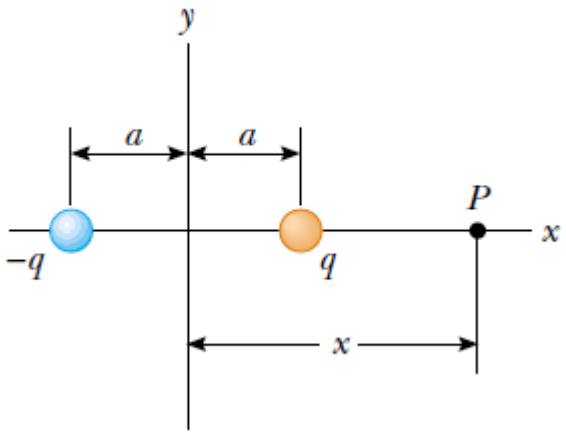
كمشتقات جزئية .

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Finding the electric field from the potential

The Electric Potential Due to a Dipole

ثنائي القطب الكهربائي الذي يحتوي شحنتين متساويتين في المقدار وبأشارتين مختلفتين ومفصولتان بمسافة مقدارها $2a$ كما في الشكل ويقع ثنائي القطب على طول المحور السيني ويتمركز في نقطة الاصل .



(A) أحسب الجهد الكهربائي عند النقطة P

$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q}{x-a} - \frac{q}{x+a} \right) = \frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}$$

(B) أحسب V و E_x عند نقطة بعيدة عن ثنائي القطب

أذا كانت النقطة P بعيدة عن ثنائي القطب فأن $x >> a$, وعلية a^2 يمكن ان تحذف من الحد $x^2 = a^2$

وان V تصبح

$$V \approx \frac{2k_e qa}{x^2} \qquad (x \gg a)$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{4k_e qa}{x^3} \qquad (x \gg a)$$

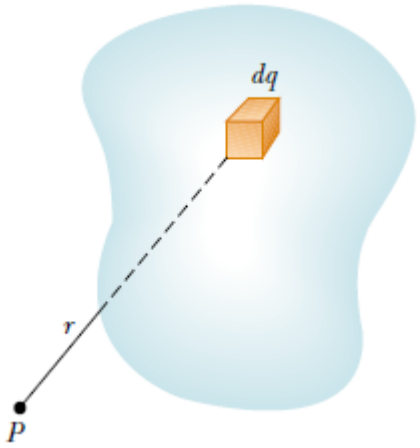
(C) أحسب E_x و V أذا كانت النقطة P مثبتة في أي مكان بين الشحنتين :

$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q}{a - x} - \frac{q}{a + x} \right) = \frac{2 k_e q x}{a^2 - x^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{2 k_e q x}{a^2 - x^2} \right) = -2 k_e q \left(\frac{a^2 + x^2}{(a^2 - x^2)^2} \right)$$

Electric Potential Due to Continuous Charge Distributions

لتوضيح الجهد بالاعتماد على عنصر الشحنة dq ولنبين ان العنصر كشحنة نقطية كما في الشكل أدناه . الجهد الكهربائي dV عند النقطة P بسبب عنصر الشحنة dq هو :



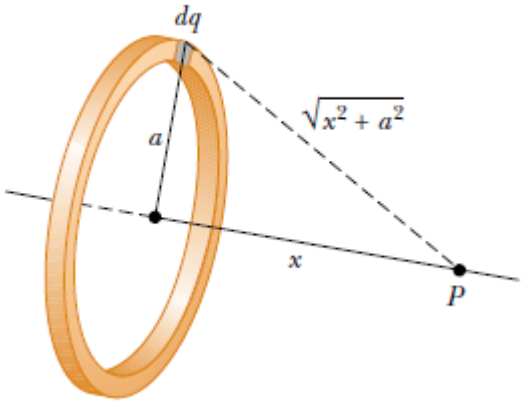
$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

حيث ان r هي المسافة من عنصر الشحنة الى النقطة P

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

Electric potential due to a continuous charge distribution

Electric Potential Due to a Uniformly Charged Ring



شكل (٤-٢) : حلقة دائرية مشحونة والمطلوب حساب E و V عند النقطة p.

الشحنة موزعة بانتظام على طول الحلقة فإن كل جزء من الشحنة يبعد بمقدار $(x^2 + a^2)^{1/2}$ عن النقطة P الواقعة على محور الحلقة، شكل (٤-٢)، لهذا فإن الجهد V عند النقطة P يساوي :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

ومن التماثل نجد أن المجال عند نقطة محورية يتجه في اتجاه المحور، وعندئذ فإن تدرج الجهد $\frac{dV}{dx}$ يساوي شدة المجال عند هذه النقطة .

$$\therefore E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x^2 + a^2)^{1/2}}\right)$$

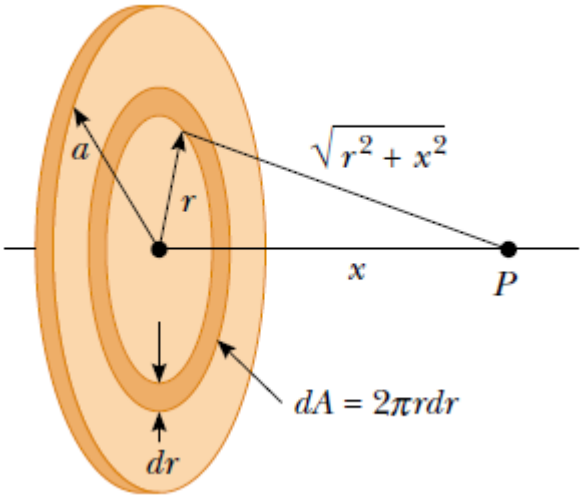
$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Electric Potential Due to a Uniformly Charged Disk

قرص مشحون بشكل غير منتظم له نصف قطر مقداره a وكثافة شحنته السطحية 0 . أوجد

(A) الجهد الكهربائي

(B) قيمة المجال الكهربائي على طول المحور المركزي العمودي على القرص



(A) Solution : نختار نقطة مثل P تبعد بمسافة مقدارها x من مركز القرص
ان المساحة السطحية للقرص هي $dA = 2\pi r\, dr$. ومن خلال تعريف كثافة الشحنة السطحية
فأن الشحنة على القرص هي $dq = \sigma\, dA = \sigma^2 \pi r dr$. وعليه يكون الجهد على النقطة P بسبب القرص هو

$$dV = \frac{k_e dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{k_e \sigma 2\pi r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

حيث ان x ثابتة وان r متغيره.وللايجاد الجهد الكهربائي الكلي عند P هذا يعني ان نكامل من dV من $r = 0$ to $r = a$:

$$V = \pi k_e \sigma \int_0^a \frac{2r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \pi k_e \sigma \int_0^a (r^2 + x^2)^{-1/2}\, 2r\, dr$$

This integral is of the common form $\int u^n\, du$ and has the value $u^{n+1}/(n+1)$, where $n = -\frac{1}{2}$ and $u = r^2 + x^2$. This gives

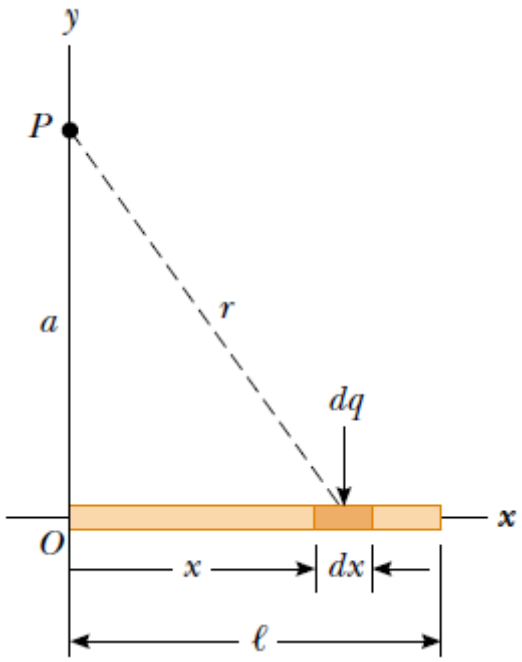
$$V = 2\pi k_e \sigma \left[(x^2 + a^2)^{1/2} - x\right]$$

Solution (B)

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}\right)$$

Electric Potential Due to a Finite Line of Charge

عصا بطول ℓ مثبتة على طول المحور x axis تحمل شحنة كلية Q وكثافة شحنة خطية منتظمة مقدارها $\lambda = Q/\ell$. أوجد الجهد الكهربائي عند النقطة P المثبتة على المحور y axis تبعد بمسافة عن مقدارها a عن نقطة الاصل كما فب الشكا أدناه .



Solution

أن العنصر الذي طولة dx يحمل شحنة مقدارها $dq = \lambda\, dx$

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V = k_e \lambda \int_0^{\ell} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k_e \frac{Q}{\ell} \int_0^{\ell} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

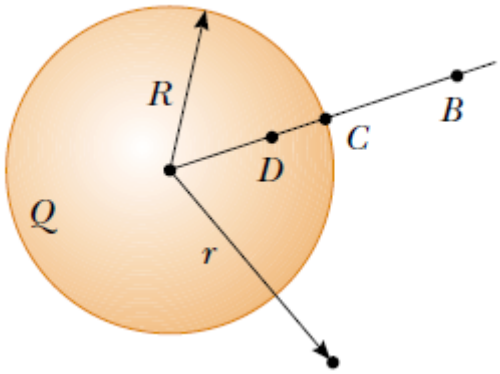
وان نتيجة التكامل هي

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$$

$$V = \frac{k_e Q}{\ell} \ln\left(\frac{\ell + \sqrt{\ell^2 + a^2}}{a}\right)$$

Electric Potential Due to a Uniformly Charged Sphere

أيجاد الجهد الكهربائي لجسم كروي موصل مشحون



A) أيجاد الجهد الكهربائي لنقطة خارج الجسم الكروي الموصل r >R نأخذ الجهد يساوي صفر عند $r = \infty$

$$E_r = k_e \frac{Q}{r^2} \qquad (\text{for } r > R)$$

الكرة الموصلة تحمل شحنه q+ وعلية بمكن ان نكتب

$$V_B - V_A = k_e Q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

$$V_B - 0 = k_e Q \left[\frac{1}{r_B} - 0 \right]$$

$$V_B = k_e \frac{Q}{r} \qquad (\text{for } r > R)$$

وبسبب ان الجهد مستمر عند r=R

$$V_C = k_e \frac{Q}{R} \qquad (\text{for } r = R)$$

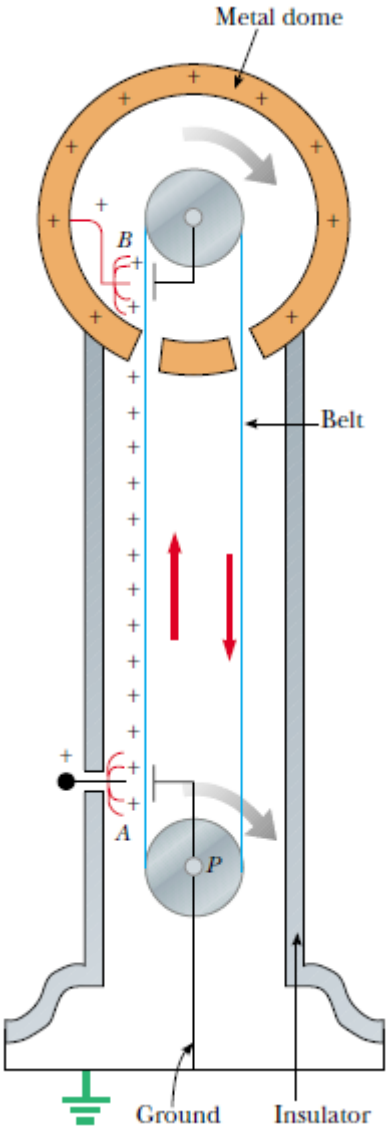
(B) لنجد الجهد عند نقطة خارج الكرة الموصلة المشحونة r < R

$$E_r = \frac{k_e Q}{R^3} r \qquad (\text{for } r < R)$$

Applications of Electrostatics

The Van de Graaff Generator: مولد فان دي كراف

يعتبر مولد فان دي كراف الذي صممة العالم Robert J. Van de Graaff(1901–1967) في 1929من التطبيقات المهمة لظاهرة توزيع الشحنة على السطح الخارجي لموصل .



يستعمل هذا الجهاز في الحصول عل الالكترونات أو البروتونات ذات الطاقة العالية جدا قد تصل الى 10MeV . أن الفكرة الاساسية التب بني عليها عمل مولد فان دب كراف هي عند وضع موصل مشحون في تماس مع السطح الداخلي لكرة مجوفة موصلة فان جميع الشحنة التب يحملها الموصل المشحون تنتقل الى الكرة المجوفة .أن الشحنة المتجمعة على الكرة المجوفة وبالتالي الجهد الكهروستاتيكي المتكون بسببها يمكن ان تتزايد بدون حدود بتكرار العملية .في مولد فان دي كراف يستعمل حزام دوار لانتقال الشحنه الى الكرة المعدنية المجوفة وهو حزام مصنوع من مادة عازلة يمر فوق بكرتين عازلتين .

ملاحظات مهمة جدا

- في الظروف الكهروستاتيكية لايمكن للمجال الكهربائي أن يوجد داخل الموصل .
- في الظروف الكهروستاتيكية يكون المجال الكهربائي الخارجي متعامدا مع سطح الموصل عند جميع النقاط.
- لايمكن خلق اوتدمير شحنة موجبة أوسالبة صافية في اية عملية فيزيائية .
- لو كان للشحنات تماثل كروي فأن المسافة r هي التي بين مراكزها .
- يعرف المجال الكهربائي في نقطة ما من الفضاء بأنة النسبة بين القوه الكهربائية المؤثرة على شحنة أختبارية صغيرة q موضوعة في تلك النقطة ومقدار تلك الشحنة

$$E=F/q$$

حيث F هي القوة المؤثرة على q

- يكون أتجاه E هو نفس أتجاه القوة المؤثرة على شحنة موجبة .
- وحدات SI للمجال E هـــــــــو N/C
- يكون أتجاه المجال الكهربائي قطريا الى الخارج من شحنة موجبة وقطريا الى الداخل نحو شحنة سالبة.
- مقدار المجال الكهربائي لشحنة نقطية Q عند مسافة r من Q هو

$$E=kQ/r^2$$

- يمكن حساب المجال الكهربائي لعدد من الشحنات النقطية –من حيث المبدأ- في أية نقطة بتطبيق مبدأ التراكب ، أي بحساب المجال الناشيء عن كل شحنة نقطية على حدة ثم جمع الاسهامات المنفردة متجهيا.
- يكون المجال الكهربائي بين لوحين متوازيين مشحونين بشحنات مضادة منتظما.
- تكون شدة المجال الكهربائي اكبر مايمكن حيث تكون الخطوط أكثف ما يمكن وأقل مايمكن عندما تكون الخطوط أبعد ماتكون عن بعضها البعض.
- فرق الجهد (أو الفولتية) بين نقطتين مثل A وB هو الفرق في طاقة الوضع لشحنة موجبة بين نقطتين ' مقسوما على الشحنة .

مثـــــــــــال: يحمل لوح مستو كثافة سطحية للشحنة مقدارها $-4\mu C/m^2$. فأذا كان الجهد الكهربائي عند اللوح صفرا ،أي V=0 فكم يكون الجهد على بعد مقداره 2cm ؟

الحـــــــــل: أذن مقدار المجال الكهربائي يعطى بالعلاقة التالية

$$E=\sigma/2\varepsilon_o$$

$$E=\frac{4\times10^{-6}C/m^2}{2(8.85\times10^{-12}C^2/N.m^2)}=2.26\times10^5N/C=2.26\times10^5V/m$$

فيكون مقدار التغير في الجهد عندم تتحرك مسافة مقدارها 20متر بعيدا عن الصحيفة كالاتي:

$$\Delta V = V - 0 = -(2.26 \times 10^5 V/m)(-0.02m) = +4520V$$

أن فهم الاشارات يتحتم علينا معرفة التالي :
أن التحرك أما بعيدا عن شحنة سالبة أو نحو شحنة موجبة يعني زيادة في الجهد أما التحرك نحو شحنة سالبة أوبعيدا عن شحة موجبة يعني أنخفاضا في الجهد.

- حجوم وأسطح الموصلات تعتبر حجوم وأسطح تساوي الجهد تحت ظروف كهروستاتيكية.
- ألكترون فولت واحد (eV) هو الطاقة التي تكتسبها شحنة مقدارها e+ عندما تتحرك خلال فرق للجهد مقداره فولت واحد.

أنواع المجالات :

1- مجال منتظم : هو المجال الذي تكون فيه خطوط القوة الكهربائية بصوره متوازيه وشدة المجال في أية نقطة من نقاطه متساوية كما في الصفائح المتوازية
2- المجال الغير منتظم الذي تكون فيه خطوط القوه غير متوازية وشدة المجال في اية نقطة من نقاطة مختلفة كما في الشحنات النقطية.

فرق الجهد الكهربائي : الشغل المنجز لتحريك الشحنة الكهربائية بين نقطتين داخل المجال الكهربائي.

فرق الجهد=الشغل/الشحنة

س: أعط الفولت بدلالة وحداته الاساسية:

$$Volt = \frac{N.m}{C} = \frac{\frac{Kg.m}{\sec^2}.m}{C}$$

$$\therefore Volt = \frac{Kg.m^2}{C.m^2}$$

أنحدار الجهد : التغيير في الجهد الكهربائي على وحدة طول
انحدار الجهد =فرق الجهد/ المسافة ووحدته هـــــــــي Volt/m

س: لماذا تستقر الشحنة على السطح الخارجي لموصل معزول مشحون ؟
ج/ لو استقرت الشحنة على السطح الداخلي تسببت في تكوين مجال كهربائي في داخل الموصل يؤثر على اللالكترونات الموجودة في الداخل بقوه تحركها وتنجز عليها شغل مما يجعلها تكتسب طاقة حركية وهنا يتعارض مع كون الشحنة مستقرة أذا يجب تستقر على الطح الخارجي .

س: هل يمكن لخطوط القوة ان تنبع أو تنتهي بنفس السطح للجسم المشحون ؟
ج/ لايمكن ان تنبع أو تنتهي بنفس الجسم المشحون لانه لوكان ذلك لامكن جعل نقاط سطح الموصل ذات جهود مختلفة وهذا يتعارض مع كون السطح من السطوح تساوي الجهد .

س: كيف توضح انه ليس هنالك فرق في الجهد بين النقاط الواقعة على سطح موصل مشحون ؟
ج/ المجال الكهربائي ينعدم داخل الموصل لان الشحنات تستقر على السطح الخارجي أذا لايتطلب تحريك شحنة بين نقطتين من سطح الموصل أنجاز شغل وبما ان فرق الجهد مقياس للشغل المنجز على الشحنة لهذا ينعدم فرق الجهد على سطح الموصل؟

س: ماالمقصود بسطح تساوي الجهد ؟ وهل ان سطح الموصل المشحون والمعزول هو من سطوح تساوي الجهد؟
ج/ سطح تساوي الجهد: هو السطح الذي تكون جميع نقاطة ذات جهد واحد . نعم ان سطح الموصل هو من سطوح تساوي الجهد وذلك لانه بين أي نقطتين من سطح الموصل المشحون يكون فرق الجهد بينهما صفرا.