تكون القضية الشرطية كاذبة في حالة واحدة فقط عند صدق السابقة وكذب اللاحقة ، وتكون صادقة في جميع الحالات الباقية .

ق	ل	ق ⟵ ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ص

جدول رابطة التكافؤ

تكون القضية المتكافئة صادقة في حالتين : عند صدق كل من ق و ل معا ، وعند كذبهما معا وتكون كاذبة في الحالتين الاخريتين .

(١٤)

اذا دققنا النظر في جداول القيم للروابط المختلفة نلاحظ بوضوح مايأتي :-

اولا : أن العمود الاول من اليمين يحتوي من فوق على القضية ق ، وتحت ق نجد القيم (ص ، ص ، ك ، ك) وان العمود الثاني يحتوي من فوق على القضية ل وتحت ل نجد القيم ص،ك ،ص ، ك) فاذا ربطنا العمودين وجدنا تحت القضيتين ق و ل جميع احتمالات الصدق والكذب للقضيتين وبناءً على ذلك يمكننا تسمية هذا التناوب في الاحتمالات : احتمالات القيم .

ثانيا : اما العمود الثاني الذي نجده بعد الخط العمودي فانه يحتوي من فوق على القضية المركبة التي تظهر فيها الرابطة المنطقية ، وتحت القضية المركبة توجد مجموعة من القيم تختص بدور ووظيفة الرابطة المنطقية وماتكون عليه القضية المركبة في حالتي الصدق والكذب . وبناءً على ذلك يمكننا تسمية هذا العمود من القيم بدوال القيم Truth Functions او دوال الصدق . (٣) .

٣) لقد ادخل فتجنشتاين L. Wittgenstein في كتابه المعروف . Tractatus Logico – Philosophicus مجموعة من المصطلحات المنطقية اخذنا بعضها واهملنا الاخرى لاعتبارات التبسيط .

تم في المبحث الاول تدوين بعض الرموز المنطقية وماتعنيه على اساس شيوع استعمالها في منطق القضايا ، بينما بقيت رموز منطقية اخرى كثيرة تتعلق بحقول منطقية اخرى لم نذكرها ، ولكننا لن نهمل ذكرها ووظائفها المنطقية عندما يحين وقت استعمالها وهذه الرموز وغيرها تؤلف بلا شك ابجدية التدوين الرمزي ولكن الرموز بما هي عليه بحاجة الى مجموعة من القواعد البنائية الضرورية في سبيل بناء قضايا مركبة وصيغ يحتاج اليها عالم المنطق في تشكيل لغته الرمزية ، فيكون باستطاعته بعد ذلك التعبير بها عن الحقائق المنطقية وغير المنطقية بسهولة .

ولتقريب مانذهب اليه نضع نصب اعيننا للغة العربية لنفهم في ضوئها كيف نتدرج في البناء بدءاً بالابجدية وانتهاء بالعبارات والقضايا والجمل المعقدة .

فاللغة العربية تتكون من اصوات ندونها في رموز متعارف عليها هي الحروف ، وترابط هذه الحروف او الاصوات بعضها ببعض مكونة مجموعة كبيرة من المقاطع والكلمات ، ولاتتكون هذه التكوينات الجديدة كيفما اتفق ، بل تتحكم بها عادة مجموعة من القواعد الصوتية التي تسمح بترابط بعض الاصوات وتمنع اخرى (٤) . ولايتوقف بناء اللغة عند حدود المقاطع والكلمات بل تترابط الالفاظ بعضها مع بعض على وفق قواعد صرفية ونحوية لايجوز الخروج عليها ، بل ان الخروج عليها معناه تشكيل عبارات لاتمت للغة العربية بصلة من حيث القواعد النحوية . لذا يضطر الكاتب والمتحدث باللغة العربية الالتزام بهذه القواعد أن اراد أن يكون لكلامه معنى بعد مراعاة معاني الالفاظ اضافة الى مراعاة القواعد ويصدق الشيء نفسه بالنسبة لبناء اللغة الرمزية ، اذ تحتم الضرورة تعيين الابجدية الرمزية اولا ، وتعيين الادوار الصورية للرموز المستخدمة ثانيا ، وارتباط الرموز بعضها مع بعض لتكوين صيغ او رموز اكثر تعقيدا . ولايتم هذا الترابط كيفما اتفق ، بل يجري على وفق قواعد بنائية معينة . واذا كان للمعنى دوره المهم في بناء القضايا والعبارات والجمل في لغة الحياة اليومية ، فأن بناء الصيغ في اللغة الرمزية ، وهي لغة رمزية صورية بحتة تعتمد على مجموعة من القواعد الصورية .

٤) بغية الاطلاع على هذه الخصائص للغة العربية انظر كتاب " العين " للخليل بن احمد الفراهيدي وقد قام بتحقيقه الدكتور مهدي المخزومي والدكتور ابراهيم السامرائي ، ونشرته وزارة الثقافة والاعلام العراقية .

التي تسمح فقط ببناء صيغ صحيحة البناء ، ولاتسمح ببناء صيغ غير صحيحة البناء .

(١٦)

وبناء على ذلك يجب التمييز بين الصيغ الصحيحة البناء (ونرمز لها اختصارا صصب) والصيغ غير الصحيحة البناء (ونرمز لها اختصارا غصب) استنادا الى التعريف وتحديد المعنى المراد بكل نوع منها .

تعريف (٩)

الصيغة صحيحة البناء : متتابعة رمزية محدودة تتألف من رموز معينة ، ولاتخضع لبناء قاعدة بنائية واحدة في الاقل

تعريف (١٠)

الصيغة الصحيحة البناء : متتابعة رمزية محدودة تتألف من رموز معينة ، وتخضع لبناء القواعد البنائية المثبتة في اللغة الرمزية .

ولتوضيح مانذهب اليه قبل تثبيت القواعد البنائية نذكر الابجدية الرمزية لنظرية القضايا بابسط صورها وهي : –

أ . الروابط المنطقية : ¬ ، ٧ ، $\underline{\vee}$ ، ٨ ، ← ، ↔ .

ب . متغيرات قضايا : ق ، ل ، م ، ن .....

جـ . الاقواس : (...) ، [....] ، {...} .

فنقول على سبيل المثال ان الصيغة ¬ ق ٧ ل صيغة صحيحة البناء ، بينما تكون الصيغة التي تتألف من الرموز نفسها وهي ق ¬ ٧ ل صيغة غير صحيحة البناء . ولاجل

معرفة ذلك بدقة تامة يحتاج عالم المنطق الى تثبيت القواعد البنائية اولا وقياس الصيغ المبنية في ضوئها ثانيا . ومثل ذلك نجده بوضوح في لغة الحياة اليومية ، ولتقريب ذلك نذكر الامثلة الآتية : –

الجامعة مؤسسة اكاديمية ومركز للبحث العلمي

مؤسسة العلمي الجامعة مركز اكاديمية للبحث

نجد المثال الاول مستوفيا لقواعد بناء اللغة العربية ، والدليل على ذلك انه لاتوجد قاعدة بنائية يتجاوزها المثال من جهة ، ولاتوجد صعوبة تذكر لفهمها من حيث المعنى المراد لها من جهة اخرى ، اما المثال الثاني فانه غير مستوفي لعدد من القواعد البنائية بحيث يمكن القول ان هذا المثال ليس عربياً ، وان المعنى المراد ايصاله الى الاخرين عسير الفهم.

(١٧)

ننتقل الآن الى القواعد الصورية البنائية للقضايا بالترتيب ، ونبدأ بالخطوات التالية : –

اولا : خطوة تعيين متغيرات القضايا . ونختار المتغيرات حروفا ابجدية كبيرة من اللغة الانكليزية لكي لايلتبس الامر فلا يستطيع المرء التميز بين متغيرات القضايا في القواعد البنائية ، والتي يمكن ان تكون قضية بسيطة مركبة ، ومتغيرات القضايا في الصيغ المنطقية وهي بلا شك قضايا بسيطة .

وبناء على ذلك نختار الحروف الآتية : –

A, B, C, D .....

ثانيا : خطوة تعيين الروابط المنطقية ، فنختار مايأتي : –

¬ ، ٧ ، ٨ ، ← ، ↔

ثالثا : خطوة تعيين الاقواس وهي باشكال مختلفة حسب الحاجة : –

( ) ، [ ] ، { } .

القاعدة الاولى : (ونطلق عليها اسم قاعدة النفي) وصيغتها : –

اذا كانت A صيغة صحيحة البناء فان

$\neg A$ صيغة صحيحة البناء

وبتعبير آخر $\frac{A}{\neg\neg A}$ وتقرأ بالشكل الاتي : من صيغة صحيحة البناء A تكون صيغة اخرى هي $\neg A$ صيغة صحيحة البناء.

ونطلق على الخط الفاصل بين الصيغتين اسم "خط الانتقال او التحويل".

القاعدة الثانية : (ونطلق عليها اسم قاعدة البدل) وصيغتها : —

اذا كانت A صيغة صحيحة البناء ، وكذلك الصيغة B فان $A \vee B$ صيغة صحيحة البناء

وبتعبير آخر: $\frac{A \text{ ، } B}{A \vee B}$

وتقرأ بالشكل الاتي : من صيغة صحيحة البناء A واخرى B ، تكون صيغة جديدة صحيحة البناء هي $A \vee B$.

القاعدة الثالثة : (ونطلق عليها اسم قاعدة العطف) وصيغتها : —

اذا كانت A صيغة صحيحة البناء ، وكذلك الصيغة B فأن $A \wedge B$ صيغة صحيحة البناء.

وبتعبير آخر $\frac{A \text{ ، } B}{A \wedge B}$

وتقرأ بالشكل الاتي : من صيغة صحيحة البناء A واخرى B ، تكون صيغة جديدة صحيحة البناء هي $A \wedge B$.

القاعدة الرابعة : ونطلق عليها اسم قاعدة الشرطية) وصيغتها : —

اذا كانت A صيغة صحيحة البناء. وكذلك B ، فأن $A \leftarrow B$ صيغة صحيحة البناء.

وبتعبير آخر $\frac{B \text{ ، } A}{B \leftarrow A}$

وتقرأ بالشكل الآتي : من صيغة صحيحة البناء A وكذلك الصيغة B ، تكون صيغة اخرى صحيحة البناء هي $A \longleftarrow B$.

القاعدة الخامسة :(ونطلق عليها اسم قاعدة التكافؤ) وصيغتها : —

اذا كانت A صيغة صحيحة البناء ، وكذلك الصيغة B ، نكون صيغة اخرى صحيحة البناء هي $A \longleftrightarrow B$:

وبتعبير آخر $\frac{A \text{ ، } B}{A \leftarrow B}$

وتقرأ بالشكل الآتي : من صيغة صحيحة البناء A وكذلك الصيغة B ، نكون صيغة اخرى صحيحة البناء هي $A \longrightarrow B$.

القاعدة السادسة :(ونطلق عليها اسم قاعدة قوة الرابطة) وصيغتها : —

تختلف الروابط الاثنينية من حيث قوة الربط بين القضايا والصيغ ، فرابطة العطف تأتي في المقدمة ، تليها رابطة البدل. فرابطة الشرطية واخيرا رابطة التكافؤ. وبعبارة اخرى : اذا وجدت صيغة صحيحة البناء وقد وردت فيها روابط منطقية فإن لرابطة العطف في بناء الصيغة قوة أكبر على الربط من رابطة البدل. ولرابطة البدل قوة اكبر على الربط من رابطة الشرطية ، ولرابطة الشرطية قوة اكبر على الربط من رابطة التكافؤ.

القاعدة السابعة : (ونطلق عليها اسم قاعدة الاقواس) وصيغتها : —

من الضروري استخدام الاقواس في حصر الصيغ وفصلها لبيان حدود او مجال الرابطة او الصيغة وارتباطها بصيغ اخرى اذ يختلف شكل الصيغة ومعناها الصوري باختلاف وضع الاقواس واذا كنا نستغني عن

استعمال الاقواس بالاعتماد على قوة الرابطة بعض الاحيان ، فان من الصيغ مالايمكن تركه من دون اقواس اذا اردنا الحصول على صيغة منطقية نستخدمها بشكل سليم في عملية الاستنتاج او الاستدلال .

(١٨)

وفي سبيل توضيح اهمية هذه القواعد البنائية نجد ضرورة القيام بشرحها مع ذكر بعض الامثلة توخياً لبيان دورها في بناء اللغة المنطقية : –

شرح القاعدة الأولى : –

أ. أن أبسط تعبير عن القاعدة الأولى هو أن نفترض أن الصيغة الصحيحة البناء مؤلفة من قضايا بسيطة ، وعندئذ يمكننا الانتقال الى بناء صيغة صحيحة البناء جديدة استنادا الى منطوق القاعدة . مثال ذلك : –

اذا كانت ق صصب فان ¬—— ق صصب ، او بتعبير آخر:

ق

———

¬—— ق

ب. واذا كانت الصيغة المفروضة صحيحة البناء اكثر تعقيدا بان تحتوي على رابطة منطقية ، فان القاعدة تبقى عاملة كذلك ، وذلك بان يسبق النفي هذه الصيغة مهما بلغت من التعقيد مقال ذلك : –

اذا كانت ق٧ل صصب فان ¬ (ق ٧ ل) صصب أو:

ق ٧ ل

———

¬ (ق ٧ ل)

اذا كانت ق ٨ ل صصب فان ¬ (ق ٨ ل) صصب أو

ق ٨ ل

———

¬ (ق ٨ ل)

اذا كانت ق ←—— ل صصب فان ¬ (ق ←—— ل) صصب أو

ق ←—— ل

———

¬ (ق ←—— ل)

اذا كانت ق ↔—— ل صصب فان ¬ (ق↔—— ل) صصب او

ق ↔—— ل

———

¬ (ق↔—— ل)

ج. واذا كانت الصيغة المفروضة صحيحة البناء بسيطة او مركبة منفية ، فان القاعدة تبقى عاملة كذلك بان يسبق النفي هذه الصيغة . وبالتعبير العام يكون الشكل كما يأتي : –

اذا كانت ¬ (...) صصب فان ¬ ¬ (.....) صصب

(١٩)

شرح القاعدة الثانية : –

أ. ان ابسط تعبير عن هذه القاعدة هو أن نفترض ان ق ، ل صيغتان صحيحتا البناء فنحصل على الصيغة ق ٧ ل صحيحة البناء ، او $\frac{\text{ق ، ل}}{\text{ق ٧ ل}}$

ب. وقد تكون الصيغ الصحيحة البناء المفروضة اكثر تعقيدا ، وعندئذ تبقى القاعدة عاملة كذلك ، وذلك بان تكون هناك صيغة تسبق البدل واخرى تأتي بعده ، او بالصورة العامة الآتية : –

اذا كانت الصيغ ..... ، ..... صحيحة البناء

فأن ..... ٧ ..... صيغة صحيحة البناء .

(٢٠)

شرح القاعدة الثالثة : –

أ. ان ابسط تعبير عن هذه القاعدة هو ان نفترض ان ق ، ل صيغتان صحيحتا البناء ، فنحصل على الصيغة ق ٨ ل وهي صيغة صحيحة البناء ، وبتعبير آخر : –

$$\frac{\text{ق ، ل}}{\text{ق ٨ ل}}$$

ب. وقد تكون الصيغ الصحيحة البناء المفروضة اكثر تعقيدا ، وعندئذ تبقى القاعدة عاملة كذلك ، وذلك بان تكون هناك صيغة تسبق العطف واخرى لاحقة له ، وبالصورة الآتية : –

اذا كانت ..... ، ..... صيغ صحيحة البناء .

فان ..... ٨ ..... صيغة صحيحة البناء .

(٢١)

شرح القاعدة الرابعة : –

أ. أذا افترضنا أن ق ، ل صيغتان صحيحتا البناء ، حصلنا على الصيغة ق ⟵ ل صيغة صحيحة البناء .

وبتعبير آخر : –

$$\frac{\text{ق ، ل}}{\text{ق ⟵ ل}}$$

ب. وسواء اكانت الصيغ الصحيحة البناء المفروضة بسيطة أم مركبة فان القاعدة تبقى عاملة ، وهي ان تكون صيغة سابقة على الشرطية واخرى لاحقة لها بالصورة العامة الآتية : –

اذا كانت .... ، .... صصب

فان ..... ⟵ ..... صصب

(٢٢)

شرح القاعدة الخامسة : –

اذا كانت ق ، ل من الصيغ الصحيحتي البناء ، فان ق ⟷ ل صيغة صحيحة النباء ، او بتعبير آخر : –

$$\frac{\text{ق ، ل}}{\text{ق ⟷ ل}}$$

ب. وسواء كانت الصيغ الصحيحة البناء بسيطة او مركبة ، فان القاعدة تبقى فاعلة ، وهي ان تكون صيغة سابقة على التكافؤواخرى بعده ، وبالصورة العامة الآتية : –

اذا كانت ..... ، ..... صصب

فان ..... ⟷ ..... صصب

(٢٣)

شرح القاعدة السادسة : –

اذا وجدت صيغة فيها رابطة العطف ورابطة اخرى ، فان الصيغة التي يربطها العطف تؤلف وحدة واحدة ، ثم تأتي بعد ذلك الرابطة الاخرى التي تؤلف مع الصيغة الاخرى وحدة واحدة ، مثال ذلك : –

ق ٨ ل ⟵ ق

ق ٨ ل هي الصيغة التي تؤلف قضية مركبة واحدة بفضل قوة رابطة العطف ، ثم تأتي رابطة الشرطية لتربط ق ٨ ل مع ق ويصدق الشيء نفسه بالنسبة للامثلة الآتية : –

ق ٨ ل ⟵ ل ٨ ق

ق ٨ ل ⟵ ل

وكما هو الحال بالنسبة للعطف ، كذلك بالنسبة لرابطة البدل وغيرها من الروابط مثال ذلك : –

ق ⟵ ق ٧ ل

ق ٧ ل ⟷ ل ٧ ق

شرح القاعدة السابعة : –

أ. لكل رابطة منطقية مجالها في عملية الربط بين القضايا في الصيغ ، وان ادخال الاقواس من شأنه تعيين مجال الروابط في حالات معينة ، فاذا ماأهملت الاقواس في بعض الصيغ اثار ذلك الغموض والابهام . ومن الامثلة في تأييد ذلك ما يأتي : –

ق ٧ ل ٧ م ، ق ⟵ ل ⟵ م ، ¬ ق ٧ ل

فالصيغة الاولى خالية من الاقواس ولانعرف فيها فيما اذا كانت الصيغة تعني (ق ٧ ل) ٧ م ، او ق ٧ (ل ٧ م) .

لذلك فان استخدام الاقواس ضروري ، وكذلك الحال بالنسبة للصيغة ق ⟵ ل ⟵ م ، فهل المقصود منها (ق ⟵ ل) ⟵ م ، او ق ⟵ (ل ⟵ م) .

أما الصيغة ¬ ق ٧ ل فان مجال النفي فيها واقع على القضية ق فقط ، اما اذا اريد به كل الصيغة ، فيجب استعمال الاقواس بالصورة الآتية : –

¬ (ق ٧ ل)

ب) وقد نستغني عن استعمال الاقواس في بعض الحالات ، وخاصة اذا اخذنا بنظر الاعتبار القاعدة السادسة الخاصة بقوة الرابطة واختلاف الروابط بعضها عن بعض في قوة الربط ، مثال ذلك : –

(ق ٧ ل) ⟵ (ل ٧ ق)

ففي هذه الصيغة يمكن الاستغناء عن الاقواس ، لان رابطة البدل اقوى من رابطة الشرطية . وهذا معناه ان الصيغة البدلية ق ٧ ل ، ترتبط بالشرطية مع الصيغة البدلية ل ٧ ق ، وتظهر الصيغة عندئذ بالصورة الآتية : –

ق ٧ ل ⟵ ل ٧ ق

المبحث الثالث : مبرهنات مختارة وامثلة تطبيقية :

(٢٥)

ان القواعد المذكورة في المبحث الثاني والخاصة ببناء الصيغ الصحيحة البناء كافية للتمييز بين الصيغ الصحيحة البناء والصيغ غير صحيحة البناء ، اثار توفر هذه القواعد براهين تثبيت صحة الصيغ الصحيحة البناء ، بينما تعجز عن توفير برهان سليم على صحة الصيغ غير صحيحة البناء .

ولادراك هذه الحقيقة المنطقية سنطرح مجموعة من الصيغ الصحيحة البناء ومجموعة اخرى من الصيغ غير صحيحة البناء كامثلة . ثم نختار بعض الصيغ المنطقية المعروفة للبرهان على صحة بنائها المنطقي .

مجموعة من الصيغ الصحيحة البناء .

١) ¬ ¬ ق
٢) ¬ ق ٧ ¬ ل
٣) ¬ ق ٨ ل
٤) (ق ⟵ ل) ⟵ ق
٥) ¬ (ق ٧ ل) ⟵ ق
٦) ق ⟷ (ل ٨ م)
٧) ق ٧ ل ⟷ ل ٧ ق
٨) ¬ (¬ ق ٨ ل) ⟵ ق
٩) ق ٨ ل ⟷ ¬ (¬ ق ٧ ¬ ل)
١٠) ق ٧ ل ⟷ ¬ (¬ ق ٨ ¬ ل)

مجموعة من الصيغ غير صحيحة البناء

١) ¬ ق ¬
٢) ق ٧ ل ¬ ¬
٣) ق ¬ ٨ ل

٤) ق ⟵ ل ⟵ ق

٥) ق ٧ ل ¬ ⟵ ق

٦) ق ⟵ ٨ ل ق

٧) ق ⟵ ٧٧ ل ق ل

٨) ق ¬ ¬ ⟵ ل ق ٨

٩) ٨ ق ⟵ ل ¬ ¬ ٧ ق

١٠) ق ٨ ل ⟵ ¬ ¬ ق ٧ ⟵ ل

(٢٦)

ونختار فيما يأتي عشر صيغ صحيحة البناء من البديهيات والقوانين المنطقية للبرهان عليها استنادا الى القواعد البنائية التي سبق ذكرها وشرحها.

ومن الجدير بالذكر أن الصيغة الصحيحة البناء لايشترط فيها أن تكون صادقة ، بل يمكن أن تكون صادقة اوكاذبة مثال ذلك.

ق ⟵ ل ⟵ ¬ ق ٧ ل صصب وصادقة.

(ق ⟵ ل) ⟵ ¬ ق ٨ ¬ ل صصب وكاذبة

اما اختيارنا لبعض البديهيات والقوانين المنطقية الصادقة ، فلسبب بسيط هو أن هذه الصيغ مهمة في المنطق وكثيرا ماترد في الكتب المنطقية.

مبرهنة رقم (١) :

¬ ¬ ق ⟵ ق

البرهان :-

١. اذا كانت ق صصب (بالفرض) فان ¬ ق صصب [القاعدة الاولى].

٢. اذا كانت ¬ ق صصب (الخطوة الاولى) فان ¬ ¬ ق صصب [القاعدة الاولى].

٣. بما أن ق صصب بالفرض فان ¬ ¬ ق صصب [الخطوة الثانية].

(٢٧)

مبرهنة رقم (٢) :

¬ (ق ٧ ل) ⟵ ¬ ق ٨ ¬ ل

البرهان :-

١. اذا كانت ق صصب (بالفرض) وكذلك ل ، فان ق ٧ ل صصب [القاعدة الثانية].

٢. اذا كانت ق ٧ ل صصب [الخطوة الاولى] ، فأن (ق ٧ ل) صصب.

(قاعدة الاقواس)

٣. اذا كانت (ق ٧ ل) صصب (الخطوة الثانية) فان ¬ (ق ٧ ل) صصب [القاعدة الاولى].

٤. ولما كانت ق ، ل صصب فان ¬ ق ، ¬ ل صصب [القاعدة الاولى].

٥. واذا كانت ¬ ق ، ¬ ل صصب ، فان ¬ ق ٨ ¬ ل صصب [القاعدة الثالثة].

٦. ولما كانت ¬ (ق ٧ ل) صصب [الخطوة الثالثة] ، وكانت ¬ ق ٨ ¬ ل صصب (الخطوة الخامسة) فان :-

¬ (ق ٧ ل) ⟵ ¬ ق ٨ ¬ ل صصب [القاعدة الرابعة]

(٢٨)

مبرهنة رقم (٣) :

ق ⟵ ل ⟵ ¬ ق ٧ ل

البرهان :

١. اذا كانت ق ، ل صصب (بالفرض) فان ق ⟵ ل صصب [القاعدة الرابعة]
٢. اذا كانت ق صصب (بالفرض) ، فان ¬ ق صصب [القاعدة الاولى].
٣. بما ان ¬ ق صصب (الخطوة الثانية) و ل صصب (بالفرض) ، فان ¬ ق ٧ ل صصب [القاعدة الثانية].
٤. ولما كانت ق ⟵ ل صصب [الخطوة الاولى] ، و ¬ ق ٧ ل صصب [الخطوة الثانية] فان :
ق ⟵ ل ⟵ ¬ ق ٧ ل صصب [القاعدة الخامسة].

(٢٩)

مبرهنة رقم (٤) :

ق ٧ ل ⟵ ل ٧ ق

البرهان :

١. اذا كانت ق ، ل صصب (بالفرض فان ق ٧ ل صصب [القاعدة الثانية].
٢. ولما كانت ق ، ل صصب (بالفرض) فان ل ٧ ق صصب [القاعدة الثانية].
٣. واذا كانت ق ٧ ل ، ل ٧ ق صصب [الخطوة الاولى والثانية] ، فان ق ٧ ل ← ل ٧ ق صصب [القاعدة الرابعة].

(٣٠)

مبرهنة رقم (٥) :

ق ٨ ل ⟵ ل ٨ ق

البرهان :

١. اذا كانت ق ، ل صصب (لفرض) فان ٨ ل صصب [القاعدة الثالثة].
٢. ولما كانت ق ، ل صصب (بالفرض) فان ل ٨ ق صصب [القاعدة الثالثة]
٣. واذا كانت ق ٨ ل ، ل ٨ ق صصب (الخطوة الاولى والثانية) ، فان ق ٨ ل ⟵ ل ٨ ق صصب [القاعدة الرابعة].

(٣١)

مبرهنة رقم (٦) :

ق ⟵ (ل ⟵ ق)

البرهان :

١. اذا كانت ق ، ل صصب (بالفرض) فان ل ⟵ ق صصب [القاعدة الرابعة].
٢. واذا كانت ل ⟵ ق صصب (الخطوة الاولى) ، فان (ل ⟵ ق) صصب [قاعدة الاقواس]
٣. ولما كانت ق صصب (بالفرض) ، (ل ⟵ ق) صصب [الخطوة الثانية] فان : ق ⟵ (ل ⟵ ق) صصب [القاعدة الرابعة].

(٣٢)

مبرهنة رقم (٧) :

(ق ⟵ ل) ← (¬ ل ⟵ ¬ ق)

البرهان :

١. اذا كانت ق ، ل صصب (بالفرض) فان ق ⟵ ل صصب [القاعدة الرابعة]
٢. وبما ان ق ⟵ ل صصب (الخطوة الاولى) فان (ق ⟵ ل) صصب [قاعدة الاقواس].
٣. ولما كانت ق ، ل صصب (بالفرض) فان ¬ ل ، ¬ ق صصب [القاعدة الاولى]
٤. وبما ان ¬ ل ، ¬ ق صصب [الخطوة الثالثة] ، فان ¬ ل ⟵ ¬ ق صصب [القاعدة الرابعة].
٥. وبما ان ¬ ل ⟵ ¬ ق [الخطوة الرابعة] ، فان (¬ ل ⟵ ¬ ق) صصب [قاعدة الاقواس].
٦. ولما كانت (ق ⟵ ل) صصب [الخطوة الثانية] ، و (¬ ل ⟵ ¬ ق) صصب (الخطوة الخامسة) ، فان :
(ق ⟵ ل) ⟵ (¬ ل ⟵ ¬ ق) صصب [القاعدة الرابعة]

(٣٣)

مبرهنة رقم (٨) :-

(ق ⟵ ل ٨ ق) ⟵ ل

البرهان :-

١. اذا كانت ق ، ل صصب (بالفرض) فأن ل ٨ ق صصب [القاعدة الثالثة]

٢. واذا كانت ق صصب (بالفرض) وكانت ل ٨ ق صصب [الخطوة الاولى] فان ق ⟵ ل ٨ ق صصب [القاعدة الرابعة].

٣. ولما كانت ق ⟵ ل ٨ ق صصب (الخطوة الثانية) فان (ق ⟵ ل ٨ ق) صصب [قاعدة الاقواس]

٤. ومما ان (ق ⟵ ل ٨ ق) صصب [الخطوة الثالثة] و ل صصب (بالفرض) فأن :-

(ق ⟵ ل ٨ ق) ⟵ ل صصب (القاعدة الرابعة).

(٣٤)

مبرهنة رقم (٩) :-

(ق ⟵ ل ٨ ¬ ق) ⟵ ¬ ل

البرهان :-

١. اذا كانت ق صصب (بالفرض) فان ¬ ق صصب [القاعدة الاولى]

٢. ولما كانت ل صصب (بالفرض) و ¬ ق صصب [الخطوة الاولى].
فان ل ٨ ¬ ق صصب [القاعدة الثالثة]

٣. ومما ان ق صصب (بالفرض) و ل ٨ ¬ ق صصب (الخطوة الثانية).
فان ق ⟵ ل ٨ ¬ ق صصب [القاعدة الرابعة]

٤. ولما كانت ق ⟵ ل ٨ ¬ ق صصب [الخطوة الثالثة] ، فان (ق ⟵ ل ٨ ¬ ق) صصب [قاعدة الاقواس].

٥. ومما ان ل صصب (بالفرض) فان ¬ ل صصب [القاعدة الاولى]

٦. ولما كانت (ق ⟵ ل ٨ ق) صصب (الخطوة الرابعة) ، ¬ ل صصب (الخطوة الخامسة) فأن :-

(ق ⟵ ل ٨ ¬ ق) ⟵ ¬ ل صصب [القاعدة الرابعة]

(٣٥)

مبرهنة رقم (١٠) :-

ق ٨ ل ⟷ ¬ (¬ ق ٧ ¬ ل)

البرهان :-

١. اذا كانت ق ، ل صصب (بالفرض) ، فان ق ٨ ل صصب (القاعدة الثالثة).

٢. ومما ان ق ، ل صصب (بالفرض) فان ¬ ق ، ¬ ل صصب (القاعدة الاولى).

٣. واذا كانت ¬ ق ، ¬ ل صصب (الخطوة الثانية) فأن :-
¬ ق ٧ ¬ ل صصب [القاعدة الثانية]

٤. ولما كانت ¬ ق ٧ ¬ ل صصب (الخطوة الثالثة) فان (¬ ق ٧ ¬ ل) صصب [قاعدة الأقواس].

٥. ومما ان (¬ ق ٧ ¬ ل) صصب (الخطوة الرابعة فان ¬ (¬ ق ٧ ¬ ل) صصب [القاعدة الاولى]

٦. ولما كانت ق ٨ ل صصب (الخطوة الاولى) و ¬ (¬ ق ٧ ¬ ل) صصب (الخطوة الخامسة) فان :-

ق ٨ ل ⟷ ¬ (¬ ق ٧ ¬ ل) صصب [القاعدة الخامسة]

(٣٦)

ولابد في ختام هذه المبرهنات المختارة ان نشير الى بعض المسائل المنطقية المهمة توخيا للدقة وتحذيرا من الوقوع في الاخطاء اثناء عملية الاستدلال في البرهان على صحة بناء الصيغ او أن الصيغ صحيحة البناء.