السلاسل الزمنية Time Series

السلسلة الزمنية : هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة معينة لمدة من الزمن عدة سنوات مثلا في فترات زمنية متساوية مثل صادرات العراق من التمور للأعوام 1970-1990 .

ويمكن اعتبار السلسلة الزمنية علاقة دالية بين متغيرين احدهما الزمن (المتغير المستقل) والثاني قيم الظاهرة المدروسة ويمثل المتغير التابع ويكتب .

$$Y = f(t)$$

ومن أهم المجالات التي تستخدم فيها السلاسل الزمنية هي الظواهر الاقتصادية مثل مجالات الانتاج والسكان والأسعار و الاستيرادات والعمالة وغيرها .

ومن أهم الأهداف التي تحققها دراسة السلاسل الزمنية هي مايلي :

١. التعرف على الاتجاه العام للسلسلة الزمنية .
٢. الكشف عن أنواع التغيرات التي تتأثر بها السلسلة الزمنية .
٣. قياس اثر هذه التغيرات والبحث في أسبابها ونتائجها .
٤. دراسة العلاقة او الارتباط بين الظاهرة المدروسة وغيرها من الظواهر.
٥. التنبؤ بقيم الظاهرة في الفترات غير الواردة في السلسلة الزمنية على فرض ثبات الظروف المحيطة بها .

العوامل التي تؤثر على السلاسل الزمنية :

تتأثر السلاسل الزمنية بواحد او أكثر من العوامل التالية :

١. الاتجاه العام : Secular Trend

عند رسم المنحنى لسلسلة زمنية نرى هناك تذبذا الى أعلى او الى أسفل (زيادة او نقصان) في اتجاه السلسلة الزمنية وهو أكثر تأثيرا على قيم الظاهرة خاصة في الفترات الزمنية الطويلة فيكون موجب عندما يكون هناك زيادة في قيم الظاهرة مثلا هناك اتجاه متزايد لاستهلاك اللحوم .

ويكون الاتجاه سالبا إذا كان هناك نقصان في قيم الظاهرة مثلا يوجد اتجاه عام لتناقص عدد الاميين في العراق .ويكون الاتجاه مستقيما أذا كان مقدار التغير في قيم الظاهرة ثابتا ويكون غير مستقيما أذا كان التغير غير ثابت .

٢. التغيرات الموسمية : Seasonal Variations

هي التغيرات الدورية المنتظمة ومدتها سنة او اقل وقد تكون يومية او شهرية او فصلية وتكون نتيجة لاختلاف المناخ او العادات والتقاليد الاجتماعية والدينية مثلا سقوط الأمطار في فصل الشتاء .

٣. التغيرات الدورية : Cyclical Variations

وهي التغيرات التي تطرأ على السلسة الزمنية في فترات متباعدة طولها أكثر من سنة وهي اقل انتظاما من الموسمية ويقاس طول الدورة بالفرق الزمني بين قيمتين متتاليتين مثلا : فترة الرواج والكساد الاقتصادي .(الانتعاش والركود).

٤. التغيرات العشوائية (الفجائية)(العرضية): Random Variation

تتأثر الظاهرة أحيانا بعوامل تحدث عن طريق الصدفة او عوامل فجائية غير منتظمة و لا متوقعة كالحروب و الأوبئة او الفيضانات والحرائق او الزلازل .

تحليل السلسلة الزمنية

يقصد بتحليل السلسلة الزمنية هو دراسة العناصر الأربعة وكيفية فصلها عن بعضها بتحديد اثر كل منها على قيم الظاهرة وهناك أراء حول الصورة التي ترتبط بها هذه العوامل :

الرأي الأول : ويسمى بالنموذج التجميعي والذي يفترض أن قيمة الظاهرة للفترة الزمنية المحددة هي عبارة عن حاصل جمع العوامل الأربعة ويكتب النموذج بالشكل التالي :

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + R_t$$

حيث يمثل :

T_t : الاتجاه العام ، C_t : التغيرات الدورية

S_t : التغيرات الموسمية ، R_t : التغيرات الفجائية

ويتم استخدام هذا النموذج أذا كانت العوامل الأربعة معروفة

الرأي الثاني : ويسمى بنموذج الضرب ويكتب

$$Y_t = T_t * S_t * C_t * R_t$$

وهذا النموذج لا يختلف عن النموذج الأول من حيث صعوبة إيجاد القيم اذ أن النموذج الثاني يحول الى الأول بأخذ لوغاريتم الطبيعي للطرفين وتعتبر التغيرات الموسمية أساسا لاستخدام النموذجين .

$$\text{Ln } Y_t = \text{Ln } T_t + \text{Ln } S_t + \text{Ln } C_t + \text{Ln } R_t$$

ويلاحظ أن الصيغتين من حيث المبدأ لا يختلفان حيث كل منهما تفترض أن عناصر السلسلة الزمنية جمعية ولكن الحالة الثانية نجد أن اللوغاريتمات هي التي جمعت بدلا من القيم الاعتيادية بالصيغة الأولى .

طرق حساب المتغيرات

اولا": - الاتجاه العام (القيم الاتجاهية)

المقصود بهذه السلسلة :

١. **التعرف على الصورة العامة التي يسير بها الاتجاه العام .**
٢. **قياس معدل التغير في وحدة الزمن .**
٣. **تقدير القيم الاتجاهية للظاهرة باستبعاد العوامل الأخرى .**
٤. **التنبؤ بقيمة الظاهرة في الفترات غير الواردة في السلسلة الزمنية .**
٥. **استبعاد اثر الاتجاه العام من السلسلة الزمنية .**

طرق تحديد الاتجاه العام .

١. **الرسم البياني :**

(أ) التمهيد باليد : عندما تكون لدينا قيم الظاهرة مكونة من لسلسلة زمنية فانه يمكن تمثيل الظاهرة بيانيا لرسم شكل الانتشار للظاهرة ثم رسم خط يمر بأكبر عدد ممكن من النقاط ليمثل خط الاتجاه العام وهذا الرسم بطبيعته سيكون تقريبيا ويعتمد على مهارة الشخص الذي يرسمه .

مثال :الجدول أدناه يبين أسعار الذهب (دولار) لكل(أوقيه) للسنوات من 1970- 1980 . المطلوب رسم نقاط السلسلة الزمنية لأسعار الذهب وبيان الاتجاه العام .

السنة	سعر الذهب
1970	36.41
1971	41.25
1972	58.61
1973	97.81
1974	159.7
1975	161.4
1976	124.8
1977	148.3
1978	193.5
1979	307.8
1980	606.01

ب) طريقة متوسطي نصفي السلسلة (شبه المتوسطات): Averages Method

بموجب هذه الطريقة تقسم السلسلة الزمنية الى قسمين متساويين ثم يستخرج الوسط الحسابي لكل قسم وبذلك نحصل على نقطتين في شكل انتشار ثم نرسم خط يمر بهاتين النقطتين وبالرغم من بساطة هذه الطريقة إلا انه يعاب عليها في أنها غير دقيقة ويقتصر استخدامها عندما يكون الاتجاه العام مستقيما او قريب من الاستقامة كما يعاب عليها هو أن ميل الاتجاه العام يتوقف على الوسطين الحسابيين لكل قسم وكل من هذين الوسطين يتأثر بالقيم الشديدة الارتفاع او الانخفاض .

مثال :

ارسم خط الاتجاه العام باستخدام طريقة شبه المتوسطات للبيانات التالية :

السنة	1961	62	63	64	65	66	67	68	69	70
الكمية المستهلكة	14.5	15.3	16.3	17.9	19.4	20.4	22.3	23.6	24.4	26.5

القسم الأول ويضم السنوات (1961 -1965)

القسم الثاني ويضم السنوات (1966-1970)

$$Y_1 = \frac{14.5+15.8+16.3+17.9+19.4}{5} = 16.7$$

$$Y_2 = \frac{20.4+22.3+23.6+24.4+26.5}{5} = 23.4$$

ملاحظة :

إذا كان عدد السنوات فردي فتهمل السنة الأولى او الوسطى او الأخيرة .

مثال :- احسب معادلة خط الاتجاه العام بطريقة شبه المتوسطات أذا علمت أن معادلة خط الاتجاه العام هي : $Y = a + b X$ ، حيث أن:

Y : المتغير المعتمد (قيمة الظاهرة) ، X : المتغير المستقل (السنوات)

a : الحد المطلق (ثابت) ، (المسافة بين نقطة تقاطع خط الانحدار ونقطة الأصل)

b : الميل

السنة	1971	1972	1973	1974	1975	1976
قيم الظاهرة	12	18	22	24	26	24

القسم الأول ويضم السنوات (1971 -1973)

القسم الثاني ويضم السنوات (1974-1976)

$$Y_1 = \frac{12+18+22}{3} = 17.33$$

$$Y_2 = \frac{24+26+24}{3} = 24.67$$

ميل الخط المستقيم $b = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{24.67-17.33}{1975-1972} = \frac{7.34}{3} = 2.45$

١. عندما تكون نقطة الأصل عند سنة 1972

$$Y = 17.33 + 2.45 X$$

٢. عندما تكون نقطة الأصل عند سنة 1975

$$Y = 24.67 + 2.45 X$$

ملاحظة :

١. يمكن تغيير نقطة الأصل للتعويض عن X ب [$\mp X$]

فمثلا : لتحديد نقطة الأصل من منتصف 1969/1968 الى منتصف 1969 فنعوض عن X بالقيمة [X + 0.5]

فمثلا : أذا كانت معادلة الاتجاه العام

$$Y_{1968/1969} = 14 + 1.06\ X$$

$$Y_{1969} = 14 + 1.06\ (X + 0.5)$$

$$= 14 + 1.06\ X + 0.53$$

$$= 14.53 + 1.06\ X$$

٢. كما يمكن تغيير وحدة الزمن (السنة) وتحول الى نصف سنة او شهر او فصل وذلك بالتعويض عن قيمة X بـ ($\frac{X}{2}$)نصف سنة ، ($\frac{X}{4}$)فصل ، ($\frac{X}{12}$)شهر .

فمثلا لتحويل وحدة الزمن لهذه المعادلة من سنة الى نصف سنة :

$$Y = 14 + 1.06\ X$$

$$Y = 14 + 1.06\ (\frac{X}{2})$$

$$Y = 14 + 0.53\ X$$

ج) طريقة المتوسطات المتحركة : The Moving Average

فكرة هذه الطريقة هو التخلص من التقلبات الموسمية والدورية والعرضية التي تتميز بالصعود والنزول فعند اخذ المتوسط لقيم الظاهرة في عدة سنوات فان التغيرات المتعاكسة في الاتجاه تميل الى التلاشي اذ أن الانحرافات السالبة تتعادل مع الموجبة عن المتوسط الذي يعتبر ممثلا للقيمة الاتجاهية ، وهذه الطريقة تعتمد على اختيار عدد من سنين السلسلة الزمنية ومن الأفضل أن تكون مكونة لدورة اقتصادية يمكن معرفتها من الرسم البياني حيث تمثل المدة او الفترة بين قيمتين .

خطوات حساب الأوساط المتحركة :

(أ) أذا كان طول الفترة عدد فردي (طول المدة مثلا 5 سنوات).

١. نجمع قيم الظاهرة في الثلاث سنوات الأولى ونضع المجموع في منتصف الفترة (السنة الثانية) وبعدها نجمع قيم الظاهرة للسنوات الثانية والثالثة والرابعة ونضع المجموع أمام السنة الثالثة .

٢. نقسم المجاميع السابقة على طول الفترة فنحصل على الأوساط المتحركة لفترة ثلاث سنوات والتي تمثل القيم الاتجاهية للظاهرة .

(ب) أذا كانت طول الفترة عدد زوجي مثلا (4 سنوات).

١. نجمع قيم الظاهرة في السنتين الأولى والثانية ونضع المجموع في المنتصف ثم الثانية والثالثة ونضع المجموع في منتصف الفترة وهكذا ....

٢. نعيد جمع المجاميع السابقة ((المجموع الأول والثاني .....)) ونضع المجموع أمام منتصف الفترة وهكذا ...

٣. نقسم المجاميع الأخيرة على (4) وذلك لوجود 2*2 ، فنحصل على الأوساط المتحركة المركزية (القيم الاتجاهية).

بعض عيوب هذه الطريقة :

١. عدم أمكانية حساب معادلة الاتجاه العام .
٢. ترك السنة الأولى و الأخيرة.
٣. تتأثر بالقيم المتطرفة .

مثال //

الجدول التالي يبين تقديرات الدخل القومي بملايين الدنانير للسنوات 1961 - 1953.

المطلوب : رسم خط الاتجاه العام بطريقة المتوسطات المتحركة (1) طول الفترة 3 سنة

(2) طول الفترة سنتين .

السنة	الدخل النقدي	مجموع متحرك فترة 3 سنوات	متوسط متحرك فترة 3 سنوات
1953	265	-----	---
1954	323	889	296.3
1955	301	962	320.7
1956	338	991	330.3
1957	352	1057	352.3
1958	367	1092	364.0
1959	373	1164	388.0
1960	424	1267	422.3
1961	470	-----	----

السنة	الدخل النقدي	مجموع متحرك فترة سنتين	مجموع متحرك فترة سنتين للمجاميع السابقة	متوسط متحرك مركزي
1953	265		-----	-----
		688		
1954	323		1312	328
		624		
1955	301		1263	315.75
		639		
1956	338		1329	332.25
		690		
1957	352		1409	352.25
		719		
1958	367		1459	364.75
		740		
1959	373		1537	384.25
		797		
1960	424		1691	422.75
		894		
1961	470		-----	-----

ملاحظة :- (1) :أذا كانت السلسلة الزمنية خالية تماما من التقلبات وحسب لها متوسطا متحركا أيا كانت فترته يجب أن نحصل دائما على نفس القيم الأصلية للسلسلة الزمنية مادامت ليست هناك تقلبات يزيلها المتوسط .

(2) أما أذا أخذنا سلسلة زمنية مكونة من تقلبات منتظمة فقط وحسبنا لها المتوسط المتحرك الذي تتفق فترته مع الدورة التي تحدث بها التقلبات فان المتوسطات الناتجة لابد أن تكون جميعها مساوية للصفر .

مثال 1// (يؤيد صحة الفرض القائل بان حساب المتوسطات المتحركة يزيل التقلبات))

فترة 5 سنوات ، 7 سنوات ؟

السنة	قيم الظاهرة	مجموع متحرك فترة 5 سنوات	متوسط متحرك فترة 5 سنوات	مجموع متحرك فترة 7 سنوات	متوسط متحرك 7 سنوات
1970	1	---	---	----	
1971	3	---	---	----	
1972	5	25	5	----	
1973	7	35	7	49	7
1974	9	45	9	63	9
1975	11	55	11	77	11
1976	13	65	13	91	13
1977	15	75	15	----	----
1978	17	-----	----	----	----
1979	19	-----	----	----	----

مثال 2 // السلسلة الزمنية التالية مكونة من تقلبات منتظمة فقط اثبت ان المتوسطات الناتجة لابد أن تكون جميعها مساوية الى صفر .

السنة	قيم الظاهرة	مجموع متحرك فترة 7 سنوات	متوسط متحرك
1970	+2	---	---
1971	+2	---	---
1972	0	---	---
1973	-1	0	0
1974	-2	0	0
1975	-2	0	0
1976	+1	0	0
1977	+2	0	0
1978	+2	0	0
1979	0	0	0
1980	-1	0	0
1981	-2	---	---
1982	-2	---	---
1983	+1	---	---

(د) – طريقة المربعات الصغرى OLS: Least Squares Method

تعتبر هذه الطريقة من أفضل وأدق طرق تقييم الاتجاه العام وتثبيت خط مستقيم او منحنى يمثل قيمة الظاهرة المدروسة وذلك لأنها تستند الى أساس رياضي هو أن (مجموع مربعات الانحرافات بين القيم الحقيقية والقيم الاتجاهية الواقعة على خط الاتجاه العام اقل مايمكن .

اقل مايمكن $\sum(Y - \hat{Y})^2$

كما انه يمكن التنبؤ من المعادلة للقيم المستقبلية للظاهرة فإذا كانت الظاهرة تسير بخط مستقيم فتكون معادلة الخط المستقيم هي :

$$Y = a + b\ X_i$$

حيث ان :

Y : المتغير المعتمد (قيم الظاهرة)

X_i : المتغير المستقل (الزمن)

a :الحد المطلق (بعد المستقيم عن نقطة الأصل)

b : ميل الخط المستقيم (ويمثل معدل التغير في المتغير التابع نسبة للتغير في وحدة الزمن)

و لإيجاد قيم a، b نقوم بحل المعادلتين الطبيعيتين التاليتين :

<u>الطريقة الأولى : (المطولة)المعادلات الطبيعية</u>

$$\sum Y_i = n\,a + b \sum X_i \quad \text{.....(1)}$$

$$\sum X_i Y_i = a \sum X_i + b \sum X_i^2 \quad \text{.....(2)}$$

<u>الطريقة الثانية : باستخدام القوانين التالية</u>

$$\hat{b} = \frac{\sum Xi\ Yi - n\ \bar{X}\ \bar{Y}}{Sxx}$$

$$S_{xx} = \sum X_i^2 - \frac{(\sum Xi)^2}{n}$$

$$a = \bar{Y} - b\ \bar{X}$$

مثال // السلسلة الزمنية التالية تبين تطور ظاهرة ما للفترة من 1960 – 1970 ، المطلوب إيجاد خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى .

السنة	Y_i	X_i	$X_i Y_i$	X^2
1960	1352	0	0	0
1961	1456	1	1456	1
1962	1530	2	3060	4
1963	1629	3	4887	9
1964	1785	4	7140	16
1965	1940	5	9700	25
1966	2019	6	12114	36
1967	2227	7	15589	49
1968	2360	8	18880	64
1969	2442	9	21978	81
1970	2646	10	26460	100
$\sum$	21386	55	121264	385

الحل :

$$\sum Y_i = n\,a + b \sum X_i \quad \text{.....(1)}$$

$$\sum X_i Y_i = a \sum X_i + b \sum X_i^2 \quad \text{.....(2)}$$

بالتعويض بالمعادلتين ينتج :

$$21386 = 11\,a + 55\,b$$

$$121264 = 55\,a + 385\,b$$

بضرب المعادلة (1) في 5 ينتج:

$$106930 = 55\,a + 275\,b$$

$$\mp 121264 = \mp 55\,a \mp 385\,b$$

$$14334 = 110\,b$$

$$b = \frac{14334}{110} = 130.309$$

بالتعويض عن قيمة b في معادلة (1)

$$21386 = 11\,a + 55\,(130.309)$$

$$a = 1292.636$$

معادلة الاتجاه العام هي : $Y_i = 1292.636 + 130.309\,X_i$

الحل بالطريقة الثانية :

$\overline{X} = \frac{55}{11} = 5$, $\overline{Y} = \frac{21386}{11} = 1944.182$

$S_{xx} = \sum X_i^2 - \frac{(\sum Xi)^2}{n} = 385 - \frac{55^2}{11} = 110$

$\hat{b} = \frac{\sum Xi\, Yi - n\, \overline{X}\, \overline{Y}}{Sxx}$

$\hat{b} = \frac{121264 - 11\,(5)(1944.182)}{(110)} = 130.309$

$a = \overline{Y} - b\, \overline{X}$

$= 1944.182 - 130.309\ (5) = 1292.636$

$Y_i = 1292.636 + 130.309\ X_i$

هناك طريقة أخرى تسمى بالمختصرة والتي فيها :

١. إذا كان عدد السنوات فردي فنضع الصفر أمام المنتصف للفترة وتسلسل X كالأتي :

-5, -4, -3, -2, -1 الى الأعلى و +1 , +2 , +3 , +4 , +5 الى الأسفل .

2. أما أذا كان عدد السنوات زوجي فتقسم السلسلة الى قسمين ونضع الصفر منتصف الفترة بين القسمين وتسلسل X كالآتي -1 , -3 , -5 ، 000 الى الأعلى و +1 , +3 , +5 , 0000 الى الأسفل وقانونها يساوي :

$\hat{b} = \frac{\sum Xi\, Yi}{\sum X_i^2}$

$a = \overline{Y}$

مثال// نفس المثال السابق :

السنة	Y_i	X_i	$X_i Y_i$	X^2
1960	1352	-5	-6760	25
1961	1456	-4	-5824	16
1962	1530	-3	-4590	9
1963	1629	-2	-3258	4
1964	1785	-1	-1785	1
1965	1940	0	0	0
1966	2019	+1	2019	1
1967	2227	+2	4454	4
1968	2360	+3	7080	9
1969	2442	+4	9768	16
1970	2646	+5	13230	25
$\sum$	21386	0	14334	110

الحل :

$\sum Y_i = n\,a + b \sum X_i$ .....(1)

$\sum X_i Y_i = a \sum X_i + b \sum X_i^2$ .....(2)

بالتعويض بالمعادلة (1) و (2) ينتج :

21386 = 11 a + صفر .....(1)

a = 21386 /11 = 1944.182

صفر + b (110) = 14334 .....(2)

b = 14334/110 = 130.309

معادلة الاتجاه العام هي : Y = 1944.182 + 130.309 X

الحل بالطريقة الثانية (واجب)

$\overline{X} = \frac{0}{11} = 0$, $\overline{Y} = \frac{21386}{11} = 1944.182$

$S_{xx} = \sum X_i^2 - \frac{(\sum Xi)^2}{n} = 110 - \frac{0^2}{11} = 110$

$\hat{b} = \frac{\sum Xi\,Yi - n\,\overline{X}\,\overline{Y}}{Sxx} = \frac{14334 - 11\,(0)}{(110)} = 130.309$

$a = \overline{Y} - b\,\overline{X}$, $a = \overline{Y}$, a =1944.182

Y = 1944.182 + 130.309 X

مثال // الجدول التالي يبين تقديرات الدخل القومي في العراق للسنوات 1980 -1987 ، يطلب استخراج معادلة خط الاتجاه العام بفرض انه مستقيم باستخدام طريقة المربعات الصغرى المختصرة .

السنة	الدخل Y	الزمنX	$X_i Y_i$	X^2
1980	286	-7	-2002	49
1981	291	-5	-1455	25
1982	238	-3	-1014	9
1983	355	-1 0	-355	1
1984	379	1	379	1
1985	396	3	1188	9
1986	450	5	2250	25
1987	486	7	3402	49
المجموع	3081	0	2393	168

الحل:

$$\overline{X} = \frac{0}{8} = 0 \quad , \quad \overline{Y} = \frac{3081}{8} = 385.125$$

$$\hat{b} = \frac{\sum Xi\ Yi}{\sum X_i^2} = \frac{2393}{168} = 14.244$$

$$a = \overline{Y}$$

$$a = \frac{3081}{8} = 385.125$$

معادلة الاتجاه العام هي :

$$Y = 385.125 + 14.244\ X$$