ثانيا ": الأرقام القياسية للأسعار المرجحة :

أن الأرقام القياسية البسيطة لا تكون دقيقة عند حساب الرقم القياسي لسلع مختلفة وذلك بسبب إغفال الأهمية النسبية للسلع ولكي تكون الأرقام القياسية دقيقة لقياس تغير الظواهر المختلفة فأننا نعطي السلع الأوزان المناسبة لإبراز أهميتها. وهنا ظهرت الصيغ التالية :

١. **صيغة لاسبير Laspear Price Index :**

يتم الترجيح بها لكميات السلع في سنة الأساس.

$$\text{Laspear Index } (I_L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * 100$$

٢. **صيغة باش Paasche Price Index :**

ويتم فيها الترجيح للكميات في سنة المقارنة .

$$\text{Paasche Index } (I_P) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * 100$$

٣. **صيغة مارشال – ايد جورث Marshall - Edgwarth Price Index :**

ويتم فيها الترجيح لكميات سنة الأساس زائدا سنة المقارنة

$$\text{Marshal Index } (I_M) = \frac{\sum p_n (q_0 + q_n)}{\sum p_0 (q_0 + q_n)} * 100$$

٤. **الرقم القياسي الأمثل (صيغة فيشر) Fisher Price Index:**

وتوفق بين صيغتي لاسبير وباش وتتمثل بإيجاد الجذر التربيعي لحاصل ضرب الصيغتين لنحصل على الوسط الهندسي الذي صيغته هي :

$$\text{Fisher Index } (I_F) = \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}} * 100$$

$$I_F = \sqrt{I_L * I_P}$$

٥. **صيغة دروبش Drobishe's Price Index:**

وتمثل الوسط الحسابي بدلا من الوسط الهندسي في حالة صيغة فيشر

$$\text{Drobishe's Index } (I_D) = \frac{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}{2} * 100$$

$$I_D = \frac{I_L + I_P}{2}$$

٦. صيغة والش Walch Price Index:

وتمثل الوسط الهندسي لكميات سنتي (الأساس والمقارنة) كأوزان ترجيح للأسعار عند حساب الرقم القياسي والصيغة هي :

$$\text{Walch Index } (I_W) = \frac{\sum p_n \sqrt{q_0 * q_n}}{\sum p_0 \sqrt{q_0 * q_n}} * 100$$

مثال : الجدول التالي يمثل كميات أربع سلع وأسعارها للسنوات 1970-1980 ، اوجد الرقم القياسي لسنة 1980 باعتبار سنة 1970 هي سنة الأساس لكل من صيغة لاسبير ، باش ، مارشال ، فيشر ،درويش؟

Goods	الأسعار		الكميات	
	P_0	p_n	q_0	q_n
	1939	1957	1939	1957
1	2	4	18	24
2	4	9	6	12
3	1	3	20	32
4	1	3	250	400

الحل :

Goods	$p_n q_0$	$p_0 q_0$	$p_n q_n$	$p_0 q_n$	$q_0 + q_n$	$p_n(q_0 + q_n)$	$p_0\,(q_0+q_n)$
1	72	36	96	48	42	168	84
2	54	24	108	48	18	162	72
3	60	20	96	32	52	156	52
4	750	250	1200	400	650	1950	650
المجموع	936	330	1500	528		2436	858

1. $(I_L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * 100 = \frac{936}{330} * 100 = 283.6\ \%$
2. $(I_P) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * 100 = \frac{1500}{528} * 100 = 284\ \%$
3. $(I_M) = \frac{\sum p_n (q_0 + q_n)}{\sum p_0 (q_0 + q_n)} * 100 = \frac{2436}{858} * 100 = 283.9\ \%$

4. $(I_F) = \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}} * 100$

$I_F = \sqrt{I_L * I_P} * 100 = \sqrt{283.6 * 284} = \sqrt{80542.4}$
=283.8 %

5. $(I_D) = \frac{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}{2} * 100$

$I_D = \frac{I_L + I_P}{2} = \frac{283.6+284}{2} = 283.8$

مثال : من معلومات المثال السابق .احسب الرقم القياسي بصيغة والش؟

Goods	$q_0 q_n$	$\sqrt{q_0 q_n}$	$P_n\sqrt{q_0 q_n}$	$P_0\sqrt{q_0 q_n}$
1	432	20.78	83.12	41.56
2	72	8.49	76.41	33.96
3	640	25.3	75.9	25.3
4	100000	316.23	948.69	316.23
المجموع	101144		1184.12	417.05

Walch Index $(I_W) = \frac{\sum p_n \sqrt{q_0 * q_n}}{\sum p_0 \sqrt{q_0 * q_n}} * 100 = \frac{1184.12}{417.05} * 100 = 283.9\%$

****

الأرقام القياسية النسبية المرجحة

الوسط الحسابي المرجح للمناسيب .

للتغلب على العيوب في الوسط الحسابي البسيط للمناسيب نستخدم الوسط الحسابي المرجح للمناسيب لأنه الأكثر استخداما وشيوعا في هذا المجال ويمتاز بما يلي :-

١. بهذه الطريقة نحصل على منسوب السعر لكل سلعة ولهذا فائدة في التحليل .
٢. إمكان تعديل الرقم القياسي بإدخال مناسيب السلع الجديدة بدلا من القديمة .
٣. إمكان اخذ سلعة واحدة لتمثيل المجموعة الفرعية مع الترجيح بقيمة المجموعة الفرعية وبهذه الطريقة ترجح كل منسوب سعر بالقيمة الإجمالية للسلعة وذلك بدلالة بعض الوحدات النقدية كالدينار مثلا حتى تكون جميع عوامل الضرب مقاسة بنفس وحدة القياس وبما أن قيمة السلعة نحصل عليها من ضرب السعر في الكمية فان الأوزان تعطى بالصيغة (p x q).

وهناك حالتين لحساب الوسط الحسابي المرجح.

(أ) الوسط الحسابي المرجح للمناسيب باستخدام أسعار سنة الأساس كأوزان.

$$= \frac{\sum\left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_0 q_0)}{\sum(p_0 q_0)} * 100$$

(ب) الوسط الحسابي المرجح للمناسيب باستخدام أسعار سنة المقارنة كأوزان.

$$= \frac{\sum\left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_n q_n)}{\sum(p_n q_n)} * 100$$

مثال : إذا كانت أسعار مجموعة من السلع والكميات المستهلكة منها بملايين الوحدات في كل من سنتي 1968 - 1970 وسنة الأساس هي 1968 وكالاتي :

Goods	الأسعار		الكميات		منسوب السعر
	P_0	p_n	q_0	q_n	
	1968	1970	1968	1970	P_n/P_0
1	5	5	2	3	1
2	4	5	3	2	1.25
3	6	4	1	4	0.67
4	8	10	5	5	1.25
5	5	8	4	6	1.6

الحل :

$P_0\ q_0$	$P_n\ q_n$	$(P_n/P_0)\ P_0\ q_0$	$(P_n/P_0)\ P_n\ q_n$
10	15	10	15
12	10	15	12.5
6	16	4.02	10.72
40	50	50	62.5
20	48	32	76.8
88	139	111.02	177.52

وعند التعويض نحصل على :

1. بأسعار سنة الأساس

$$= \frac{\sum\left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_0 q_0)}{\sum(p_0 q_0)} * 100$$

$$= \frac{111.02}{88} * 100 \quad = 126.16\ \%$$

2. بأسعار سنة المقارنة

$$= \frac{\sum\left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_n q_n)}{\sum(p_n q_n)} * 100$$

$$= \frac{177.52}{139} * 100 \quad = 127.71\ \%$$

الأرقام القياسية بالأساس الثابت والأساس المتحرك

ينبغي لسنة الأساس أن تتصف بالاستقرار وخلوها من الظواهر الشاذة كالحروب والأزمات الاقتصادية ولذلك تحدد سنة معينة يحسب على أساسها الأرقام القياسية للظواهر وفي بعض الأحيان يؤخذ معدل عدة سنوات مثلا" وفي حالة مضي سنوات عديدة على سنة الأساس يصبح من الواجب تبديلها واختيار سنة أخرى ملائمة وذلك لعوامل كثيرة منها حالة الأسعار وزيادة الاختلاف في نمط الاستهلاك، اختلاف أذواق المستهلكين وظهور سلع جديدة لها تأثير في الرقم القياسي واختفاء سلع قديمة كان لها أهميتها لتكوين الرقم القياسي .

مثال :

إذا علمت أن أسعار الحنطة في محافظة نينوى خلال النصف الأول من عام 1969 كما في الجدول أدناه .والمطلوب :

١. حساب الرقم القياسي للأسعار للأساس الثابت شهر كانون الثاني (الأساس).
٢. حساب الرقم القياسي للأسعار للأساس المتحرك .

month	price	للأساس الثابت Price index	للأساس المتحرك Price index
1	36.1	100%	-----
2	35.2	$\frac{35.2}{36.1} *100 = 97.51$	97.51
3	34.5	$\frac{34.5}{36.1} *100 = 95.57$	98.0
4	32.6	$\frac{32.6}{36.1} *100 = 90.30$	94.5

5	32.6	$\frac{32.6}{36.1} * 100 = 90.30$	100
6	31.4	$\frac{31.4}{36.1} * 100 = 86.98$	96.3

تحويل الأرقام القياسية من الأساس الثابت الى الأساس المتحرك وبالعكس

يتم بأن نقسم كل رقم قياسي على الرقم القياسي السابق له وضرب النتيجة في 100 فنحصل بذلك على الأساس المتحرك .

أما عند تحويل الأساس الثابت من سنة الى أخرى فيتم بتقسيم كل الأرقام القياسية للسلسلة الزمنية على الرقم القياسي للسنة المراد اتخاذها كسنة أساس وضرب النتيجة * 100. إما الأساس المتحرك فهو قسمة الرقم القياسي الحالي على السابق له و هكذا .

Year السنة	الأساس الثابت	الأساس المتحرك
1970	100	--------
1971	$P_1/p_0 * 100$	$P_1/p_0 * 100$
1972	$P_2/p_0 * 100$	$P_2/p_1 * 100$
1973	$P_3/p_0 * 100$	$P_3/p_2 * 100$

ويفضل الرقم القياسي الثابت على الرقم القياسي المتحرك .

وذلك لأنه يقيس فترة اكبر وذلك لمعرفة مدى التغير في أسعار المواد .

مثال:- الآتي أرقام قياسية لأسعار احد السلع خلال الفترة 1980 – 1985 للأساس الثابت 1980 ، المطلوب : 1. تحويل سنة الأساس من سنة 1980 الى 1983 .

2. تحويل الأساس الثابت الى متحرك .3.(1982-1984) كسنة أساس

السنة	الرقم القياسي	1983= 100 تحويل الأساس	الأساس المتحرك	1981-1983 سنة الأساس
1980	100	89.29	---	84.53
1981	80	71.43	80	67.62
1982	125	111.61	156.25	105.66
1983	112	100	89.6	94.67
1984	118	105.36	105.36	99.74
1985	122	108.93	103.39	103.13

الوسط الحسابي للفترة(1982-1984) $= \frac{125+112+118}{3} = 118.3$

مثال :

الجدول التالي يبين الأرقام القياسية بأسعار الجملة في بغداد للسنوات 1962-1968 باعتبار سنة الأساس هي 1962 ، المطلوب حساب الأرقام القياسية للسنين المذكورة باعتبار سنة 1965 هي سنة الأساس الجديدة ، ثم 1967 هي سنة أساس أخرى ؟

السنة	الرقم القياسي 1962 = 100	الرقم القياسي 1965 = 100	الرقم القياسي 1967 = 100
1962	100	93.6	87.7
1963	108.1	101.2	94.8
1964	110.1	103.1	96.6
1965	106.8	100	93.7
1966	106	99.2	97
1967	114	106.7	100
1968	108.6	101.7	95.2

اختبار الأرقام القياسية : Testing of Index Numbers

تطرقنا لعدة صيغ للأرقام القياسية والسؤال أي من هذه الصيغ هو الأفضل لأنه قد يرتكب الباحث او الجهات المختصة عدة أخطاء عند تركيب الرقم القياسي مثلا": خطأ التجانس وخطا المعاينة وخطا الصياغة ويقصد بها الأتي :

١. **خطا المعاينة :** وهو الخطأ الذي ينتج من معاينة السلع الداخلة في الرقم القياسي واحتمال حصول أي خطا فيها .
٢. **خطأ التجانس :** وهو الخطأ الناتج عن التغيير في ترتيب السلع بين فترتين مختلفتين .
٣. **خطأ الصياغة :** وهو الخطأ الناتج عن الصيغ المختلفة عند تركيب الأرقام القياسية فهي تتباين في دقتها وفي دقة قياسها للتغيرات في الأسعار او الكميات .

ولذلك تجرى الاختبارات لمعرفة صلاحية الأرقام القياسية وهذه الاختبارات هي :

1. اختبار الانعكاس الزمني :2.اختبار الانعكاس العاملي :

اولا": اختبار الانعكاس الزمني :

يعتمد هذا الاختبار على استبدال الزمن في السعر او الكمية فتستبدل أسعار وكميات سنة الأساس بأسعار وكميات سنة المقارنة فإذا كان الرقم الجديد x الرقم القديم = 1 قيل أن الرقم القياسي يحقق الانعكاس الزمني .

١. **منسوب السعر :**

$$= \cancel{\frac{P_n}{P_0}} * \cancel{\frac{P_0}{P_n}} = 1$$

أذن يجتاز الانعكاس الزمني

٢. صيغة لاسبير :

$$\text{Laspear Index } (I_L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_n q_n} \neq 1$$

أذن لا يجتاز الانعكاس الزمني .

٣. صيغة باش :

$$\text{Paasche Index } (I_P) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * \frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_n q_0} \neq 1$$

أذن لا يجتاز الانعكاس الزمني .

٤. صيغة مارشال – ايد جورث:

$$\text{Marshal Index } (I_M) = \frac{\sum p_n (q_0+q_n)}{\sum p_0 (q_0+q_n)} * \frac{\sum p_0 (q_n+q_0)}{\sum p_n (q_n+q_0)} = 1$$

أذن يجتاز الانعكاس الزمني.

٥. الرقم القياسي الأمثل (صيغة فيشر):

$$\text{Fisher Index } (I_F) = \sqrt{\frac{\cancel{\sum p_n q_0}}{\cancel{\sum p_0 q_0}} * \frac{\cancel{\sum p_n q_n}}{\cancel{\sum p_0 q_n}}} * \sqrt{\frac{\cancel{\sum p_0 q_n}}{\cancel{\sum p_n q_n}} * \frac{\cancel{\sum p_0 q_0}}{\cancel{\sum p_n q_0}}} = 1$$

أذن يجتاز الانعكاس الزمني.

٦. صيغة والش:

$$\text{Walch Index } (I_W) = \cancel{\frac{\sum p_n \sqrt{q_0 * q_n}}{\sum p_0 \sqrt{q_0 * q_n}}} * \cancel{\frac{\sum p_0 \sqrt{q_n * q_0}}{\sum p_n \sqrt{q_n * q_0}}} = 1$$

أذن يجتاز الانعكاس الزمني.

س// هناك انتقاد يوجه الى الرقم القياسي لفيشر الأمثل لا يتمتع بالدقة كالرقمين السابقين المكونين له .

ج// أن الرقم القياسي الأمثل هو الوسط الهندسي لباش و لاسبير وهما غير دقيقين لأنهما متحيزين باتجاهين مختلفين (لاسبير صيغته تفترض بقاء المستهلكين على وضعه السابق وان أذواقهم لم تتغير في المدة بين سنتي الأساس والمقارنة وأنهم سوف يستمرون باستهلاك نفس الكميات من السلع لصرف النظر عن ارتفاع الأسعار او انخفاضها بينما هناك حقيقة هي تحول المستهلكين من السلع التي ارتفع سعرها الى السلع التي انخفض سعرها وهذا يبين أن لاسبير تحيز نحو الأعلى أما باش فان صيغته تقيس التغير في النفقات اللازمة للحصول على كميات السلع المستهلكة في سنة المقارنة لأسعار هذه السنة وبأسعار سنة الأساس وبنفس

الأسباب أعلاه فان الصيغة تكون متحيزة الى الأسفل اذ ليس من المعقول أن يكون المستهلك اشترى نفس الكميات من السلع في سنة الأساس كما فعل في سنة المقارنة وعليه فان الرقم القياسي الامثل هو غير دقيق كالرقمين المكونين له .

ثانيا ":- اختبار الانعكاس العاملي :

إذا استبدلت رموز الأسعار برموز الكميات في صيغة الرقم القياسي للسعر مع الإبقاء على دليل الزمن حصلنا على صيغة القياس للكمية وهو ما يسمى بالانعكاس او البديل العاملي ، و إذا كان الرقم القياسي القديم في الرقم القياسي الجديد يساوي الرقم القياسي للقيمة ، قيل أن الرقم القياسي يحقق او يجتاز الاختبار العاملي .

أذن الشرط هو: الرقم القياسي X بديله العاملي = $\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$ الرقم القياسي للقيمة

١. **منسوب السعر :**

أذن يجتاز الانعكاس العاملي $\frac{p_n q_n}{p_0 q_0} = \frac{q_n}{q_0} * \frac{P_n}{P_0} =$

٢. **صيغة لاسبير :**

$$\text{Laspear Index } (I_L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن لا يجتاز الانعكاس العاملي .

٣. **صيغة باش :**

$$\text{Paasche Index } (I_P) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن لا يجتاز الانعكاس العاملي .

٤. **صيغة مارشال – ايد جورث:**

$$\text{Marshal Index } (I_M) = \frac{\sum p_n(q_0+q_n)}{\sum p_0(q_0+q_n)} * \frac{\sum q_n(p_0+p_n)}{\sum q_0(p_0+p_n)} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن لا يجتاز الانعكاس العاملي.

٥. **الرقم القياسي الأمثل (صيغة فيشر):**

$$\text{Fisher Index } (I_F) = \sqrt{\frac{\cancel{\sum p_n q_0}}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_n q_n}{\cancel{\sum p_0 q_n}}} * \sqrt{\frac{\cancel{\sum q_n p_0}}{\sum q_0 p_0} * \frac{\sum q_n p_n}{\cancel{\sum q_0 p_n}}} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن يجتاز الانعكاس العاملي.

٦. **صيغة والش:**

$$\text{Walch Index} (I_W) = \frac{\sum p_n \sqrt{q_0 * q_n}}{\sum p_0 \sqrt{q_0 * q_n}} * \frac{\sum q_n \sqrt{p_0 * p_n}}{\sum q_0 \sqrt{p_0 * p_n}} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن لا يجتاز الانعكاس الزمني

مثال: من الجدول الآتي احسب الأرقام القياسية لكل من لاسبير ،باش، مارشال، فيشر وهل يجتاز كل منهما اختباري الانعكاس الزمني والانعكاس العاملي علما أن سنة الأساس هي 1961 ؟

السلع	1961		1972	
	P_0	q_0	p_n	q_n
1	5	5	6.5	7
2	7.75	6	8.8	10
3	9.63	4	7.75	6
4	12.5	9	12.75	9

الحل

السلع	$p_n q_0$	$p_0 q_0$	$p_n q_n$	$p_0 q_n$	$q_0 + q_n$
1	32.5	25	45.5	35	12
2	52.8	46.5	88	77.5	16
3	31	38.52	46.5	57.78	10
4	114.75	112.5	114.75	112.5	18
المجموع	231.05	222.52	294.75	282.78	

$p_n(q_0 + q_n)$	$p_0 (q_0+q_n)$	$P_0 + p_n$	$q_0(P_0 + p_n)$	$q_n(P_0 + p_n)$
78	60	11.5	57.5	80.5
140.8	124	16.55	99.3	165.5
77.5	96.3	17.38	69.52	104.28
229.5	225	25.25	227.25	227.25
525.8	505.3		453.57	277.53

اختبار الانعكاس الزمني .

١. صيغة لاسبير :

$$\text{Laspear Index} (I_L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_n q_n} \neq 1$$

لا يجتاز الانعكاس الزمني .

$$= \frac{231.05}{222.52} * \frac{282.78}{294.75} \neq 1$$

٢. صيغة باش :

$$\text{Paasche Index } (I_P) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * \frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_n q_0} \neq 1$$

لا يجتاز الانعكاس الزمني .

$$= \frac{294.75}{282.78} * \frac{222.52}{231.05} \neq 1$$

٣. صيغة مارشال – ايد جورث:

$$\text{Marshal Index } (I_M) = \frac{\sum p_n (q_0 + q_n)}{\sum p_0 (q_0 + q_n)} * \frac{\sum p_0 (q_n + q_0)}{\sum p_n (q_n + q_0)} = 1$$

$$= \frac{525.8}{505.3} * \frac{505.3}{525.8} = 1$$

أذن يجتاز الانعكاس الزمني.

٤. الرقم القياسي الأمثل (صيغة فيشر):

$$\text{Fisher Index } (I_F) = \sqrt{\cancel{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}} * \cancel{\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}} * \sqrt{\cancel{\frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_n q_n}} * \cancel{\frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_n q_0}}} = 1$$

$$= \sqrt{\frac{231.05}{222.52} * \frac{294.75}{282.78}} * \sqrt{\frac{282.78}{294.75} * \frac{222.52}{231.05}} * = 1$$

أذن يجتاز الانعكاس الزمني.

اختبار الانعكاس العاملي

منسوب القيمة $\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0} = \frac{294.75}{222.52}$

١. صيغة لاسبير :

$$\text{Laspear Index } (I_L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

$$= \frac{231.05}{222.52} * \frac{282.78}{222.52} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن لا يجتاز الانعكاس العاملي .

٢. صيغة باش :

$$\text{Paasche Index } (I_P) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

$$= \frac{294.75}{282.78} * \frac{294.75}{231.05} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن لا يجتاز الانعكاس العاملي .

٣. صيغة مارشال – ايد جورث:

$$\text{Marshal Index } (I_M) = \frac{\sum p_n(q_0+q_n)}{\sum p_0(q_0+q_n)} * \frac{\sum q_n(p_0+p_n)}{\sum q_0(p_0+p_n)} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

$$= \frac{525.8}{505.3} * \frac{577.53}{453.57} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن لا يجتاز الانعكاس العاملي.

٤. الرقم القياسي الأمثل (صيغة فيشر):

$$\text{Fisher Index } (I_F) = \sqrt{\frac{\cancel{\sum p_n q_0}}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_n q_n}{\cancel{\sum p_0 q_n}}} * \sqrt{\frac{\cancel{\sum q_n p_0}}{\sum q_0 p_0} * \frac{\sum q_n p_n}{\cancel{\sum q_0 p_n}}} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

$$= \sqrt{\frac{\cancel{231.05}}{222.52} * \frac{294.75}{\cancel{282.78}}} * \sqrt{\frac{\cancel{282.78}}{222.52} * \frac{294.75}{\cancel{231.05}}} = \frac{294.75}{222.52} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

أذن يجتاز الانعكاس العاملي.

تعديل الأرقام القياسية

يمكن تعديل أي صيغة تستعمل لتركيب الرقم القياسي لجعلها تجتاز اختبار الانعكاس الزمني والانعكاس العاملي .

(أ) فيمكن تعديل الرقم القياسي لجعله يحقق شرط الانعكاس الزمني بان يضرب هذا الرقم في مقلوب بديله الزمني ثم نستخرج الجذر التربيعي لحاصل الضرب(عمليه التعديل) و عليه فأن الرقم القياسي المعدل يساوي الوسط الهندسي للرقم الأصلي ومقلوب بديله الزمني ويسمى بالمقلوب الزمني .

١. صيغة لاسبير:

$$\text{Laspear Index } (I_L) = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}$$

بديله الزمني $\frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_n q_n}$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}$$

ويمثل رقم فيشر (الأمثل) ويجتاز الانعكاس الزمني .

٢. صيغة باش:

$$\text{Paasche Index } (I_P) = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}$$

بديله الزمني $\frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_n q_0}$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}}$$

ويمثل رقم فيشر (الأمثل) ويجتاز الانعكاس الزمني .

(ب) تعديل الأرقام القياسية لجعلها تنعكس في المعامل (تحقق الانعكاس العاملي). حيث يحسب الوسط الهندسي للرقم القياسي ومقلوبه العاملي والمقلوب العاملي لاي رقم هو خارج قسمة الرقم القياسي للقيمة على البديل العاملي للرقم المطلوب تعديله .

حيث الرقم القياسي للقيمة هو :

$$= \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

١. صيغة لاسبير:

Laspear Index (I_L) = $\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}$

بديله العاملي = $\frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}$

$$\text{المقلوب العاملي} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0} \div \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$$= \frac{\sum p_n q_n}{\cancel{\sum p_0 q_0}} * \frac{\cancel{\sum q_0 p_0}}{\sum q_n p_0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum q_n p_0}$$

$$\text{التعديل} = \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}$$

الناتج يمثل صيغة فيشر وهو يجتاز الاختبار (الانعكاس العاملي)

٢. صيغة باش : واجب بيتي

- ملاحظة :أذا كان الرقم القياسي لا ينعكس في الزمن ولا في المعامل وجب تعديله مرتين فنعدله اولا" لنجعله يحقق شرط الانعكاس الزمني ثم مره أخرى نجعله يحقق شرط الانعكاس العاملي وهذا التعديل لا يصل بالرقم القياسي الى حد الكمال بل أحيانا تكون الصيغة المعدلة معقدة حيث يصعب استعمالها .

مشاكل ومخاطر الأرقام القياسية

الأرقام القياسية لها بعض الهفوات يمكن تلخيصها بما يلي :

اولا":- المشاكل المتعلقة بتركيب الرقم القياسي وتتمثل في :

(أ) مشكلة اختيار العينة :- أن اختيار المواد التي يجب أخذها بنظر الاعتبار عند تركيب الرقم القياسي بالشكل الذي يجعل النتائج متساوية بالأهمية لمستخدمي الأرقام القياسية .وسبب ذلك أن معظم الأرقام القياسية الخاصة بالأسعار او الكميات تستخدم بإشكال واسعة ومختلفة .

(ب) اختيار الأوزان المناسبة :- لقد استخدمت أسعار أو كميات نموذجية في الأرقام القياسية التي سبق شرحها وذلك لإغراض الوزن والملاحظة التي يجب تثبيتها هنا أن الكمية النموذجية لفترة ما ولغرض ما تتغير بسرعة وتصبح غير نموذجية من فترة الى أخرى او لغرض آخر وعليه يجب أن تتبدل بأوزان أخرى .

(ج) مشكلة اختيار فترة الأساس المناسبة والصحيحة . ان اختيار سنة الأساس المناسبة يجب ان نراعي النقطتين التاليتين .

١. أن تكون سنة الأساس طبيعية وحديثة قدر الإمكان .
٢. أن تكون سنة الأساس المراد استخدامها في رقم قياسي معين هي نفس سنة الأساس المستخدمة في أرقام أخرى لغرض تسهيل عملية المقارنة .

ثانيا":- المخاطر المتعلقة باستخدام الرقم القياسي :

(أ) الحصول على المعلومات الملائمة لغرض تركيب الرقم القياسي .(أنواعها،الطرق المستخدمة في تكوينها)

(ب) التحيز الممكن والمتولد نتيجة مرور الوقت :- والخطر هنا يكمن في مشكلة تخصيص الأوزان المناسبة وبمرور الوقت فان الرقم القياسي يزيد او يقلل من أهمية التغير بسبب التغير في الأهمية النسبية للسلع وليس بسبب أوزانها المطلقة و بالتأكيد فان استخدام رقم قياسي متغير يؤدي الى اتخاذ قرار خاطئ.

ج) التغيرات الكمية الممكنة :- فقد تؤدي التغيرات التكنولوجية بمرور الوقت الى حصول تغيرات كمية في المنتجات المراد مقارنتها وعند حصول ذلك يكون من الصعب إذا لم يكن من المستحيل بتعديلات مناسبة بالرقم القياسي للسعر بحيث يكون قادرا على ان يعكس بشكل جيد الفروقات الكمية .مثلا سيارات اليوم ليست كسيارات قبل ثلاثين عام او حواسيب اليوم ليست كحواسيب قبل 50 عام .

تطبيقات على الارقام القياسية

مثال:- أعطيت المعلومات التالية عن احد أنواع الحنطة في البصرة وبغداد ونينوى خلال النصف الأول لسنة 1969 وكانت أوزان الترجيح للمحافظات الثلاث هي 45 لمحافظ نينوى ، 20 لمحافظة البصرة و 35 لمحافظ بغداد ، احسب الرقم القياسي لأسعار الحنطة باعتبار كانون الثاني هو شهر الأساس ؟.

الشهر	بغداد	نينوى	البصرة	السعر المرجح	الرقم القياسي
كانون الثاني	40.3	36.1	38.5	38.1	100
شباط	38.5	35.2	39	37.1	97.4
آذار	34.8	34.4	40	35.7	93.7
نيسان	34	32.6	33.9	33.4	87.7
مايس	34	32.6	34.5	33.5	87.9
حزيران	35	31.4	33.5	33.1	86.9

كانون الثاني $= \dfrac{(40.3)(35)+(36.1)(45)+(38.5)(20)}{(35+45+20)} = 38.1$

شباط $= \dfrac{(38.5)(35)+(35.2)(45)+(39)(20)}{100} = 37.1$

آذار $= \dfrac{(34.8)(35)+(34.4)(45)+(40)(20)}{100} = 35.7$

نيسان $= \dfrac{(34)(35)+(32.6)(45)+(33.9)(20)}{100} = 33.4$

مايس $= \dfrac{(34)(35)+(32.6)(45)+(34.5)(20)}{100} = 33.5$

حزيران $= \dfrac{(35)(35)+(31.4)(45)+(33.5)(20)}{100} = 33.1$

مثال :

البيانات التالية تمثل تخمينات وزارة الزراعة للمساحة المزروعة بالدونم وكمية الناتج للطن من الحنطة والشعير في العراق للسنوات 1965 - 1969 ، المطلوب :

١. حساب الرقم القياسي للمساحة المستغلة .
٢. حساب معدل الإنتاجية للكيلو غرام للدونم الواحد .
٣. حساب الأرقام القياسية الفردية للإنتاجية .

الحنطة		الشعير		السنة
الناتج	المساحة	الناتج	المساحة	
1006	6813	806	4389	1965
826	6947	832	4677	1966
860	7368	855	4342	1967
1371	8040	931	4873	1968
1189	8356	1250	4872	1969

١. الأرقام القياسية للمساحة 1965 = 100

الحنطة	الشعير	السنة
100	100	1965
102	106.5	1966
108.1	98.9	1967
118	111	1968
122	111	1969

٢. معدل الإنتاجية = $\frac{\text{كمية الناتج}}{\text{المساحة المستغلة}}$

الحنطة	الشعير	السنة
147.6	183.6	1965
118.9	177.9	1966
116.7	196.9	1967
170.5	191.9	1968
142.3	256.5	1969

- الناتج مضروب في 1000 (بالكيلو غرام)

٣. الأرقام القياسية الفردية للإنتاجية

الشعير	الحنطة	السنة
100%	100%	1965
96.9	80.6	1966
107.2	79.1	1967
104	115.5	1968
139.7	96.4	1969

الرقم القياسى لنفقة المعيشة :

يقيس التغير في أسعار السلع والخدمات التي يستخدمها الفرد خلال فترة معينة بالنسبة للفترة السابقة لها كأساس وتقسم بنود الإنفاق لدخل الفرد الى 1. الغذاء 2. الملبس 3. المسكن 4. المصروفات الأخرى وتشمل (مدرسية ، تنقلات ، العلاج ،... الخ) ولعمل الرقم القياسي لنفقة المعيشة تجمع البيانات لكل بند من هذه البنود لفترتي الأساس والمقارنة ويحدد وزن لكل بند يتم الحصول عليه من بحوث ميزانية الأسرة ويتم حساب الرقم القياسي لكل بند على أساس منسوب

السعر في سنة المقارنة على منسوب السعر في سنة الأساس ، والرقم القياسي الجديد هو الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار ترجحه للأوزان وهذا يمثل الرقم القياسي لنفقة المعيشة الذي يعكس التغير بالأسعار .

مثال : البيانات التالية تمثل متوسط الإنفاق لشهر آذار لسنة 1962 كأساس وحزيران 1971 مقارنة ، احسب الرقم القياسي لنفقة المعيشة .

بنود الإنفاق	آذار 1962	حزيران 1971	الوزن (الأهمية النسبية)
الغذاء	10	22	45
الملبس	4	8	17
المسكن	3	4	16
المصروفات الأخرى	3	6	22
			100

الحل //

منسوب السعر	الرقم القياسي
22/10 * 100 = 220	220*45= 9900
8/4 * 100 = 200	200* 17 = 3400
4/3 * 100 = 133.3	133.3*16 = 2132.8
6/3 * 100 = 200	200*22 = 4400
المجموع	19832.8

الرقم القياسي لنفقة المعيشة $= \frac{19832.8}{100} = 198.33$

مثال :

ماهو الرقم القياسي العام لتكاليف المعيشة في العراق خلال شهر آذار لسنة 1970 ،إذا علمت أن الرقم القياسي للمجموعات وأوزانها كما يلي ؟

المجموعات	الوزن	الرقم القياسي	الرقم القياسي المرجح بالوزن
المواد الغذائية	530	118.7	530*118.7 = 62911
الملابس	70	117	8190
الاثاث	57	123.7	7050.9
مواد التنظيف	25	94.3	2337.5
المتنوعات	154	124	1909.6
الوقود	53	110	5845.9
الايجار	83	101.3	8407.9
السكاير	28	112.2	3141.6
$\sum$	100		117000.8

$$\text{Price Index} = \frac{117000.8}{1000} = 117\ \%$$

الرقم القياسي لأسعار البيع بالجملة :

يهدف الرقم القياسي لمقارنة أسعار الجملة شهريا في فترة أساس معينة وأول رقم حسب عام 1938 من قبل دائرة الإحصاء والصيغة المستخدمة لحسابه هي صيغة لاسبير ثم حسب رقم عام 1962 نتيجة للتطورات الاقتصادية والسياسية التي حدثت في تلك الفترة وظهور سلع جديدة ويحتوي هذا الرقم على ثلاث أنواع هي :

١. رقم قياسي لأسعار الجملة للمواد الغذائية .
٢. رقم قياسي لأسعار الجملة للمنتوجات .
٣. رقم قياسي لأسعار البيع بالجملة للمواد الإنشائية .

وكل رقم من هذه الأرقام يتألف من عدد من المجموعات تتضمن عدد من السلع ويحسب رقم شهري لكل مجموعة فرعية ورقم قياسي عام لكل مجموعة رئيسية .

مثال :_ اذا علمت ان الرقم القياسي للمواد الغذائية خلال شهر اذار سنة 1970 هو

128.6 للمواد الغذائية ، 110.3 للمواد الانشائية ، 106 للمنسوجات ، علما ان الاوزان هي : للمواد الغذائية 70.5 ، وللمواد الانشائية 11.8 ، وللمنسوجات 17.7

احسب رقم قياسي مرجح لهذه الاوزان :

الحل : $= \frac{128.6*70.5 + 110.3*11.8 + 106*17.7}{100} = 122.44\ \%$