

Chapter Three الفصل الثالث

الحث الكهرومغناطيسي

Electromagnetic Induction

Sequence:20

- المقدمة.
- ربط المحاثات (الملفات) على التوازي.

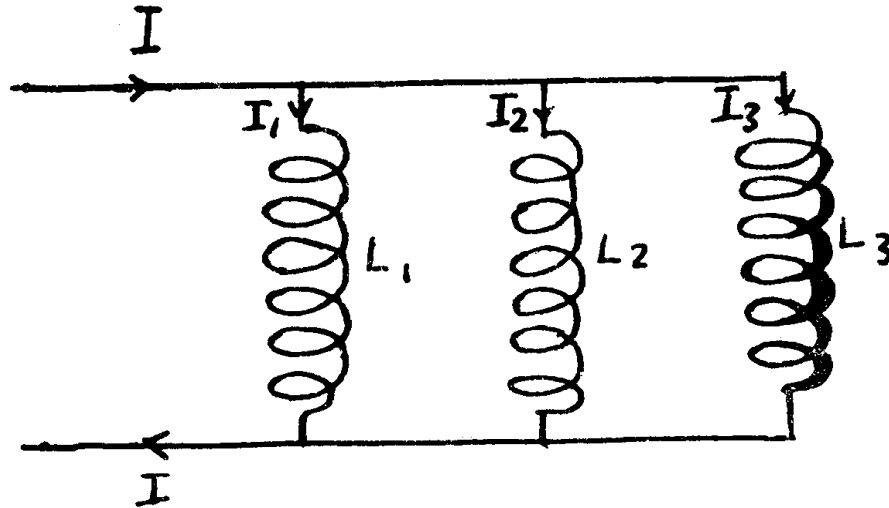
المقدمة

- عند توصيل عنصرين أو أكثر في دائرة كهربائية على التوازي يقع على كل عنصر نفس فرق الجهد الكهربائي. وان فرق الجهد واحد على طرفي جميع المقاومات. وتكون شدة التيار الكلي / في الدائرة تساوي مجموع شدة التيارات المارة في كل مقاومة. ويمكن تعيين شدة التيار المارة في كل مقاومة باستخدام قانون أوم .
- ولتعيين المقاومة المكافئة لمجموعة المقاومات الموصلة على التوازي ، تقوم بجمع مقلوبات المقاومات ، ونعین بذلك مقلوب المقاومة المكافئة. ومن الواضح أن المقاومات تجزئ التيار المار بكل منها وذلك بحسب مقلوب مقاومتها.
- تتميز دائرة المصابيح المستعملة في البيوت والمباني بأنها مرتبطة على التوازي . فإذا احترق إحد هذه المصابيح انطفت بمفردها من دون ان تنطفأ جميع المصابيح في الدائرة .
- ان حالة المقاومات اعلاه تنطبق بنفس الطريقة لحساب الحث المكافئ حيث يساوي مجموع مقلوبات المحاثات. وفي حالة وقوع كل محاثة (أي ملف) قريب من المجال المغناطيسي للآخرين فلا تنطبق طريقة الحساب اعلاه بسبب التأثير المتبادل بينهم .

ربط المحاثات (الملفات) على التوازي

• تربط الملفات (المحاثات) مع بعضها البعض على التوالي أو التوازي كما هو الحال مع المقاومات الكهربائية، ويمكن حساب المحاثة المكافئة عندما لا يكون هناك حالة اقتران بين تلك الملفات (أي أن $M=0$) أو يوجد حالة اقتران بينهما (أي أن $M \neq 0$).

• نفرض ان لدينا ثلاث محاثات L_1 و L_2 و L_3 مربوطة على التوازي كما في الشكل رقم (42) ، إذا كان الحث المتبادل معدوم بينها فإن عملية حساب المحاثة المكافئة ستكون بسيطة. فإذا فرضنا أن I يمثل التيار الكلي المتغير المار في المحاثة المكافئة. وأن I_1 و I_2 و I_3 هي التيارات الفرعية المارة في المحاثات L_1 و L_2 و L_3 على الترتيب.



- فإذا أهملنا الآن الحث المتبادل بينها
- فإن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة
- على طرفي المجموعة وعلى المحاثات
- تأخذ الصيغ التالية :-

شكل (42): ثلاثة محاثات مربوطة على التوازي.

$$\begin{aligned} \varepsilon_T = -L_T \frac{dI}{dt} \quad & \& \quad \varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \quad & \& \quad \varepsilon_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} \quad & \& \quad \varepsilon_3 = -L_3 \frac{dI_3}{dt} \quad & \dots\dots (43) \\ \frac{\varepsilon_T}{L_T} = -\frac{dI}{dt} \quad & \& \quad \frac{\varepsilon_1}{L_1} = -\frac{dI_1}{dt} \quad & \& \quad \frac{\varepsilon_2}{L_2} = -\frac{dI_2}{dt} \quad & \& \quad \frac{\varepsilon_3}{L_3} = -\frac{dI_3}{dt} \end{aligned}$$

• بما ان التيار الكلي يساوي مجموع التيارات الفرعية الماره في المحاثات، وعليه فإن :

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dI_3}{dt} \quad \dots\dots (44)$$

• بتعويض المعادلات (43) في المعادلة (44)، نحصل على المعادلة

$$\frac{\varepsilon_T}{L_T} = \frac{\varepsilon_1}{L_1} + \frac{\varepsilon_2}{L_2} + \frac{\varepsilon_3}{L_3}$$

• المجاورة رقم (45) والتي تمثل المحاثه المكافئة عندما لا يوجد

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \quad \dots\dots (45)$$

• حث متبادل بين المحاثات، والسبب في ذلك لأن :

$$\varepsilon_T = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$$

• ويمكن تطبيق العلاقة رقم (45) ايضاً بالنسبة لمحاثات مربوطة على التوازي عددها اكثر من ثلاثة محاثات

وعندما تكون $M=0$.

• في حالة وجود حث متبادل بين ملفين (أي أن $M \neq 0$) مربوطين على التوازي فإنه توجد حالتين وهما كما يلي :

• أ) إذا كان التيار المار في الملفين بنفس الاتجاه :

• وعليه فإن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الناتجة على كل ملف هي :

• الق.د.ك. المحتثة في الملف الأول (46) $\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M \frac{dI_2}{dt}$

• الق.د.ك. المحتثة في الملف الثاني (47) $\varepsilon_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M \frac{dI_1}{dt}$

• بما أن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي المجموعة AB تساوي القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على كل

ملف، وعليه فإن : $\therefore \varepsilon_T = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$

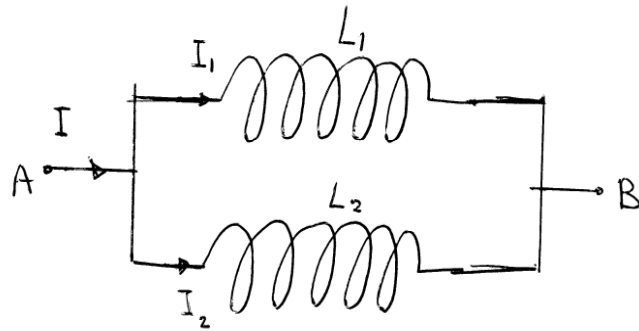
$I = I_1 + I_2$

• نحصل على العلاقة التالية :

$\therefore L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} = L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt}$

• ومن العلاقة الاخيرة نحصل على النتيجة التالية:

$\therefore \frac{dI_1}{dt} = \left(\frac{L_2 - M}{L_1 - M} \right) \frac{dI_2}{dt}$ (48)



شكل (43): ملفين مربوطين على التوازي والتيار المار فيهما بنفس الاتجاه.

- بما ان التيار الكلي يساوي مجموع التيارين الفرعيين، اذن :

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} \quad \dots (49)$$

- من المعادلتين (48) و (49) نحصل على العلاقة التالية :

$$\therefore \frac{dI}{dt} = \left[\left(\frac{L_2 - M}{L_1 - M} \right) + 1 \right] \frac{dI_2}{dt} \quad \dots (50)$$

- نحاول الآن الحصول على علاقة أخرى تحتوي فقط على التيار الكلي والتيار الفرعي الثاني وذلك لمقارنتها بالعلاقة

(50) والحصول على المحاثّة المكافئة (بعد استخدام المعادلة (46) وبعد ذلك تعويض المعادلة (48)) :-

$$\because \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \Rightarrow \therefore \varepsilon_1 = \varepsilon_T = -L_T \frac{dI}{dt}$$

$$\therefore \frac{dI}{dt} = \frac{1}{L_T} \left(L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \right)$$

$$\therefore \frac{dI}{dt} = \frac{1}{L_T} \left[L_1 \left(\frac{L_2 - M}{L_1 - M} \right) + M \right] \frac{dI_2}{dt} \quad \dots (51)$$

- بمقارنة العلاقتين (50) و (51) وأجراء بعض الخطوات الرياضية البسيطة المبينة لنحصل على المعادلة التالية :-

$$\therefore \left(\frac{L_2 - M}{L_1 - M} \right) + 1 = \frac{1}{L_T} \left[L_1 \left(\frac{L_2 - M}{L_1 - M} \right) + M \right]$$

$$\frac{L_1 + L_2 - 2M}{L_1 - M} = \frac{1}{L_T} \left(\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M} \right)$$

$$\therefore L_T = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \quad \dots \dots \dots (51)$$

- أن المعادلة (51) تمثل الحث المكافئ لملفين مربوطين على التوازي وان التيار المار في كلاهما بنفس الاتجاه.
- ب) إذا كان التيار المار في الملفين بعكس الاتجاه :
- وعليه فإن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الناتجة عن الحث الذاتي والحث المتبادل تكون متعاكسه وعليه فإن :

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - (-M \frac{dI_2}{dt}) \quad \dots \dots \dots \text{الـق.د.ك. المحتثة في الملف الأول}$$

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - (-M \frac{dI_1}{dt}) \quad \dots \dots \dots \text{الـق.د.ك. المحتثة في الملف الثاني}$$

• وبأجراء نفس الخطوات الرياضية للحالة (أ) نحصل على المعادلة التالية :-

$$L_T = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \quad \dots \dots \dots (52)$$

- أن المعادلة (52) تمثل الحث المكافئ لملفين مربوطين على التوازي وان التيار المار في كلاهما بعكس الاتجاه.

• مثال :

ملفان الحث الذاتي لهما 4 هنري و 6 هنري مربوطان على التوازي. فإذا كان الحث المتبادل بينهما 3 هنري. احسب الحث الذاتي للدائرة (الكلي) إذا كان الحث المتبادل يؤثر (أ) بنفس اتجاه الحث الذاتي (ب) بعكس اتجاهه.

الحل:

$$L_T = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

$$L_T = \frac{4 \times 6 - 3^2}{4 + 6 - (2 \times 3)}$$

$$L_T = 3.75 \text{ H}$$

• (1) الحالة الاولى يكون فيها التيار المار في الملفين بنفس الاتجاه

• ونستخدم المعادلة رقم (51):

• (2) الحالة الثانية يكون فيها التيار المار في الملفين بعكس الاتجاه

• ونستخدم المعادلة رقم (52):

$$L_T = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

$$L_T = \frac{4 \times 6 - 3^2}{4 + 6 + (2 \times 3)}$$

$$L_T = 0.94 \text{ H}$$

• وعليه فعند تغيير اتجاه التيار يمكن الحصول على الحث الكلي المطلوب

الخلاصة Summary

- تضمنت المحاضرة النقاط المهمة التالية :
- ربط المحاثات على التوازي وايجاد المحاثة الكلية (المكافئة) اذا كان معامل الارتباط يساوي صفراً.
- ايجاد المحاثة المكافئة لمفبين عندما يكون التيار المار في كليهما :
 - 1- بنفس الاتجاه.
 - 2- بعكس الاتجاه.
- ان التيار الكلي يساوي مجموع التيارات الفرعية الماره في المحاثات.
- أن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي المجموعة AB تكون مساوية للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة لكل محاثة منفردة.
- امكانية الحصول على محاثة متغيرة القيمة وحسب الحاجة في الدوائر الكهربائية والأجهزة، وذلك من خلال تغيير اتجاه التيار المار في الملفين.
- مثال .
- أختبار.