Electrical potential الجهد الكهربائي

Electrostatic potential energy

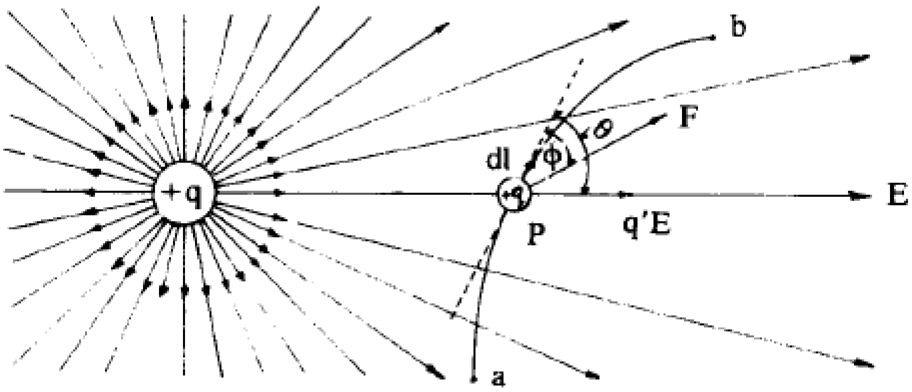
إذا وضعت شحنة موجبة قدرها $+q'$ في مجال كهربي شدته E ، كما في شكل (١ـ٢)، فإنها سوف تتحرك في اتجاه المجال تحت تأثير قوة كهربية قدرها $q'E$ ولكن إذا أثر على الشحنة بقوة أخرى خارجية F «غير كهربية» فإن الشحنة q' ستتحرك في اتجاه محصلة القوتين F و $q'E$. وحيث إن $q'E$ تختلف من نقطة لأخرى فإن الشحنة ستتخذ المنحنى ab مسارا لها (مثلا). فإذا كانت الزاوية بين $q'E$ والمماس لهذا المنحنى هي θ والزاوية بين F والمماس لها هي ϕ فإنه بتحليل هاتين القوتين في اتجاه عمودي وآخر مواز للمماس، كما هو موضح بشكل (١ـ٢)، يمكن الحصول على :

أ ـ المحصلة العمودية للقوى (resultant normal forces) :

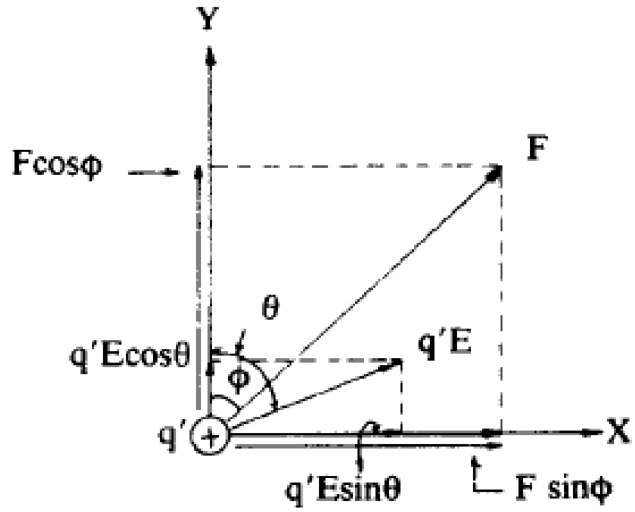
$$\Sigma F_n = F \sin \phi + q'E \sin \theta \qquad \ldots\ldots \quad (١ـ٢)$$

ب ـ ومحصلة القوى المماسية (resultant tangential forces)

$$\Sigma F_t = F \cos \phi + q'E \cos \theta \qquad \ldots\ldots \quad (٢ـ٢)$$



«أ»



شكل (٢-١): أ ـ 'q وقعت في مجال شدته E ناتج عن الشحنة +q فتأثرت بقوة قدرها q'E ثم خضعت الشحنة 'q لقوة أخرى خارجية F فتحركت الشحنة في اتجاه محصلة القوتين فاتخذت المسار ab.
ب ـ تحليل القوتين q'E ، F إلى مركباتهما.

فالقوى العمودية على المسار عبارة عن قوى جذب مركزي تغير من اتجاه سرعة الشحنة ولكن لا تغير من مقدارها. بينما القوى التماسية تزيد في عجلة الشحنة على طول مسارها ويتحدد مقدارها من قانون نيوتن الثاني (Newton's second law) وبذلك تكون محصلة القوى التماسية المعطاة بالمعادلة (٢-١) بالصيغة التالية:

$$F\cos\phi + q'E\cos\theta = ma \qquad \ldots\ldots \quad (٢\text{-}٣)$$

حيث m كتلة الشحنة، أما العجلة a فتعطى بالعلاقة التالية:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dl}{dl} = \frac{dl}{dt} \cdot \frac{dv}{dl} = v\,\frac{dv}{dl}$$

حيث v سرعة الشحنة و dl عنصر طولي على المسار.

وبالتعويض في المعادلة (٢-٣) يمكن الحصول على:

$$F\cos\phi + q'E\cos\theta = mv\,\frac{dv}{dl}$$

أو

$$F \cos \phi \, dl + q'E \cos \theta \, dl = mvdv$$

أو

$$F \cos \phi \, dl = mvdv - q'E \cos \theta \, dl \qquad (٢-٤)$$

وتوضح أهمية الحدود الثلاثة في هذه المعادلة المناقشة التالية :

١ ـ يمثل الحد الموجود في الطرف الأيسر من المعادلة الأخيرة ($F \cos \phi \, dl$) الشغل الذي تبذله القوة الخارجية F لنقل الشحنة مسافة dl فإذا رمز لهذا الشغل بالرمز dW فإن :

$$dW = F \cos \phi \, dl \quad \ldots\ldots \quad (٢-٥)$$

٢ ـ يمكن كتابة الحد الثاني (mvdv) على الصورة $d(\frac{1}{2} m v^2)$ وهو يمثل الزيادة في طاقة الحركة للشحنة d(KE).

$$d(KE) = mvdv = d\left(\frac{1}{2} mv^2\right) \cdots \quad (٢-٦)$$

٣ ـ أما الحد الثالث ($-q'E \cos \theta \, dl$) فهو الشغل المبذول ضد القوة $q'E$ التي تؤثر على الشحنة (الإشارة السالبة تعني أن الشغل يبذل ضد القوة الكهربية)، حيث إن الشغل الذي تبذله القوة $q'E$ يساوي ($+q'E \cos \theta \, dl$) أي أن هذا الحد يمثل زيادة طاقة الوضع للشحنة d(PE).

$$d(PE) = -q'E \cos \theta \, dl \quad \ldots\ldots \quad (٢-٧)$$

لذلك فالمعادلة (٢-٤) تمثل العلاقة بين الشغل والطاقة لجسم مشحون يتحرك في مجال كهربي والتي يمكن كتابتها كالتالي :

$$dW = d(KE) + d(PE)$$

وبمكاملة المعادلة (٢-٤) على طول المسار من النقطة a إلى النقطة b نحصل على :

$$\int_a^b F \cos \phi \, dl = \int_{v_a}^{v} mvdv - \int_a^b q' E \cos \theta \, dl \cdots \quad (٢-٨)$$

ومن الـواضـح أن التكامل الأول يساوي الشغل الكلي W الذي تبذله القوة الخارجية F على الشحنة ويعرف بالتكامل الخطي (line integral) ومعناه أنه عند كل عنصر طولي dl على المسار يوجد حاصل ضرب $F\cos\theta$ و dl ثم تجمع حواصل الضرب لكل عناصر المسار بين النقطتين a و b. وتختلف معنى النهايتين a و b عن حدود التكامل المعتادة، إذ أنهما يدلان هنا فقط على نقطتين على المسار. ومن الواضح أن هذا التكامل لا يمكن حساب قيمته إلا إذا علم كيف تتغير القوة الخارجية مقدارا واتجاها.

$$\therefore\ W = \int_a^b F\cos\phi\, dl \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (٢\text{-}٩)$$

أمـا التكامل الأول من اليمين في المعادلة (٢-٨) فمن الممكن حسابه بصرف النظر عن كيفية تغير القوى، وحدا هذا التكامل v_a و v_b هما سرعـتـا الشحنة عـنـد النقطتـين a و b أي أن:

$$\int_{v_a}^{v_b} mv\,dv = \frac{1}{2}m v_b^2 - \frac{1}{2}m v_a^2 = KE_b - KE_a \ \cdots \quad (٢\text{-}١٠)$$

وهذا التكامل يمثل الزيادة الكلية في طاقة حركة الشحنة.

والتكـامـل الأخير تكامل خطي يمثل الشغل المبذول ضد القوة التي يؤثر بها المجال أو الزيادة الكلية في طاقة الوضع $PE_b - PE_a$

$$\therefore -\int_a^b q'\,E\cos\theta\, dl = PE_b - PE_a \quad \cdots \quad (٢\text{-}١١)$$

وتمثل هذه النتيجة الفرق بين طاقتي الوضع للشحنة q' عند النقطتين a و b في مجال كهربي استاتيكي. ولحساب طاقتيّ الوضع عند نقطة واحدة فقط فإنه يجب الاتفاق على نقطة الإسناد التي تكون عندها طاقة الوضع مساوية للصفر.

هذه النقطة غالبا تختار في ما لا نهاية ولذلك فإن طاقة وضع الشحنة تساوي صفرا إذا ما ابتعدت كثيرا عن الشحنات التي تنتج المجال. وإذا ما انتقلت الشحنة من

ما لا نهاية إلى نقـطة ما فإن الشغل المبذول ضد القوى المؤثرة عليها بواسطة المجال يساوي طاقة وضعها عند هذه النقطة ، فإذا فرض أن النقطة q′ تقع في ما لا نهاية وفرض أن $PE_a = 0$ فإن المعادلة (٢-١١) تصبح :

$$PE = -\int_{\infty}^{b} q' E \cos\theta \, dl \quad \cdots\cdots \quad (٢\text{-}١٢)$$

ولما كانت q′ أي نقطة في المجال ، كان من الأنسب عدم كتابة حدود التكامل

$$PE = -\int q' E \cos\theta \, dl \quad \cdots\cdots \quad (٢ - أ١٣)$$

وهكذا يمكننا تعـريف طـاقة الوضع عند نقطة ما في مجال كهربي بأنها الشغل الذي تبذله الشحنة q′ ضد القوة الناتجة عندما تنتقل من ما لانهاية إلى هذه النقطة . ويرمز عادة لطاقة الوضع بالرمز U.

$$\therefore U = -\int q' E \cos\theta \, dl = -q' \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (٢ - ب١٣)$$

و هذه المعادلة تسمى **Change in electric potential energy of a system.**

Potential and Potential Energy:

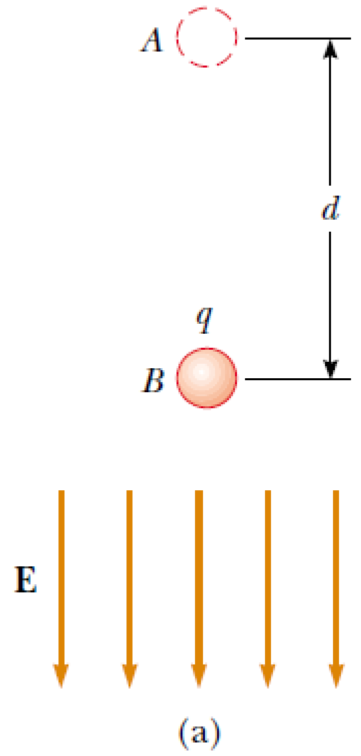
الجهد يصف المجال فقط بالاعتماد على جسيمة الشحنة الاختبارية الموضوعة في المجال بينما طاقة الجهد تصف نظام شحنة المجال المعتمدة على التفاعل بين المجال و الجسيمة المشحونة الموجودة في المجال.

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Potential difference between two points

Potential Differences in a Uniform Electric Field

لنفرض لدينا مجال كهربائي منتظم مباشرة على طول محور الصادات السالب كما مبين في الشكل a ودعنا نحسب فرق المجال بين نقطتين A and B المفصولتين بواسطة المسافة $|s| = d$ حيث ان S خطوط المجال المتوازية . المعادلة 3 تعطى



$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\int_A^B (E\cos 0°)\, ds = -\int_A^B E\, ds$$

وبسبب ان E ثابتة

$$\Delta V = -E\int_A^B ds = -Ed$$

Potential difference between two points in a uniform electric field

الاشارة السالبة تعني بأن الجهد الكهربائي للنقطة B أقل منه للنقطة A أي $V_B < V_A$. وان خطوط المجال الكهربئي دائما نقطة في اتجاه الجهد الكهربائي المتناقص كما في الشكل a

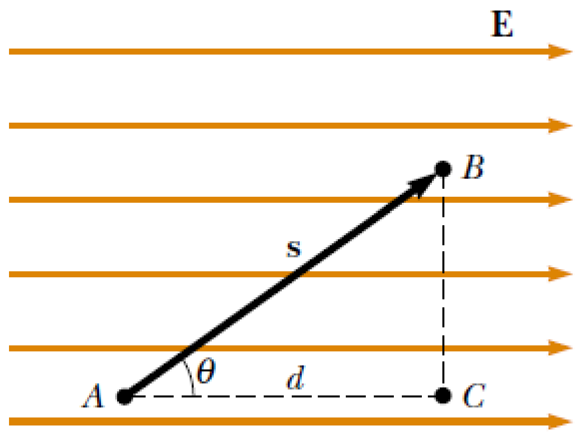
وأذا كان هنالك أكثر من حالة عامة للجسيمة المشحونة التي تتحرك بين A و B في المجال الكهربائي المنتظم مثل المتجة s الذي لايتوازى مع خطوط المجال كما في الشكل وفي هذه الحالة فان المعادلة 3 تعطى بالعلاقة .

$$\Delta V = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\int_A^B d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\mathbf{s}$$

نحذف E من التكامل لانها ثابتة فعليه يكون طاقة الجهد في نظام المجال المشحون يعطى بالعلاقة :

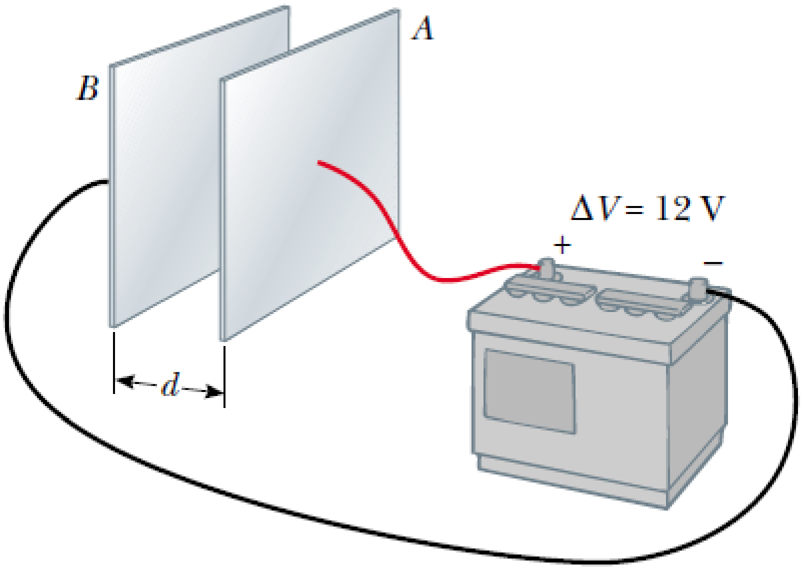
$$\Delta U = q_0\,\Delta V = -q_0\,\mathbf{E}\cdot\mathbf{s}$$

Change in potential energy when a charged particle is moved in a uniform electric field



The Electric Field Between Two Parallel Plates of Opposite Charge

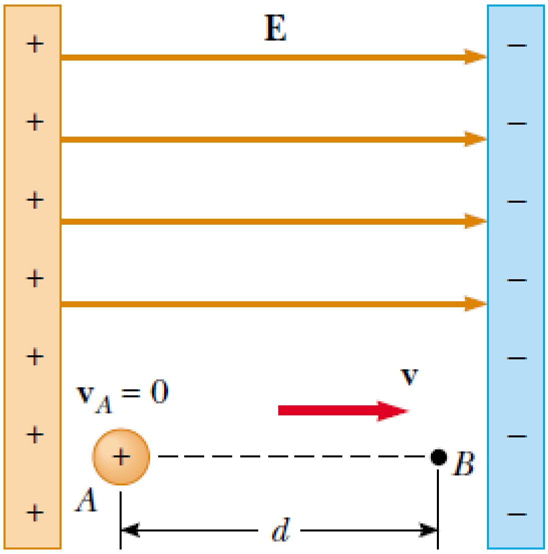
بطارية تنتج فرق جهد محدد بمقدار ΔV بين الموصلات تم توصيل 12-V بين لوحين متوازيين كما في الشكل أدناه . اللوحين المتوازيين B وA المسافة بينهما مقدارها d =0.30 cm ولنفرض ان المجال الكهربائي بين اللوحين منتظم .



$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12\ \text{V}}{0.30 \times 10^{-2}\ \text{m}} = \boxed{4.0 \times 10^3\ \text{V/m}}$$

Motion of a Proton in a Uniform Electric Field

أطلق بروتون في مجال كهربائي منتظم فتحرك في سعة مقدارها 8×10^4 V/m كما في الشكل أدناه . فأذا كان البروتون قد قطع أزاحة مقدارها 0.5 m في اتجاه E .



(A) أوجد التغير بالجهد الكهربائي بين النقطتين A and B .

$$\Delta V = -Ed = -(8.0 \times 10^4\ \mathrm{V/m})(0.50\ \mathrm{m}) = \boxed{-4.0 \times 10^4\ \mathrm{V}}$$

(B) أوجد مقدار التغير في طاقة الجهد للبروتون

$$\Delta U = q_0\ \Delta V = e\ \Delta V$$
$$= (1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(-4.0 \times 10^4\ \mathrm{V})$$
$$= \boxed{-6.4 \times 10^{-15}\ \mathrm{J}}$$

(C) أوجد سرعة البروتون بعد أكمالة أزاحة مقدارها 0.5 m في المجال الكهربائي

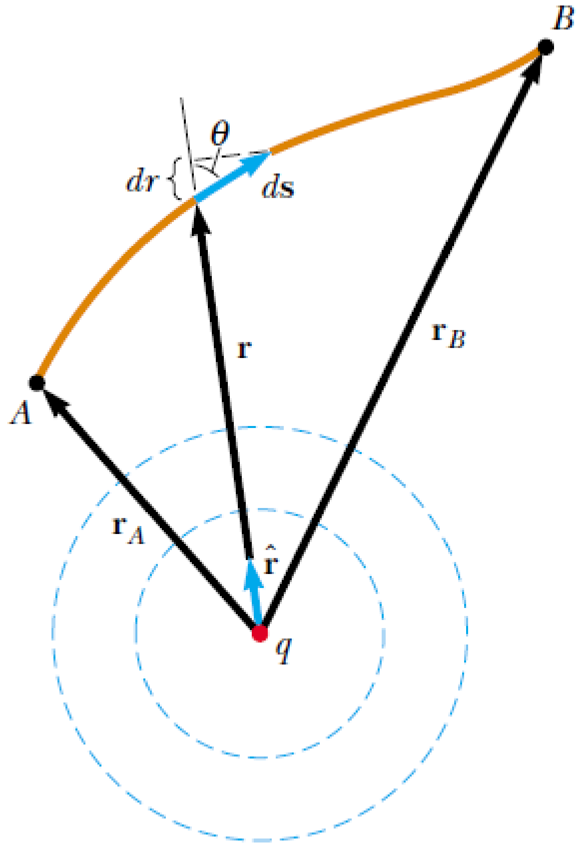
$$\Delta K + \Delta U = 0$$
$$(\tfrac{1}{2}mv^2 - 0) + e\ \Delta V = 0$$
$$v = \sqrt{\frac{-(2e\,\Delta V)}{m}}$$
$$= \sqrt{\frac{-2(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(-4.0 \times 10^4\ \mathrm{V})}{1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}}}$$
$$= \boxed{2.8 \times 10^6\ \mathrm{m/s}}$$

Electric Potential and Potential Energy Due to Point Charges

لايجاد الجهد الكهربائي لنقطة موضوعة بمسافة مقدارها r عن شحنة نبدأ اولا بالمعادلة العامة لفرق الجهد

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

حيث ان A and B هما نقطتان لاعلى التعيين موضحتان في الرسم



وفي أية نقطة في الفضاء، المجال الذي يعتمد على الشحنة النقطة هو

$$\boxed{\mathbf{E} = k_e q \hat{\mathbf{r}} / r^2}$$

وعلية

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s}$$

بسبب ان قيمة $\hat{r}$ تساوي 1 فأن الضرب النقطي $\hat{r}$ $ds = ds \cos\theta$. حيث θ هي الزاوية بين $\hat{r}$ and ds بالاضافة الى ان $ds \cos\theta$ هي مسقط ds على r وعليه فأن $ds \cos = dr$.

$$V_B - V_A = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{k_e q}{r}\bigg]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

ان الجهد الكهربائي المتولد عن الشحنة النقطية يبعد بمسافة مقدارها r عن الشحنة هو

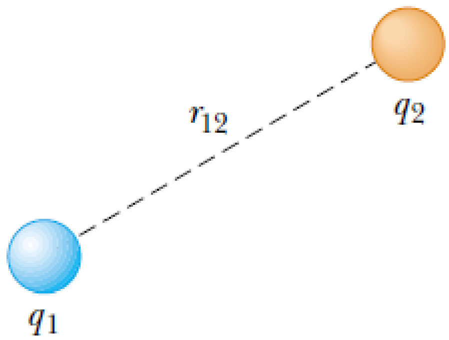
$$V = k_e \frac{q}{r}$$

ولمجموعة من الشحنات نحصل على

$$\boxed{V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}}$$

Electric potential due to several point charges

لنوضح الان طاقة الجهد لنظام يحتوي على جسيمتين مشحونتين كما في الرسم أدناه

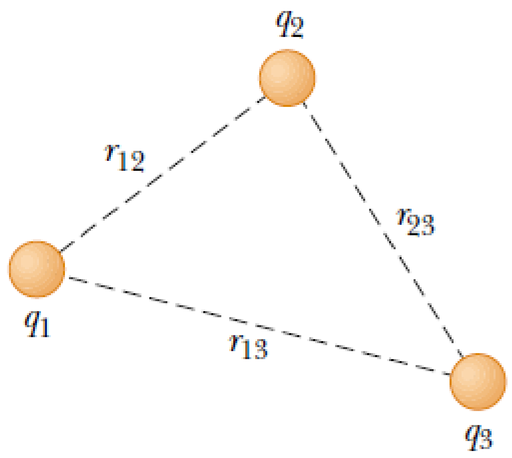


(a)

نستطيع ان نصف طاقة الجهد للنظام كالاتتي

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

أذا كان النظام يحتوي على أكثر من جسمتين مشحونتين فمن الممكن ان نجد طاقة الجهد بواسطة حساب U لكل زوج من الجسيمات المشحونة . على سبيل المثال فأن طاقة الجهد الكلية للنظام الذي يحتوي على ثلاث شحنات كما موضح في الرسم أدناه يعطى بالعلاقة التالية :

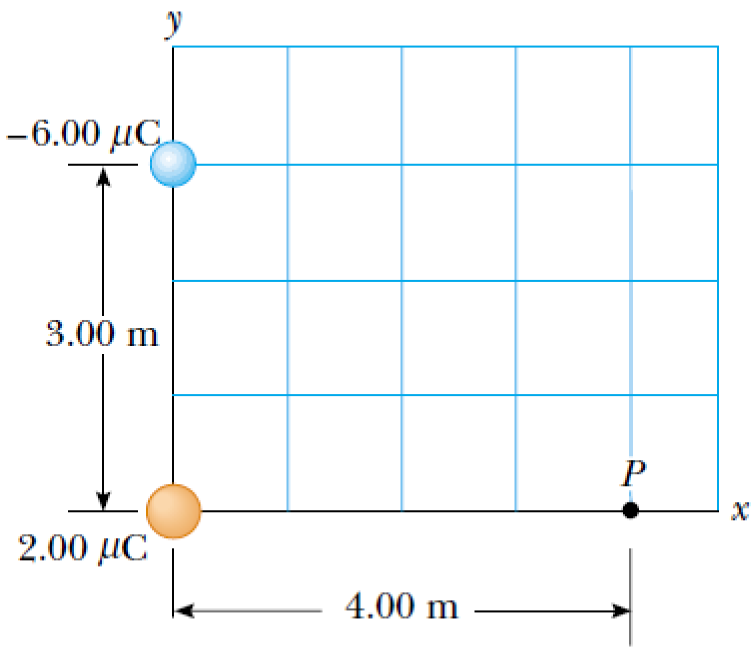


$$U = k_e\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

طاقة الجهد الكهربائي بسبب شحنتين نقطيتين

The Electric Potential Due to Two Point Charges

الشحنة $q_1 = 2\mu C$ موضوعة في نقطة الاصل (المركز) والشحنة $q_2 = -6\mu C$ مثبتة عند $(0, 3)m$ كما في الشكل a

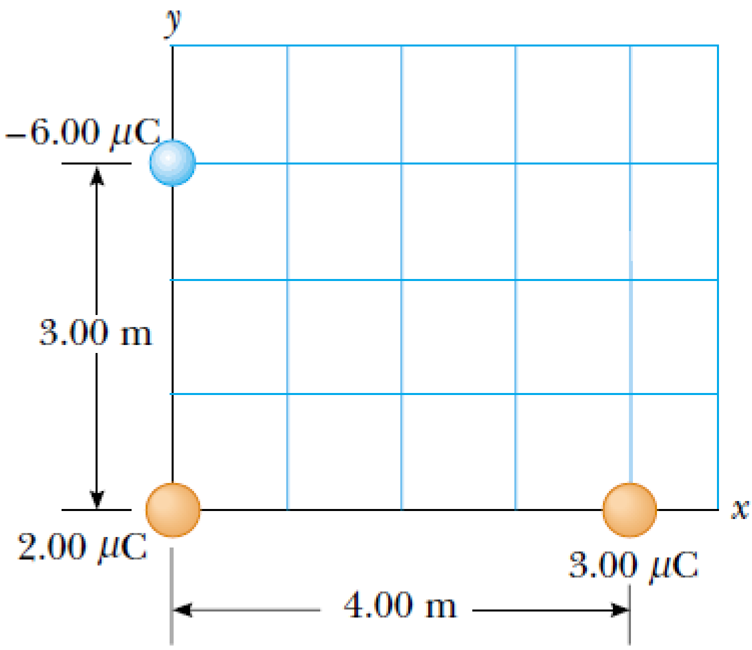


(a)

$$V_P = k_e\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

$$V_P = (8.99 \times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2})$$
$$\times\left(\frac{2.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}}{4.00\ \mathrm{m}} - \frac{6.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}}{5.00\ \mathrm{m}}\right)$$
$$= \boxed{-6.29 \times 10^3\ \mathrm{V}}$$

(B) أوجد مقدار التغير في طاقة الجهد لنظام الشحنتين مضافا اليه الشحنة الثالثة q_3=3μC كما تتحرك الشحنة من المالانهاية الى النقطة P الشكل b .



(b)

:Solution عندما الشحنة q_3 في المالانهاية فأن $U_i = 0$ للنظام ولكن عندما الشحنة عند P فأن $U_f = q_3V_P$

$$\Delta U = q_3V_P - 0 = (3.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})(-6.29 \times 10^3\ \mathrm{V})$$
$$= \boxed{-1.89 \times 10^{-2}\ \mathrm{J}}$$

أحسب فرق الجهد على كل من الشحنتين q_1 و q_2

$$
\begin{aligned}
U &= k_e\left(\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{q_2q_3}{r_{23}}\right) \\
&= (8.99 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}) \\
&\quad \times \left(\frac{(2.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})(-6.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{3.00\ \mathrm{m}}\right. \\
&\quad + \frac{(2.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})(3.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{4.00\ \mathrm{m}} \\
&\quad \left. + \frac{(3.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})(-6.00 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{5.00\ \mathrm{m}}\right) \\
&= -5.48 \times 10^{-2}\ \mathrm{J}
\end{aligned}
$$

Obtaining the Value of the Electric Field from the Electric Potential:

المجال الكهربائي E يرتبط مع الجهد الكهربائي V بالعلاقة التالية

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

ومن العلاقة أعلاة يمكن ان نعبر عن فرق الجهدdV بين نقطتين بينهما مسافة ds بالشكل التالي:

$$dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

....15

المجال الكهربائي له فقط مركبة واحدة E_x وعليه $E.\ ds = E_x\ dx$ وبناءا على المعادلة 15 تصبح $dV = -E_x\ dx$, or

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

....16

في حالة $E\ ds = E_r\ dr$ فأنة يمكن ان نعبر عن dV بالصيغة $dV = -E_r\ dr$ وعلية

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

وبالشكل العام فأن الجهد الكهربائي هو دالة للاحداثيات الثلاثة واذا كانت $V(r)$ تعطى بالاحداثيات الكارتيزية فأن مركبات المجال الكهربائي E_x, E_y, and E_z فيمكن بسهولة أيجاد صيغة $V(x, y, z)$