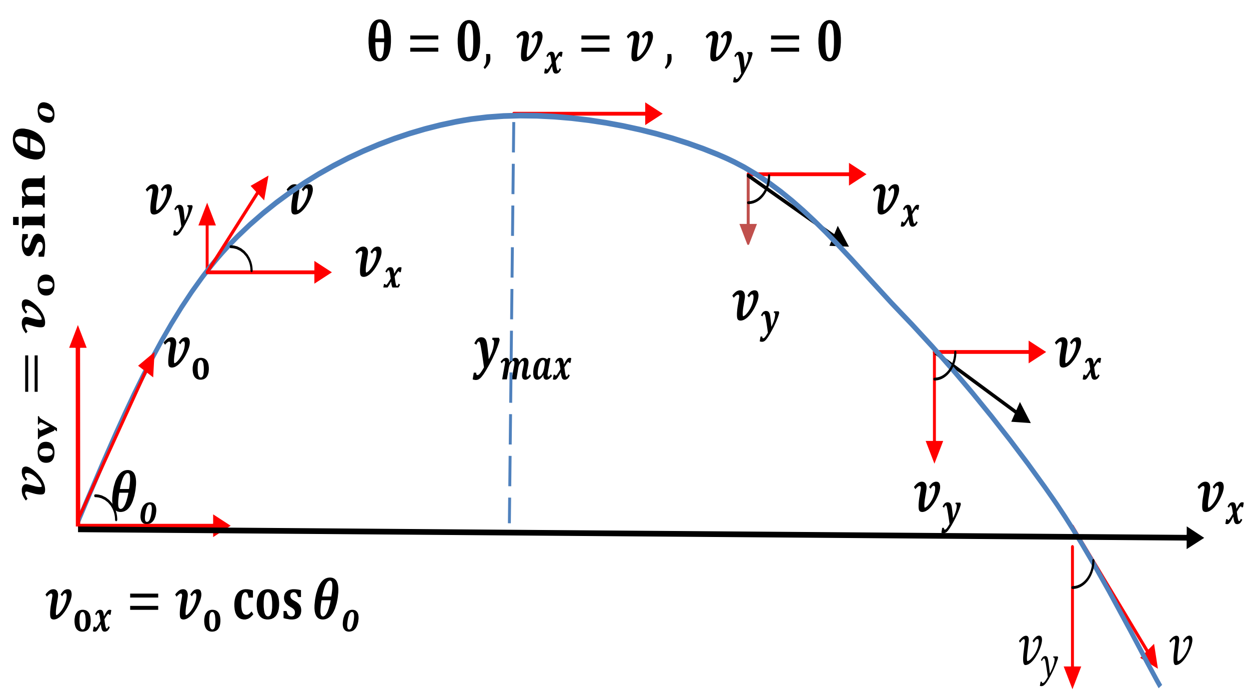
معادلات الحركة للمقذوفات: motion of projectile:



خواص حركة المقذوفات:

١- زمن الطيران Time of Flight (T): وهو الفترة الزمنية المستغرقة من لحظة الانطلاق حتى لحظة مرور القذيفة بالمستوى الأفقي المار من نقطة الانطلاق ويمكن استخراجه من معادلة (2) حيث $y = 0$ وكما يلي :

$$y = 0 = v_o \sin\theta_O T - \frac{1}{2} g T^2 \implies v_o \sin\theta_O T = \frac{1}{2} g T^2$$

$$\implies T = \frac{2 v_o \sin\theta_o}{g}$$

٢- مدى القذيفة Range(R) : وهو المسافة الأفقية على المستوى الأفقي من نقطة الانطلاق، ويمكن استخراجه كما يلي:

$$v_{ox} = v_x = \frac{S}{t} = \frac{R}{T} \implies R = v_{ox}\ T$$

$$R = v_o \cos\theta_o \,.\, \frac{2v_o \sin\theta_o}{g} = \frac{v_o^2 2\sin\theta_o \cos\theta_o}{g}$$

$$\therefore R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$$

$$if\ \ \theta_0 = 45^o \implies R_{max} = \frac{v_o^2}{g}$$ أقصى مدى

٣- أقصى ارتفاع (maximum height (y_{max} : هو أقصى ارتفاع تصل إليها القذيفة حيث تنعدم عندها السرعة العمودية وتساوي صفر. وتستخرج من معادلة (3):

$$v_y^2 = 0 = v_{oy}^2 - 2gy \Rightarrow v_{oy}^2 = 2g\mathrm{y}_{max}$$

$$v_o^2 sin^2\theta_o = 2g\mathrm{y}_{max} \Rightarrow \mathrm{y}_{max} = \frac{v_o^2 sin^2\theta_o}{2\mathrm{g}}$$

بعض تطبيقات قوانين نيوتن:

معادلات الحركة لجسم ساقط سقوط حر:

نفرض جسم كتلته m ساقطا من أعلى متأثرا بالجاذبية الأرضية وبأهمال مقاومة الهواء وبتطبيق قانون نيوتن على الجسم نحصل على:

$$F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

وبما ان الجسم يتأثر بقوة F وحيدة وهي وزنه $(W = mg)$ واتجاهها نحو الاسفل أذن:

$$-mg = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow \quad -g = \frac{dv}{dt} \; . \; . \; . \; .*$$

$$\Rightarrow \int dv = -g\int dt \Rightarrow v = -gt + c$$

$$at \quad t = 0 \quad , \qquad v = v_o \Rightarrow \quad c = v_o \quad \Rightarrow \boldsymbol{v = v_o - gt} - -(1)$$

$$\Rightarrow v = \frac{dy}{dt} = v_o - gt \quad \Rightarrow \int dy = v_o \int dt - g \int tdt$$

$$\Rightarrow y = v_o t - \frac{1}{2} g t^2 + c$$

$$at \quad t = 0 \quad , \qquad y = 0 \Rightarrow c = 0 \quad \Rightarrow \boldsymbol{y = v_o t - \frac{1}{2} g t^2} - -(2)$$

$$from\ equation * \Rightarrow -g = \frac{dv}{dt} \Rightarrow -g = \frac{dv}{dt}\frac{dy}{dy}$$

$$\Rightarrow -g = \frac{dv}{dy}\frac{dy}{dt} = \frac{dv}{dy}\ v \Rightarrow vdv = -gdy$$

$$\Rightarrow \int vdv = -g\int dy \Rightarrow \frac{1}{2}v^2 = -gy + c \Rightarrow v^2 = -2gy + c$$

$$at\ \ y = 0\ \ ,v = v_o \Rightarrow\ \ c = v_o{}^2\ \ \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow v^2 = v_o{}^2 - 2gy - -(3)}$$

نظرية الشغل والطاقة الحركية:

من قانون نيوتن الثاني

$$F = ma = m\frac{dv}{dt} \Longrightarrow F\,ds = m\frac{ds}{dt}\,dv \Longrightarrow F\,ds = m\,vdv$$

$$\Longrightarrow \int F\,ds = m\int_{v_1}^{v_2} v\,dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Longrightarrow W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

أي ان شغل محصلة القوى المؤثرة على جسم عندما ينتقل بين نقطتين يساوي التغير في الطاقة الحركية

معادلة الدفع والزخم الخطي:

من قانون نيوتن الثاني $F = ma = m\frac{dv}{dt}$

$$\int_{t1}^{t2} F\,dt = m\int_{v_1}^{v_2} dv = m(v_2 - v_1) = mv_2 - mv_1$$

$= p_2 - p_1$ (التغير في الزخم الخطي)

حيث $\int_{t1}^{t2} F\,dt = I$ الدفع الخطي

معادلة الدفع و الزخم الخطي للجسم $I = p_2 - p_1$

العزم :(τ) Torque

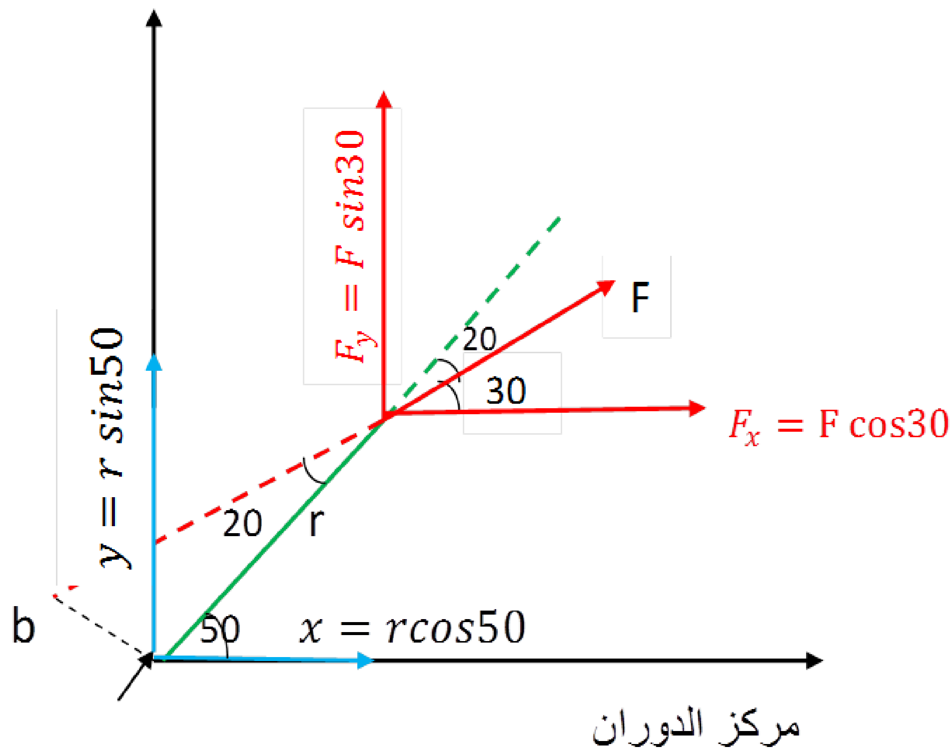
عزم القوة هو قابلية القوة في تدوير الجسم وهو يساوي حاصل ضرب القوة في طول ذراعها وطول الذراع يقاس بالبعد العمودي الواصل من نقطة الارتكاز (المحور) الى خط فعل القوة.

$\tau = F\ b\ \ (N\ m)$ ذراع القوة : b

مقدار عزم القوة $\tau = F\ b = F\ r sin\theta = r\ F sin\theta$

متجه عزم القوة $\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{F}$

مثال: جسم تؤثر عليه قوة (F) مقدارها (0.6 N) وتصنع زاوية (30^{o}) مع محور (x) أما متجه الموقع (r) فمقداره (45 cm) ويصنع زاوية (50^{o}) مع محور (x) جـــد عزم القوة على الجسم.



طريقة اولى للحل: باستخدام معادلة $\tau = Frsin\theta$

حيث θ :الزاوية المحصورة بين متجه الموضع وخط فعل القوة $\theta = 50 - 30 = 20^{o}$

$$\tau = Frsin\theta = 0.6 \times 0.45 \times sin20 = 0.0924\ N.m$$

بما ان القوة تدور الجسم باتجاه عقرب الساعة اذن عزمها يكون سالب

$$\tau = -0.0924\ N.m$$

طريقة ثانية للحل:

بما ان القوة ومتجه موضعها يقعان في المستوي $(x\ y)$اذن نستخدم القانون

$$\tau = x\,F_y - y\,F_x$$

$$\tau = (0.45 \times \cos50 \times 0.6 \times \sin30) - (0.45 \times \sin50 \times 0.6 \times \cos30) = -0.0924\ \mathrm{N.m}$$

مثال: اذا كانت القوى :

$$\bar{F} = -\bar{\imath} + 5\bar{\jmath} - 4\bar{k}$$

تؤثر في نقطة احداثياتها m (2 , -1 , 5) بالنسبة الى نقطة الأصل :

جـد عزم القوة حول نقطة الأصل.

$$\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{F} \;,\; \bar{r} = 2\bar{\imath} - \bar{\jmath} + 4\bar{k}$$

$$\bar{\tau}_3 = \bar{r} \times \bar{F}_3 = \begin{vmatrix} \bar{\imath} & \bar{\jmath} & \bar{k} \\ 2 & -1 & 5 \\ -1 & 5 & -4 \end{vmatrix} = -21\bar{\imath} + 3\bar{\jmath} + 9\bar{k}$$