استعمالا لدخوله في حساب كثير من المقاييس الاحصائية الاخرى . ويعرف الوسط الحسابي بشكل عام بانه " القيمة التي تساوي مجموع قيم المشاهدات مقسوما على عددها " ويتم حسابه من البيانات المبوبة وغير المبوبة . والوسط الحسابي للمجتمع يرمز له بالحرف μ " الحرف اليوناني ميو" اما العينة فيرمز لها بـ $\bar{X}$ ويقرا X bar .

اولا : الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة ويحسب باستعمال الصيغة الاتية :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$ للعينة

حيث ان :

$\sum X_i$: تمثل مجموع قيم المشاهدات

n : تمثل عدد المشاهدات للعينة

مثال (1) :

البيانات الاتية تمثل كمية الامطار المتساقطة سنويا " بالمليمترات" على مدينة ما لمدة خمس سنوات 460 ، 440 ، 330 ، 390 ، 380 والمطلوب حساب متوسط الامطار المتساقطة في هذه المدة .

الحل :

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{460+440+330+390+380}{5} = \frac{2000}{5} = 400mm$$

أي ان متوسط الامطار المتساقطة في الخمس سنوات هو 400 ملم .

ثانيا : الوسط الحسابي للبيانات المبوبة : ويحسب باستعمال الصيغة الاتية :

$$\overline{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

اذ ان $\sum fixi$: تمثل جمع حاصل ضرب تكرار كل فئة f_i في مركز الفئة Xi المقابلة له .

مثال (1) : التوزيع التكراري الاتي يمثل عدد الايام الممطرة في مدينة معينة، والمطلوب ايجاد الوسط الحسابي لعدد الايام الممطرة لهذا التوزيع :

الفئات لحجم الامطار ملم	14- 10	19-15	24-20	29 - 25	34-30	39-35	44-40
التكرارات	2	3	3	4	3	3	2

الحل : نضرب مركز كل فئة في التكرار المقابل لها ثم نوجد حاصل جمعها واخيرا نعوض في القانون الخاص بالبيانات المبوبة لنحصل على قيمة الوسط الحسابي .

الفئات	التكرارات Fi	مركز الفئة xi	Fixi
14-10	2	$12 = \frac{14+10}{2}$	24
19-15	3	17	51
24-20	3	22	66
29-25	4	27	108
34-30	3	32	96
39-35	3	37	111
44-40	2	42	84
المجموع	20		540

لذا فالوسط الحسابي يساوي :

$$\overline{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{540}{20} = 27$$

خواص الوسط الحسابي :

1- لا يصلح الوسط الحسابي للبيانات الوصفية الاسمية او الترتيبية وانما فقط الكمية .
2- لا يمكن ايجاد الوسط الحسابي بالرسم عكس الوسيط والمنوال .
3- يتاثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة والقيم الشاذة ، لذا فانه لا يصلح للتوزيعات الملتوية .
4- لا يمكن حساب الوسط الحسابي في حالة الفئات المفتوحة سواء اكان ذلك من احد الاطراف او من كليهما " لعدم امكانية ايجاد مركز الفئة " .
5- **مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفرا ، أي** $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$ **، اما مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي** $\sum (x_i - \bar{x})2$ **هي اقل ما يمكن عن أي قيمة اخرى غير الوسط الحسابي .**

6– **إضافة أي قيمة ثابتة إلى الوسط الحسابي أو طرحها منه أو ضربها فيه أو قسمتها عليه يجعل الوسط الحسابي يزداد أو يقل بمقدار تلك القيمة الثابتة.**

الوسط الحسابي الموزون " المرجح" The weighted mean:

هي اعطاء وزن لكل مفردة بحسب اهميتها عندما تكون القيم غير متساوية من حيث الاهمية والوزن لمجموعة من المفردات ، فيتطلب ترجيح تلك القيم بما يتناسب واهمية كل منها لتصبح عملية حساب وسطها الحسابي مقبولة ، ويعرف الوسط الحسابي الموزون " المرجح"بانه الوسط الحسابي الناتج من دمج الاوساط الحسابية لاكثر من مجموعة أي هو نسبة مجموع ضرب وزن كل مجموعة في وسطها الحسابي على مجموع الاوزان لكل المجموعات ، وعلى هذا الاساس ياخذ الصيغة الرياضية الاتية :

اولا : بالنسبة للبيانات غير المبوبة : وصيغته هي : $\bar{X}_w = \dfrac{\sum x_i w_i}{\sum w_i}$

مثال (1) : محل يبع ثلاثة انواع من سلعة معينة باسعار مختلفة ، اذ يبيع من النوع الاول 5 كغم بسعر 1200 دينار ومن النوع الثاني يبيع 8 كغم بسعر 800 دينار ومن النوع الثالث يبيع 12 كغم بسعر 400 دينار .

المطلوب : احسب الوسط الحسابي الموزون لسعر بيع الكغم الواحد من هذه السلعة .

السعر	الوزن كغم
1200	5
800	8
400	12

$$\bar{X}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{5\times1200 + 8\times800 + 12\times400}{5+8+12}$$

$$=\frac{6000+6400+4800}{25}=\frac{17200}{25}=688$$

تمرين : القيم الاتية تمثل معدلات طالب في المراحل الاربعة ، المطلوب ايجاد معدله التراكمي النهائي الموزون باوزان ثابته كما في الجدول :

المرحلة	معدل الدرجة	الاوزان
الاولى	70	%10
الثانية	60	%20
الثالثة	75	%30
الرابعة	55	%40

ثانيا : بالنسبة للبيانات المبوبة : ان التكرار في القيم المبوبة هو في الواقع يعبر عن مقدار الاهمية النسبية " الوزن " لمركز الفئة المقابلة لهذا التكرار فكلما زاد تكرار الفئة زاد تاثير هذه الفئة على مقدار الوسط الحسابي المحسوب ، لذا يمكن القول بان الوسط الحسابي للبيانات المبوبة اي الوسط الحسابي الموزون :

$$\overline{X}_w=\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i f_i x_i}{\sum^{n} w_i f_i}$$

مثال : التوزيع التكراري الاتي يمثل كمية انتاج السمنت ليوم انتاجي واحد لمصنع موزعة حسب عدد المكائن وعدد ساعات العمل المحددة لكل ماكنة وفقا للطاقة التصميمية لها ؟ المطلوب : احسب متوسط انتاجية الماكنة " الوسط الحسابي المرجح" ؟

الطاقة التصميمية لكل ماكنة wi	عدد المكائن fi	الفئات طن
5	2	2- 0
6	3	4 -3
4	6	6-5
5	4	8-7
4	1	10-9

الحل:

الفئات	التكرارات fi	الاوزان wi	مركز الفئة xi	Wifi	Wifixi
0- 2	2	5	1	10	10
3 -4	3	6	3.5	18	63
5- 6	6	4	5.5	24	132
7- 8	4	5	7.5	20	150
9- 0	1	4	9.5	4	38
Σ	16			76	393

$$\bar{X}_w = \frac{\sum^{n} w_i f_i x_i}{\sum^{n} w_i f_i} = \frac{\sum^{5} w_i f_i x_i}{\sum^{5} w_i f_i} = \frac{393}{76} = 5.17 \text{ طن}$$

الوسط الهندسي ***The geometric mean*** :

أولاً- الوسط الهندسي للبيانات غير المبوبة: ويرمز له بالرمز $\bar{G}$ ويحسب بالصيغة الآتية :

$$\log \bar{G} = \frac{\sum Log(x_i)}{n}$$

مثال: اوجد الوسط الهندسي للقيم الآتية: 2، 4، 2، 16

$$Log\bar{G} = \frac{Log(2) + Log(4) + Log(2) + Log(16)}{4} = \frac{2.40824}{4} = 0.60206$$

(وبإيجاد اللوغاريتم المقابل Antilog الذي يرمز له بـ 10^{x} أو من جداول الأعداد المقابلة للوغاريتمات نحصل على قيمة الوسط الهندسي وهي). $\therefore \bar{G} = 4$

ثانياً: الوسط الهندسي للبيانات المبوبة:

ويحسب بالصيغة الآتية :

$$Log\bar{G} = \frac{\sum FiLog(x_i)}{\sum F_i}$$

ولحساب الوسط الهندسي للبيانات المبوبة يمكن إتباع الخطوات الآتية:

1- إيجاد مراكز الفئات (x_i).

2- إيجاد لوغاريتمات مراكز الفئات (x_i).

3- ضرب لوغاريتم مركز كل فئة بالتكرار المقابل له ثم تجمع تلك القيم لنحصل على $\sum F_i Log x_i$.

4- تقسيم حاصل الجمع $\sum F_i Log x_i$ على مجموع التكرارات لنحصل على لوغاريتم الوسط الهندسي.

5- إيجـاد القيمـة الحقيقيـة للوسـط الهندسـي مـن خـلال اسـتعمال جـداول الأعـداد المقابلـة للوغاريتمات أو من خلال الحاسبة من أساس اللوغاريتم الطبيعي (AntiLog) الذي يرمز لـه بـ 10^x.

مثال:

الجدول الآتي يمثل الأجور اليومية لعشرين عاملاً في إحدى المنشآت السياحية والمطلوب إيجاد الوسط الهندسي لتلك الأجور.

فئات الأجور/ دينار	10-0	20-10	30-20	40-30
عدد العمال	5	8	3	4

الحل:

الفئات	**التكرارات F_i**	**مركز الفئة x_i**	**$\text{Log } x_i$**	**$F_i \text{ Log } x_i$**
10-0	5	$5 = \frac{10+0}{2}$	0.699	3.495
20-10	8	15	1.176	9.408
30-20	3	25	1.397	4.191
40-30	4	35	1.544	6.176
المجموع	20			23.27

$$Log\overline{G} = \frac{23.27}{20} = 1.1635$$

$\therefore \overline{G} = 14.57$ دينار الوسط الهندسي للأجور

خواص الوسط الهندسي:

1- يعطي نتائج أكثر اعتدالاً من المتوسط الحسابي.
2- عدم تأثره بالقيم المتطرقة ولكن لا يمكن استعماله مع القيم السالبة أو الصفر لعدم جواز جذر القيم السالبة والقيمة صفر تلغي باقي القيم؛ لكون الضرب في الصفر يكون صفراً.
3- يعد من انسب المقاييس لحساب متوسطات النسب ومعدلات النمو في الإنتاج أو السكان.

إن الوسط الهندسي لمجموعة من القيم دائماً يكون أصغر من الوسط الحسابي لتلك المجموعة من القيم أو مساوياً له.

الوسيط The Median (Med):

هو القيمة التي تقع في منتصف القيم بعد ترتيبها تصاعديا او تنازليا في حالة البيانات الفردية ، او هي قيمة الوسط الحسابي للقيمتين اللتين تتوسطان القيم في حالة البيانات الزوجية .

اولا : الوسيط للبيانات غير المبوبة : يمكن حسابه باتباع الخطوات الاتية :

1- ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا او تنازليا .
2- تحديد قيمة الوسيط من رتبة الوسيط :

أ- اذا كان عدد القيم فرديا فان قيمة الوسيط تقع في رتبة الوسيط وهي $\left[\frac{n+1}{2}\right]$

ب- اذا كان عدد القيم زوجي فان قيمة الوسيط تقع بين القيمة التي ترتيبها $\left[\frac{n}{2}\right]$ والقيمة التي ترتيبها $\left[\frac{n}{2}+1\right]$ أي ان :

$$\text{قيمة الوسيط} = \frac{\text{القيمة التي ترتيبها } \frac{n}{2} + \text{القيمة التي ترتيبها } \frac{n}{2}+1}{2}$$

مثال (1) : اوجد الوسيط من البيانات الاتية التي تمثل درجات مادة الاحصاء (80-30-40-50-40-100-60)

الحل : بما ان عدد القيم فردي فان قيمة الوسيط ستكون القيمة التي ترتيبها $\frac{(n+1)}{2}$ بعد ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا .

تصاعدي ← 30 ، 40 ، 40 $\boxed{50}$ 60، 80، 100

100، 80، 60 $\boxed{50}$ 40 ، 40 ، 30

ترتيب الوسيط $\left[\frac{n+1}{2}\right]=\frac{7+1}{2}=4$ أي ان قيمة الوسيط ستكون القيمة الرابعة التي مقدارها 50 سواء اكان ذلك بالترتيب التصاعدي ام التنازلي .

مثال (2) : اوجد قيمة الوسيط من البيانات التالية :(23 ، 25 ، 35 ، 40 ، 38 ، 20)

الحل : بما ان عدد القيم زوجي فان قيمة الوسيط ستكون الوسط الحسابي للقيمتين الاولى التي ترتيبها $\left[\frac{n}{2}\right]$ والثانية التي ترتيبها $\left[\frac{n}{2}+1\right]$ بعد ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا .

		30			
40	38	35	25	23	20
20	23	25	35	38	40

ترتيب الوسيط للقيمة الاولى $\frac{6}{2}=3$ (وهي القيمة الثالثة وهي 25)

ترتيب الوسيط للقيمة الثانية $\frac{6}{2}+1=4$ (وهي القيمة الرابعة وهي 35)

أي ان قيمة الوسيط هي $\frac{35+25}{2}=30$ سواء في حالة الترتيب التصاعدي او التنازلي

مثال (_4) : قسمت ارض الى (17) وحدة تجريبية متشابهة في الصفات وزرعت بالقمح وتم استخدام نوعين من السماد (a) جرب على (7) وحدات تجريبية والنوع (b) جرب على (10) وحدات تجريبية وكانت انتاجية الوحدة بالطن / هكتار كما يلي :

السماد :

(a) : 1.2 ،2.7 ،3.2 ، 2 ، 3 ،2.3 ،1.5

(b) : 4.5 ،1.8 ،3.5 ،3.1 ، 2 ، 2.5 ،1.5 ،4 ،2.5 ،3

المطلوب حساب وسيط الانتاج للسماد بنوعيه ثم قارن بينهما :

اولا : حساب وسيط (a) : نرتب تصاعديا كما يلي :

الانتاج	1.2	1.5	2	2.3	2.7	3	3.2
المرتبة	1	2	3	4	5	6	7

بما ان القيم عدد فردي (7) $\longleftarrow$ $\frac{n+1}{2}=\frac{7+1}{2}=4$ فان الوسيط = 2.3

ثانيا : حساب وسيط (b) : نرتب القيم تصاعديا كما يلي :

الانتاج	1.5	1.8	2	2.5	2.5	3	3.1	3.5	4	4.5
المرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

بما ان القيم عدد زوجي (10)⟵ رتبة الوسيط= $\frac{\frac{n}{2}+\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2} = \frac{5+6}{2}$ ⟵ الوسيط = $\frac{2.5+3}{2} = 2.7$

نستنتج بان السماد b افضل من a لان انتاجيته اكثر

ثانيا: الوسيط للبيانات المبوبة : للحصول عليه نتبع الخطوات الاتية :

1- نستخرج التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

2- نحدد رتبة التكرار الوسيط وذلك بقسمة $\frac{\sum fi}{2}$

3- نحدد **فئة الوسيط** من خلال رتبة التكرار الوسيط من بين التكرارات المتجمعة : فاذا كانت قيمته مساوية لاي تكرار متجمع فان ذلك التكرار سيكون هو الفئة الوسيطة اما اذا وقع بين تكرارين متجمعين فان الفئة اللاحقة لموقع التكرار الوسيط هي الفئة الوسيطة .

4- نستخدم الصيغة الاتية لحساب قيمة الوسيط $Med = L + \frac{\frac{\sum fi}{2} - fi}{f2 - f1} H$

حيث : L = الحد الادنى للفئة الوسيطية

$\frac{\sum fi}{2} =$ رتبة الوسيط

f1 = التكرار المتجمع السابق (الاقل) لقيمة رتبة الوسيط

f2 = التكرار الاصلي للفئة الوسيطية

H= طول الفئة الوسيطية وهي(الفرق بين الحدين الاعلى و الادنى) +1

مثال (1) : الجدول الاتي يمثل كميات الفحم المستخرجة لمجموعة من المناجم المختلفة المطلوب ايجاد الوسيط الانتاجي لها .

كميات الفحم	199-100	299 – 200	399 - 300	499 - 400	599 - 500	700 - 600
المناجم f1	2	8	25	39	24	22
التكرار المتجمع الصاعد	0	10	35	74	98	120

الحل :

1- نستخرج التكرارالمتجمع الصاعد للقيم كما هوالمثبت في الجدول اعلاه .

2- رتبة التكرار الوسيط : $\frac{\sum fi}{2} = \frac{120}{2} = 60$ وهي تقع بين التكرارين المتجمعين 35 و74 وعليه نختار فئة التكرارالمتجمع الاكبر وهو اللاحق 74 مما يعني ان فئة الوسيط هي (400 – 499)

3- نطبق الصيغة الرياضية لنحصل على قيمة الوسيط وهي : $Med = 400 + \frac{60-35}{39}.100 = 464$

تمرين : توفرت البيانات الاتية ، جد الوسيط ؟

المتجمع الصاعد	fi	الفئات
1	1	15 – 19
7	6	20 -24
19	12	125-29
29	10	30-34
39	1	35 – 39

الحل :

قيمة الوسيط = 27.8

خواص الوسيط :

1- لا يتاثر بالقيم المتطرفة او القيم الشاذة وانما يتاثر بالقيم الوسطى .
2- يستعمل في التوزيعات الملتوية
3- يمكن استعماله في حالة الفئات المفتوحة من احد طرفيها او من كليهما .
4- يمكن حسابه من خلال الرسم البياني واستخدامه في رسم الخرائط.
5- يتوسط القيم في الجداول التكرارية اكثر من الوسط الحسابي .
6- مجموع قيم الانحرافات المطلقة عن الوسيط اقل او تساوي مجموع الانحرافات المطلقة عن أي قيم اخرى مثل الوسط الحسابي .

عيوبه :

1- لا يخضع للعمليات الجبرية لان قيمته لا تتاثر بتغير قيمة المجموعة فهو مقياس غير حساس للتغيرات في قيم المشاهدات
2- يصعب حسابه في البيانات الوصفية بمعيار اسمي .
3- لا يستخدم في المقارنات كما هو الوسط الحسابي .

المنوال The Mode :

هو احد مقاييس النزعة المركزية الاقل دقة وغالبا ما يستعمل للمقارنات السريعة التي لا تتطلب درجة عالية من الدقة . والمنوال لمجموعة من القيم هي القيم التي تتكرر اكثر من غيرها او القيمة الاكثر شيوعا ، وقد تكون المجموعة وحيدة المنوال unmodal او ثنائية المنوال bimodal او قد لا يكون لمجموعة من القيم منوالا . اما في حالة البيانات المبوبة فتكون قيمة المنوال مركز الفئة المنوالية التي تقابل اكبر تكرار في حالة التوزيع المتماثل .

اولا : المنوال للبيانات غير المبوبة : المنوال = القيمة الاكثر تكرار

مثال (1) : ما هو المنوال لقيم التبرعات للمجهود الحربي للطلبة ؟

11 ، 10 ، 6 ،8 ، 7 ، 9 ، 9 ، 5، 10 ، 9

المنوال الوحيد هو = 9

مثال(2) : اوجد قيمة المنوال من البيانات الاتية : 5 ، 10 ، 20 ، 24 ، 15 ،5 ، 25 ، 20

نلاحظ ان لهذه المجموعة قيمتان منواليتان هما 5 ، 20

مثال (3) : اوجد قيمة المنوال من البيانات الاتية : 5,8، 10 ، 4 ، 15 ، 12

نظرا لعدم تكرار أي قيمة من قيم هذه المجموعة فلا يوجد منوال لها .

ثانيا : المنوال للبيانات المبوبة :

1- ويحسب بالصيغة الاتية : $\mathrm{mod} = L + \frac{d1}{d1+d2}H$

اذ ان :

L= الحد الادنى للفئة المنوالية " الفئة التي تحتوي على اكبر تكرار " .

d1 = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة لها .

d2 = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة لها .

H = طول الفئة المنوالية

مثال : اوجد المنوال لبيانات المثال الاتي :

	التكرارات f	الفئات c
	2	10-14
	3	15-19
التكرار السابق d1 = 4-3	3	20-24
تكرار الفئة المنوالية	4	25-29
التكرار اللاحق d2 = 4-3	3	30-34
	3	35-39
	2	40-44
	20	Σ

لذا فان المنوال يساوي :

$$\mathrm{mod} = L + \frac{d1}{d1+d2}H$$
$$= 25 + \frac{1}{1+1}.5 = 27.5 = 27$$

تمرين : الجدول الاتي يمثل غيابات 30 طالبة ، ما هو المنوال للغيابات ؟

التكرار	الغياب
6	1-3
15	4-6
5	7-9
4	10-12
30	المجموع

خواص المنوال :

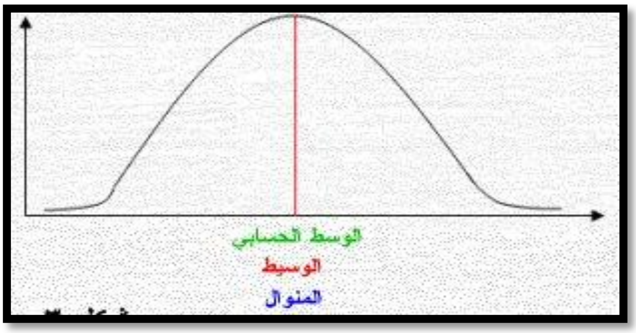
1- يتميز بسهولة حسابه رياضيا وبيانيا .
2- لا يتاثر بالقيم المتطرفة
3- يمكن حسابه في حالة الفئات المفتوحة من احد طرفيها او من كليهما .
4- يمكن استعماله مع القيم الكمية والنوعية .
5- يتاثر بطول الفئة في التوزيع ، اذ تتغير قيمته بتغير عدد الفئات في التوزيع التكراري (لان تغير عدد الفئات يغير قيمة مركز الفئة التي تحتوي على اكبر تكرار)

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال :

هناك علاقة بين الوسط والوسيط والمنوال وتاخذ هذه العلاقة اربع حالات مختلفة وهي :

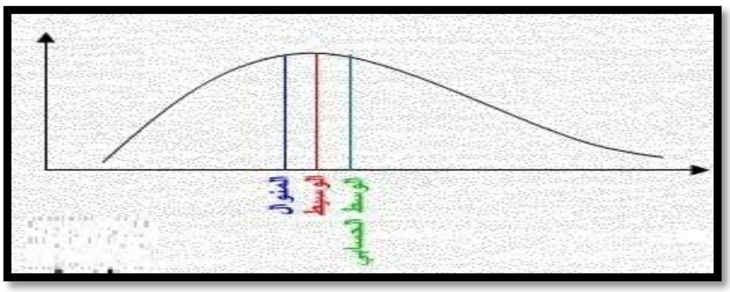
1- في حالة التماثل symmetry يتجانس شكل المنحنى تماما ، كما في الشكل الاتي اذ تتطابق المتوسطات الثلاثة (الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال) أي

$$Mean = Med = Mod$$



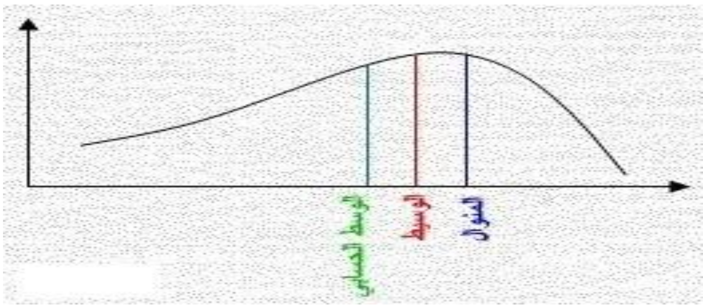
شكل التوزيع المتماثل

2- في حالة كون المنحنى غير متماثل أي مفرطحا skewness والتفرطح نحو جهة اليمين أي ان الالتواء موجب (+) لذا فان العلاقة تكون mean > med > mod أي ان الوسط الحسابي اكبر من الوسيط وهذا اكبر من المنوال بحسب ما موضح بالشكل الاتي :



الموضع النسبي للمنوال والوسيط والمتوسط للمنحنى التكراري الملتوي نحو اليمين

3- في حالة كون المنحنى غير متماثل أي مفرطح والتفرطح نحو جهة اليسار أي ان الالتواء سالب (-) لذا فان العلاقة تكون mean < med < mod أي ان الوسط الحسابي اصغر من الوسيط وهذا اصغر من المنوال بحسب ما موضح في الاتي:



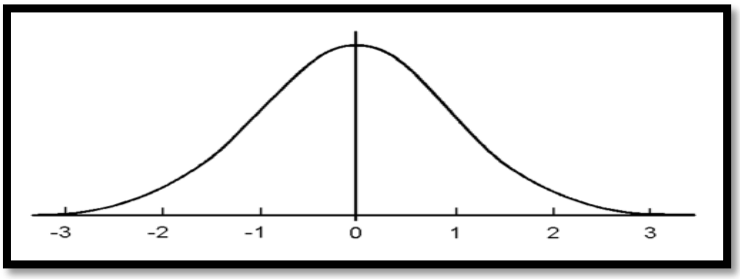
الموضع النسبي للمنوال والوسيط والوسط للمنحنى التكراري الملتوي نحو اليسار

4- في حالة كون منحنى التوزيع متفرطح باعتدال فان العلاقة ستكون

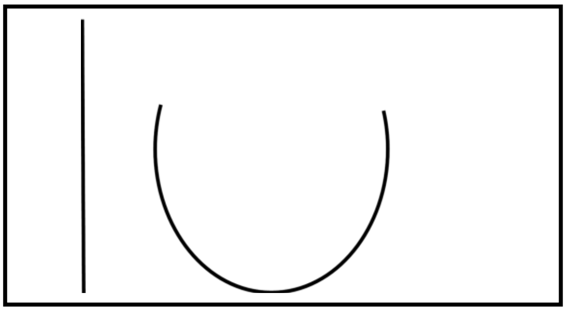
$$Mean - Mod = 3\,(Mean - Med)$$

والجدير بالذكر ان البيانات يمكن توزيعها على شكل منحنيات مختلفة بقسمين اساسيين هما :

اولا : منحنيات متماثلة : واهمها المنحنى الطبيعي والمنحنى النوني .

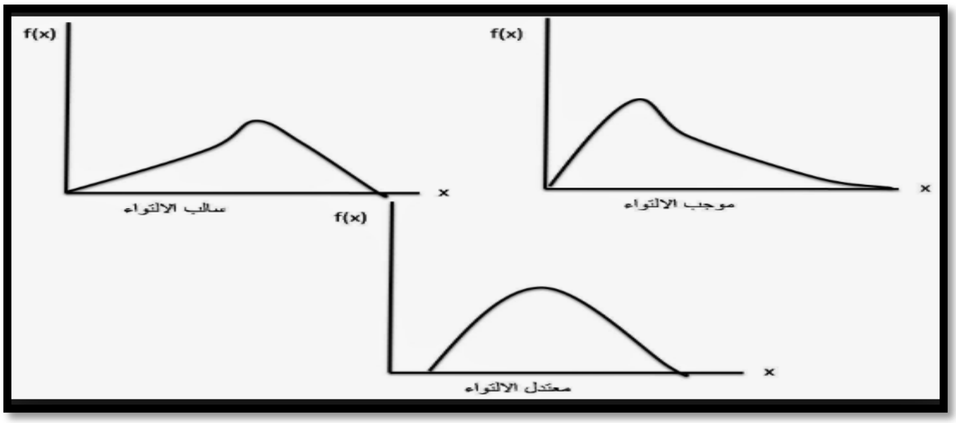


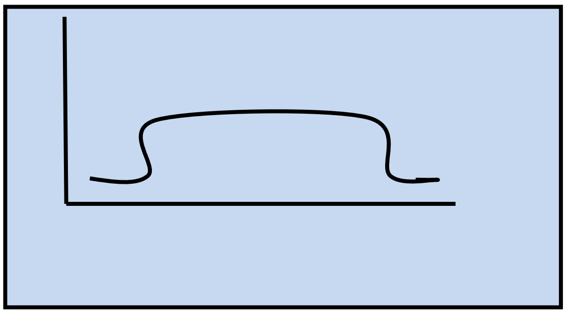
المنحنى الطبيعي (المتماثل)



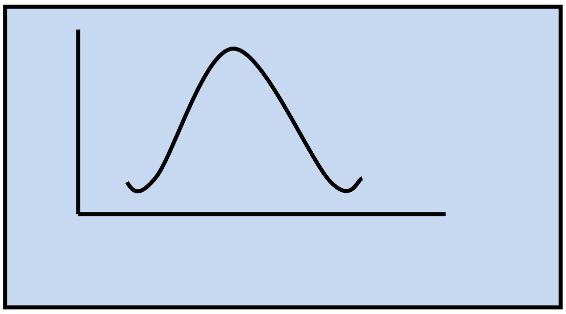
المنحنى النوني

ثانيا : منحنيات غير متماثلة (ملتوية) : وهي خاصة بالبيانات ذات القيم المتطرفة ومنها :





منحنى مفلطح



منحنى مدبب

التمارين

1- الوسط الحسابي لعشرة قيم هو (15) فما هو مجموع القيم ؟
2- الوسط الحسابي للقيم (63 ، x ، 7 ، 8) هو 7 فما قيمة X ؟
3- جدي متوسط (معدل ما صرفتيه يوميا خلال الاسبوع الماضي)
4- جدي معدل درجاتك الموزعة بعدد ساعات دراستك الاسبوعية : افترضي البيانات .
5- اذا كانت درجات (10) طالبات بمادة الاحصاء لامتحان من (15 درجة) موزعة كالاتي :

الفئات	0 - 4	5 - 9	10- 14	المجموع
Fi	5	2	3	10

فما هو المستوى العلمي الدراسي لهن ؟

6- احسب معدل الاجر الشهري للعامل لعينة من (90) عامل ؟

الاجر xi	75	150	300	المجموع
عدد العمال fi	10	30	50	90

7- اعتمادا على البيانات الاتية : جد مقاييس المتوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال ؟

الفئات	40- 49	50 – 59	60 – 69	70 - 79	80 - 89	90 - 99
Fi	3	5	11	6	4	2

ثانيا : مقاييس التشتت Measures of Dispersion :

ان مقاييس النزعة المركزية قد تكون غير كافية لوصف مجموعة من البيانات وصفا كاملا ، فقد تتساوى بعض العينات في وسطها الحسابي على الرغم من اختلاف توزيع بياناتها حول مركزها . ويمكن توضيح ذلك بالعينات الاتية ذات الوسط الحسابي الواحد ولكنها بلا شك تختلف عن بعضها .

عينة (1) : 10،9،8،11،12

عينة (2) : 19 ، 5 ، 16 ، 7 ، 3

فالبرغم من ان الوسط الحسابي يساوي ((10)) للعينتين الا ان التشتت او الاختلاف بين القيم في كل عينة غير متساو ، فمن الواضح ان بيانات العينة الاولى اكثر تقاربا فيما بينها أي اقل تشتتا او تباعدا فيما بينها من بيانات العينة الثانية .

لذا دعت الحاجة لايجاد مقاييس لقياس درجة تجانس (تقارب) او تشتت (تباعد) قيم البيانات بعضها عن البعض الاخر . هذه المقاييس تسمى مقاييس التشتت او الاختلاف ، وهي مقاييس عددية تستعمل لقياس مجموعة البيانات ووصفها ولمقارنة مجموعات البيانات المختلفة بعضها مع البعض الاخر .

وقد تكون قيمة التشتت او التباين مساوية للصفر اذا لم يكن هناك اختلاف بين البيانات أي اذا كانت جميع البيانات متساوية في قيمتها في حين يكون التشتت او التباين كبيرا اذا زادت الاختلافات بين البيانات وبعدت في قيمتها عن متوسطها الحسابي . لذا يعد تشتت القيم او تباينها مقياسا لتركز البيانات حول المتوسط ، او قرب بعضها من البعض الاخر ، ومما لا شك فيه ان تجانس البيانات داخل أي مجتمع احصائي او أي عينة من المقاييس المهمة التي لا يمكن للباحث ان يستغني عنها باي مقياس اخر من مقاييس المتوسط . ومن اشهر و اهم مقاييس التشتت هي :

1- المدى
2- التباين
3- الانحراف المعياري
4- الخطا المعياري
5- معامل الاختلاف
6- الدرجة المعيارية

المدى The Range :

يعد المدى من اسهل مقاييس التشتت تعريفا وحسابا ويعطينا فكرة سريعة عن مدى تفرق البيانات . والمدى في البيانات **غير المبوبة** لمجموعة من البيانات هو الفرق بين اكبر قيمة واقل قيمة في المجموعة ويرمز له بـ R ويحسب بالصيغة الاتية : $R = X_{max} - X_{min}$

اما في **البيانات المبوبة** فهو يمثل بالفرق بين الحد الاعلى للفئة العليا (الاخيرة) والحد الادنى للفئة الدنيا (الاولى).

مثال : احسب المدى لجدول التوزيع التكراري الاتي :

الفئات	5 -10	10 - 15	15 -20	20 - 25	25 - 30
التكرارات	4	5	6	2	3

الحل :

الحد الاعلى للفئة الاخيرة = 30 الحد الادنى للفئة الاولى = 5 ← $R = 30 - 5 = 25$

التباين Variance :

يعد من افضل مقاييس التشتت واكثرها استخداما ولا سيما في المجالات التطبيقية ، ويعرف بانه متوسط مجموع مربعات انحراف القيم عن وسطها الحسابي . وحجم قيمته لها دلالة مهمة فعندما تكون كبيرة فذلك يعني ان قيم المشاهدات مشتتة غير متجانسة ومتباعدة عن بعضها وعن وسطها اما اذا كانت منخفضة فيعني ان القيم متقاربة ومتجانسة مما يعني انها تقيس مدى انتشار البيانات حول وسطها الحسابي . ومن الامثلة التطبيقية للافادة من التباين هو الارباح فكلما زاد تباين القيم في الارباح في بورصة الاستثمار المالية لشركة معينة دل ذلك على ارتفاع مخاطر الاستثمار فيها . والتباين يختلف من عينة لاخرى على عكس الوسط الحسابي الذي يمكن ان يكون له نفس الوسط لعينتين لكنهما مختلفتين الانتشار والتباين ،ولكن لا يفضل استخدام التباين في العينة التي تحوي قيم متطرفة لانها تتاثر بها وتكون غير متحيزة .

ويحسب التباين وفق طبيعة البيانات وكما ياتي :

اولا : البيانات غير المبوبة : وصيغتها الرياضية كما ياتي :

$$S^2 = \frac{\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}$$

$$\text{or} \quad S^2 = \frac{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}}{n-1} \quad \text{الطريقة المختصرة}$$

مثال : جد التباين للقيم الاتية : (3 ، 7 ، 9 ، 5 ، 8 ، 4 ، 6)

الحل :

$\left(\bar{X} - Xi\right)^2$	$\bar{X} - Xi$	X_i
9	3-	3
1	1	7
9	3	9
1	1-	5
4	2	8
4	2-	4
0	0	6
28	0	Σ 42

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{42}{7} = 6$$

$$S^2 = \frac{\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{28}{6} = 4.66$$

و باخذ الجذر التربيعي لقيمة التباين نحصل على قيمة الانحراف المعياري S أي $\sqrt{4.66}$ =S والتي تساوي 2.16 .

تمرين : ماهو التباين بالطريقة المختصرة

ثانيا : البيانات المبوبة :والصيغة الرياضية للتباين هي :

$$S2 = \frac{\sum fi(x_i - \bar{x})^2}{\sum fi - 1}$$

حيث x_i تمثل مركز الفئة وهي القيمة الناتجة عن مجموع حدي الفئة على 2

مثال : جد التباين من التوزيع التكراري الاتي :

الفئات	8 – 4	12 – 8	16 -12	20 - 16	24 - 20
التكرارات	3	2	2	4	2

الحل :

الفئات	التكرارات f_i	مركز الفئة x_i	$f_i\ x_i$	$(\bar{x} - x_i)$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$fi(\bar{x} - x_i)^2$
8 - 4	**3**	**6**	**18**	**8-**	**64**	**192**
12-8	**2**	**10**	**20**	**4-**	**16**	**32**
16- 12	**2**	**14**	**28**	**0**	**0**	**0**
20-16	**4**	**18**	**72**	**4**	**16**	**64**
24-20	**2**	**22**	**44**	**8**	**64**	**128**
المجموع	**13**		**182**	**0**		**416**

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{182}{13} = 14$$

$$S2 = \frac{\sum fi(x_i - \bar{x})^2}{\sum fi - 1} = \frac{416}{12} = 34.66$$

معامل تصحيح شيبرد Shepried للتباين :

تتعرض جميع المقاييس ومنها التباين للاخطاء عند عملية تجميع البيانات تسمى باخطاء التجميع ولتصحيح هذا الخطا نستخدم هذا المعامل للتصحيح .

$$S^2 = S^2 - \frac{L^2}{12}$$

حيث L تمثل طول الفئة

الانحراف المعياري Standard Deviation :

ان هذا المقياس يعد من اهم مقاييس التشتت واكثرها شيوعا واستعمالا ، لدقته وقابليته للعمليات الجبرية فضلا عن انه يدخل في حساب كثير من المقاييس الاحصائية الاخرى . والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ، ويرمز له بـ (σ) في حالة المجتمع و (S) في حالة العينة .

والانحراف المعياري يحسب للبيانات غير المبوبة والمبوبة على وفق الصيغ الاتية :

اولا : للبيانات غير المبوبة : وصيغته الرياضية كمايلي :

الطريقة المختصرة
$$S = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}}$$

الطريقة المطولة
$$S = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
or

مثال : احسب الانحراف المعياري من البيانات الاتية : التي تمثل عينة من الامطار لاماكن مختلفة عددها (7)
3 ، 4 ، 9 ، 5 ، 7 ، 8 ، 6

الحل : بالطريقة المطولة :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{42}{7} = 6$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{28}{6}} = \sqrt{4.66} = 2.16$$

$(\bar{X} - Xi)^2$	$\bar{X} - Xi$	X_i
9	3-	3
4	2-	4
9	3	9
1	1-	5
1	1	7
4	2	8
0	0	6
28	0	المجموع 42

الحل بالطريقة المختصرة :

X_i^2	X_i
9	3
16	4
81	9
25	5
49	7
64	8
36	6
280	المجموع 42

$$S=\sqrt{\frac{\sum x_i^2-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}}=\sqrt{\frac{280-\frac{(42)^2}{7}}{6}}$$

$$S=\sqrt{\frac{280-252}{6}}=\sqrt{4.66}=2.16$$

ويمكن ان نحصل على قيمة التباين من خلال تربيع قيمة الانحراف المعياري اذ $(2.16)^2$ التي تساوي 4.66 .

ثانيا : للبيانات المبوبة : وصيغتها الرياضية :

الطريقة المختصرة $$S=\sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2-\frac{(\sum f_i x_i)^2}{\sum fi}}{\sum f_i-1}}$$

$$\text{or } S=\sqrt{\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum f_i-1}}$$ الطريقة المطولة

مثال : احسب الانحراف المعياري من جدول التوزيع التكراري الاتي :

الفئات	62 – 60	65 - 63	68 – 66	1 - 69	74 – 72
التكرارات	5	18	42	27	8

الحل بالطريقة المطولة :

الفئات	التكرارات f_i	مركز الفئة x_i	F_iX_i	$\bar{X}-Xi$	$(\bar{X}-Xi)^2$	$fi(\bar{X}-Xi)^2$
62-60	5	61	305	6.45-	41.602	208.012
65-63	18	64	1152	3.45-	11,902	214.245
68-66	42	67	2814	0.45-	0.202	8.505
71-69	27	70	1890	2.55	6.502	175.567
74-72	8	73	584	5.55	30.802	246.420
المجموع	100		6745			852.750

$$\bar{x}=\frac{\sum fixi}{\sum fi}=\frac{6745}{100}=67.45$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum fi - 1}} = \sqrt{\frac{852.750}{99}}$$

$$S = \sqrt{8.613} = 2.93$$

الحل بالطريقة المختصرة :

الفئات	التكرارات f_i	مركز الفئة x_i	x_i^2	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
62-60	5	61	3721	305	18605
65-63	18	64	4096	1152	73728
68-66	42	67	4489	2814	188538
71-69	27	70	4900	1890	132300
74-72	8	73	5329	584	42632
المجموع	100			6745	455803

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2 - \frac{(\sum f_i \; x_i)^2}{\sum f_i - 1}}{\sum fi - 1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{455803 - \frac{(6754)^2}{100}}{100-1}} = \sqrt{8.6136} = 2.93$$

ملاحظة : اذا كانت البيانات تتوزع طبيعيا فان ما مقداره اكثر من 68% من البيانات تبتعد عن وسطها الحسابي بمقدار انحراف معياري واحد من جهة اليمين $(\bar{x}+s)$ ومن اليسار $(\bar{x}-s)$وكذلك ما مقداره اكثر من 95% من البيانات تبتعد عن وسطها الحسابي بمقدار 2 انحراف معياري $(\bar{x}+2s)$ يمين $(\bar{x}-s)$ يسار .

تمارين

تمرين 1 : توزعت مجموعة من دكاكين بيع الخضر في المواقع الاتية ، فما هو الانحراف المعياري والتباين للتباعد بينها ؟

الاول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس
9	8	7	7	7	5

تمرين 2: اذا كان مجموع مربعات (20) مفردة يساوي (820) ووسطها الحسابي (5) فما هو الانحراف المعياري والتباين لها .

تمرين3 : مجموع قيم عددها (7) هو (35) ومجموع مربعات انحرافها عن الوسط الحسابي هو (28) جد الانحراف المعياري والتباين ؟

تمرين 4 : مجموعة قيم وسطها (16) وتباينها(3) ما هو الانحراف المعياري ؟

تمرين 5: مجموع مربعات (8) قيم هي (256) وكان مجموعها (23) فما هو الانحراف والتباين؟

تمرين 6 : في الجدول دراسة لمجاميع عمرية لمنطقة سكنية احسب الانحراف المعياري والتباين لهم ؟

الفئات	1-7	8-14	15- 21	22- 28	29 -35	36 فاكثر
التكرارات	4	9	28	33	16	25

الخط المعياري " القياسي " Standard Error

عند اخذ عينات عشوائية مختلفة القيم nii من مجتمع احصائي متجانس ،فاوساطها الحسابية ستكون بالتاكيد مختلفة وبالتالي فان انحرافاتها المعيارية المحسوبة من تلك العينات ستكون مختلفة ايضا نتيجة لما يعبر عنه بخطا المعاينة . ولذلك فان عملية قياس انحراف المتوسطات الحسابية لتلك العينات عن الوسط الحسابي **للمجتمع** الاحصائي الماخوذة منه تلك العينات يسمى بالخطا المعياري "القياسي" الذي يحدث بمحض الصدفة ، وليس للباحث سيطرة عليه ، ويرمز له (S.E) الذي يحسب بقسمة قيمة الانحراف المعياري على الجذر التربيعي لعدد وحدات "مفردات" العينة أي $S.E = \frac{s}{\sqrt{n}}$ ، والخطا المعياري هو مقياس يستخدم لاختبار الثقة والاختبارات المعنوية . وتجدر الاشارة هنا الى انه كلما زاد حجم العينات الماخودة من المجتمع يصبح من المتوقع ان يكون الانحراف بين متوسطات هذه العينات اقل من الانحراف بين متوسطات العينات ذات الاحجام الصغيرة . ولذلك فان دقة تماثل متوسط العينة مع متوسط المجتمع يعتمد على حجم العينة وكلما كان (S.E) قليل كان اكثر دقة وهذه الدقة تزداد مع زيادة حجم العينة الماخوذة من المجتمع .

الفرق بين الانحراف المعياري والخطا المعياري : الانحراف المعياري هو مقياس لمعرفة الانحراف بين قيم العينة عن وسطها ،اما الخطا المعياري فيقيس انحراف متوسط العينة عن متوسط المجتمع أي مدى دقة تمثيل متوسط العينة لمتوسط المجتمع . ولذلك اذا تساوى المتوسطات يكون الخطا صفر.

مثال : قام باحث جغرافي باخذ مجتمعين متساويين في انحرافهما المعياري البالغ 2 واخذ عينات من المجتمع الاول بحجم 16مفردة ومن المجتمع الثاني بحجم 64 مفردة.

فالخطا القياسي من المجتمع الاول يساوي :

$$S.E = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{16}} = \frac{2}{4} = 0.50$$

والخطا القياسي من المجتمع الثاني يساوي :

$$S.E = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{64}} = \frac{2}{8} = 0.25$$

ومن النتائج في اعلاه يتضح لنا ان الانحراف القياسي لمعدلات العينات الماخوذة من المجتمع الثاني مساوية لنصف الانحراف القياسي لمعدلات عينات المجتمع الاول . لذا يمكن القول بان دقة معدل العينة الثاني في تمثيل معدل المجتمع μ افضل من الاول .

مقاييس الاختلاف :

تستخدم مقاييس الاختلاف لمعرفة مدى التشابه والاختلاف بين مجموعتين او اكثر من القيم مما يتطلب المقارنة من جهة بين مقاييس نزعتها المركزية ومقاييس تشتتها . ومن اهم هذه المقاييس :

1- **الاختلاف النسبي** = $\frac{\text{الانحراف المتوسط}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100$

2- **معامل الاختلاف Coefficient of variation :**

وهو يمثل الانحراف المعياري معبرا عنه كنسبة مئوية من الوسط الحسابي ، ويرمز له بالرمز C.V.
ويحسب على وفق الصيغة الاتية :

للمجتمع $C.V = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$

للعينة $C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$

وهناك صورة اخرى لمعامل الاختلاف اذا تعذر حساب الانحراف المعياري (σ) والوسط الحسابي ($\bar{X}$) كما في حالة الفئات المفتوحة ، او وجود قيم شاذة متطرفة ، وفي هذه الحالة يمكن استخدام الوسيط بدلا من الوسط الحسابي في حساب معامل الاختلاف من الصيغة الاتية :

معامل الاختلاف (C.V) = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسيط}} \times 100$

ويستعمل معامل الاختلاف لاغراض المقارنة بين الظواهر فكلما كان معامل الاختلاف للمجموعة اصغر كانت قيم المجموعة اكثر تجانسا والعكس صحيح . ان هذا المعامل يعد افضل انواع مقاييس التشتت كونه يعتمد على افضل مقاييس النزعة المركزية من جهة ، وعلى افضل مقاييس التشتت من جهة اخرى ، فضلا عن ان القيم الناتجة من حسابه التي تكون بشكل نسبة مئوية مجردة من وحدة القياس كالاوزان والاحجام والاطوال ووحدات النقد المختلفة وغيرها التي تساعد الباحث في امكانية قياس مقدار التشتت والتبعثر لصفات تختلف في وحدات القياس ، أي يمكننا من المقارنة بين مجموعات او صفات او متغيرات بغض النظر عن وحدات قياسها .
وعلى العموم يمكن القول بان الحد الاعلى لمعامل الاختلاف الذي يمكن قبوله في التجارب الحقلية يجب ان لا يزيد عن 20% اما في التجارب المختبرية او التجارب المسيطر عليها فيجب ان لا تزيد قيمة هذا المعامل عن 15% .

مثال : من بيانات الجدول الاتي جد أي من الدول هي اقل تشتتا في توزيع الدخل الفردي السنوي ؟

الدولة	الوحدة النقدية	متوسط دخل الفرد $\bar{X}$	الانحراف المعياري σ
A	اليورو	1500	900
B	الباون الاسترليني	2200	1100
C	الدولار	1600	1040

الحل:

بتطبيق صيغة معامل الاختلاف للمجتمع σ نحصل على :

1- بالنسبة لدولة A $C.V_A = \frac{900}{1500} \times 100 = 60\%$

2- بالنسبة لدولة B $C.V_B = \frac{1100}{2200} \times 100 = 50\%$

3- بالنسبة لدولة C $C.V_C = \frac{1040}{1600} \times 100 = 65\%$

فالتشتت او الاختلاف او التباين في توزيع الدخل في الدولة B اقل مما هو عليه في الدولة A و C فضلا عن ان التشتت في توزيع الدخل في الدولة A اقل مما هو عليه في الدولة C.

لذا يمكن القول بان الدولة B اكثر عدالة في توزيع الدخل الفردي لمجتمعها من الدولة A و C .

مثال : قارن الاختلاف بين الدخل والسكان في العراق خلال السنوات (71 – 1976) :

السنة	الدخل القومي X	السكان Y
1971	1.08	9.8
1972	1.17	10,1
1973	1.41	10.4
1974	3.00	10.8
1975	3.50	11.6
1976	4.48	11.5

تمرين : اذا كان الانحراف المعياري للامطار الشتوية في البصرة(5,01) ملم ووسطها الحسابي (125,3) ملم وفي بغداد (38,44) ملم ووسطها (111,4) ملم ، قارن الاختلاف والتشتت بين المدينتين وايهما افضل .

الدرجة المعيارية Standard Score :

هي تعبير كمي يدلنا على انحراف الدرجة " المشاهدة " الخام عن الوسط الحسابي باستخدام الانحراف المعياري مقياسا ، فهي تحدد موقع المشاهدة الخام من الوسط الحسابي اتجاها وبعدا ، فالاتجاه تحدده الاشارة (+) او (-) فاذا كانت الدرجة موجبة فتكون اعلى من الوسط الحسابي وبالضد من ذلك اذا كانت الاشارة سالبة . اما البعد فيعني كبر القيمة ، فكلما كبرت القيمة ابتعدت عن الوسط الحسابي وبالعكس من ذلك .

وتستعمل الدرجة المعيارية لمقارنة قيمتين او اكثر مختلفتين بوحدة القياس من حيث الافضلية ويرمز لها بالحرف Z وتحسب بالصيغة الاتية :

$$Z = \left[\frac{x_i - \bar{x}}{S} \right]$$

ومن ثم اذا قمنا بتحويل جميع القيم x_i لدرجات معيارية فان وسطها الحسابي يساوي (صفر) وانحرافها المعياري يساوي (1) .

مثال : كانت درجات احد طلاب المرحلة الرابعة لعلوم الرياضيات لمادتين دراسيتين بحسب ما ياتي :

البيان	التحليل الكمي	بحوث العمليات
درجة الطالب X	82	88
الوسط الحسابي لطلبة المرحلة X	74	79
الانحراف المعياري لطلبة المرحلة S	10	15

المطلوب : في اي المادتين كان تحصيل الطالب افضل بالنسبة لمستوى المرحلة ؟ او كانت قابليته في الاستيعاب اعلى ؟

الحل : الدرجة المعيارية لمادة التحليل الكمي .

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{82 - 74}{10} = 0.8$$

الدرجة المعيارية لمادة بحوث العمليات

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{88 - 79}{15} = 0.6$$

بما ان قيمة Z الخاصة بالتحليل الكمي اكبر من قيمة Z الخاصة ببحوث العمليات ، لذلك يمكن القول بان تحصيل الطالب بمادة التحليل الكمي افضل من تحصيله في بحوث العمليات ، على الرغم من ان الدرجة الخاصة ببحوث العمليات تدل على الضد من ذلك . لذلك من فوائد الدرجة المعيارية انها تعطينا صورة عن مكان الدرجة من الوسط الحسابي وبالتالي نستطيع ان نتعرف على موقع الطالب بالنسبة لزملائه .

مثال : اذا كانت انتاجية القمح لمحافظة الانبار 427 طن / للدونم والانتاجية في البصرة (250) طن / للدونم وان المتوسط الحسابي لجميع المحافظات في العراق هو (267,4) طن والانحراف المعياري لهم 96.2 طن . فما هي النتائج المستحصلة من المقارنة فيها ؟

$$z = \frac{x_1 - \bar{x}}{S} = \frac{250 - 276{,}4}{96.2} = -0.27$$ للبصرة

$$z = \frac{x_1 - \bar{x}}{S} = \frac{427 - 276{,}4}{96.2} = 1.56$$ للانبار

بما ان الدرجة المعيارية للانبار اكبر من البصرة ممايعني ان الانتاج فيها افضل .

تمرين : وزعت اعداد العاملين(بألاف العمال)لاربعة قطاعات اقتصادية بين بغداد والبصرة عام 2000 م كما يلي في الجدول ، احسب معامل الاختلاف بين المدينتين والدرجة المعيارية لكل قطاع مفسرا النتائج.

القطاع	البصرة	بغداد
الزراعة والصيد	1.2	5.9
التعدين	1.4	1.4
الصناعة	7.5	2.3
الكهرباء	1.1	1.3