علم الإحصاء

اعداد

م.م. صارم حازم عادي

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

علم الاحصاء

علم الاحصاء :- العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول منها الى استنتاجات وقرارات مناسبة.

- ويمكن تقسيم علم الاحصاء الى قسمين هما:

1- الاحصاء الوصفي : ويتضمن الطرق الاحصائية المستخدمة في جمع البيانات والمعلومات عن ظاهرة او مجموعة ظواهر وكيفية تنظيم وتصنيف وتبويب البيانات مع امكانية عرضها في جداول ورسوم بيانية وحساب بعض المؤشرات الاحصائية.

2- **الاحصاء الاستدلالي او الاستنتاجي** : هو الشطر الاخر من علم الاحصاء الذي يهتم بموضوع التقديرات واختيار الفرضيات .

اهمية علم الاحصاء وعلاقته بالعلوم الاخرى ومجال تطبيقها

يعتبر علم الاحصاء احد الوسائل المهمة في البحث العلمي من خلال استخدام قواعده وقوانينه وطرقه في جمع المعلومات والبيانات اللازمة للبحث العلمي وتحليل هذه البيانات والمعلومات بهدف الوصول الى النتائج التي يهدف اليها البحث العلمي . وللإحصاء دورا بارزا في التخطيط ووضع الخطط المستقبلية عن طريق التنبؤ بالنتائج ففي قصة سيدنا يوسف (عليه السلام) مثال عظيم لدور الاحصاء في التخطيط فيبين ان هناك سنوات عجاف يقل فيها المحصول وسنوات سمان يزيد فيها المحصول ويبين انه يجب الاحتفاظ لسنين القحط بادخار جزء من انتاج سنين الرخاء . وفي مجال الاقتصاد والاجتماع يبرز دور الاحصاء في بحوث السكان متمثلا في تعدادات السكان فالتخطيط السليم لتنمية اقتصادية واجتماعية لا ينفصل ولا يمكن أن يتم بدون الدراسات الاحصائية للسكان، فكيف نقرر اقامة مصانع ونحن لانعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى اي اساس نقيم سياسة للإسكان ونحن لانعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى اي اساس نقيم سياسة للسكان ونحن لانعرف معدلات الزواج والطلاق ..... وهكذا وفي مجال **الزراعة** يأتي دور

الاحصاء في ان العلوم الزراعية تبدأ بالملاحظة وجمع بيانات عن الطبيعة في الحقل او المزرعة ثم يلي ذلك الدراسات العملية ويفيد الاحصاء في تنظيم وترتيب عملية الملاحظة والمشاهدة وجمع البيانات وتحليلها واستخلاص النتائج ولا يمكن أن يكون ذلك بغير دراسة كاملة بأساليب الاحصاء .وللإحصاء ايضا اهمية في مجال الصناعة من خلال استخدام النظرية الاحصائية في الانتاج الحربي وفي مجالات صناعات الفحم والحديد والغزل والمواد الكهربائية كما ان للإحصاء دور فعال في مجال الطب والصحة العامة في معرفة عدد المواليد وعدد الوفيات حيث تعتبر مؤشرات للمستوى الصحي العام ومؤشر لمدى تقدم البلد او تخلفه

Sorim H. Hadi

وأصبح للإحصاء أهمية كبرى في دراسة وتحليل العلاقات بين الامراض المختلفة وطرق العلاج واستخدام نظريات العروض الاحصائية اصبح الاساس في عمل شركات انتاج العقاقير والادوية . وعليه فأن الاحصاء بحد ذاته وسيلة وليس

غاية فذاك يعني امكانية استخدامه اينما وجد في البحث العلمي-.

.الطريقة الاحصائية في البحث العلمي.

استخدام الاسلوب الاحصائي في البحث العلمي يعني توفير البيانات والمعلومات عن الظاهرة المطلوب دراستها في ذلك البحث وهذا يعني ان امكانية تطبيق الطريقة الاحصائية مرهونا بإمكانية التعبير عن هذه الظاهرة أو تلك تعبيرا كميا) رقميا. (وتمتاز الطريقة الاحصائية بكونها تهيئ اسلوبا موضوعيا محايدا للبحث له قواعده واصوله التي يجب أن يلتزم بها الباحث حتى يتجنب التحيز الشخصي والوقوع في بعض الاخطاء . كما يساعد استخدام الطريقة الإحصائية الى وصول الباحث الى النتائج الدقيقة بأقصر طريق واقل كلفة.

المراحل الرئيسية للطريقة الاحصائية

1- تحديد مشكلة البحث

2- جمع البيانات والمعلومات

3- تصنيف البيانات وتبويبها

4- عرض البيانات

5- حساب المؤشرات أو المعالم للبيانات

6- التفسير والتنبؤ

- **تصنيف وتبويب البيانات ، تكوين الجداول التكرارية البسيطة والمزدوجة**

1- طبيعة البيانات الاحصائية

عند جمع البيانات لظاهرة ما نرمز للظاهرة بالرمز x او y او اي رمز اخر وكل مفردة او مشاهدة يرمز لها بالرمز y_i او x_i فمثلا عند دراسة معدلات الطلبة لقسم الاحصاء فاننا نرمز لظاهرة المعدل بالرمز x ولمعدل كل طالب بالرمز x_i وان قيمة x_i تختلف من طالب الى اخر لهذا نقول ان x متغير.

وتنقسم المتغيرات الى قسمين:

1- **متغيرات وصفية او نوعية** : وهي الظاهرة التي لا يكن قياسها مباشرة بالارقام العددية مثل صفة لون العين او الحالة الاجتماعية .

2- **متغيرات كمية** : وهي الظاهرة التي يمكن قياسها بالارقام العددية مثل صفة الطول والعمر والوزن وكمية المحصول ...الخ .

Sarim H. Hadi

- **اسلوب جمع البيانات والمعلومات :** للوصول الى البيانات والمعلومات هناك اسلوبان يمكن من خلالهما جمع هذه البيانات والمعلومات كل منهما له ميزاته وعيوبه وهذان الاسلوب هما :

1- **اسلوب التسجيل الشامل :** هو جمع البيانات من جميع المفردات التي يتكون منها المجتمع مجال البحث ومثال ذلك التعداد العام للسكان من ميزات هذا الاسلوب يعطي بيانات كاملة حول الظواهر التي يتم البحث عنها اما عيوبه فان هذا الاسلوب يحتاج الى وقت وجهد ومال كما لا يمكن استخدام هذا الاسلوب في المجتمعات غير المحددة.

2- **اسلوب العينات :** هو اخذ وحدات من المجتمع الاحصائي تسمى العينة والغرض من اخذ العينة sample ان تكون بديلا عن المجتمع الاحصائي وعن طريق صفاتها يتمكن الباحث ان يصف خواص المجتمع بتعميم النتائج التي حصل عليها من دراسة العينة.

وتنقسم العينات الى قسمين رئيسيين هما:

العينات العشوائية والعينات الغير عشوائية

1- **العينات العشوائية** : هي مجموعة المفردات المختارة من مجتمع الدراسة وليس للباحث دخل في اختيارها . وللعينات العشوائية انواع عديدة منها

أ- العينة العشوائية البسيطة

هي اختيار عينة عشوائية من مجتمع الدراسة بطريقة تعطي المفردات نفس الفرصة في الظهور. ويشترط هنا ان يكون المجتمع متجانس (مشترك في الصفات) فمثلا دراسة اسباب التدخين لدى الذكور نلاحظ ان المجتمع متجانس حيث ان كافة مفردات هذا المجتمع هم من الذكور والصفة المشتركة هي التدخين.

مثال1

أراد مدير شركة اختيار لجنة مكونة من 5 أشخاص من بين مجموعة موظفين عددهم 50 موظف، كيف يتم الاختيار بطريقة العينة العشوائية البسيطة؟

الحل:

يقوم المدير بكتابة أسماء جميع الموظفين على بطاقات كل اسم على بطاقة ثم يعمل على خلط البطاقات ووضعها

في صندوق ثم يسحب 5 بطاقات بحيث يسحب بطاقة في كل مرة.

ب -العينة المنتظمة الأسلوبية

وهي العينة التي يتم اختيارها من مجتمع يكون موزعا على أساس معين، كأن يكون تصاعدياً أو تنازلياً.

Sarim H. Hadi

ومن أمثلتها اختيار عدد من الصكوك المدفوعة من دفتر الصكوك المتسلسل أو اختيار عدد من المنازل المرقمة في محافظة ما. ومن ثم يتم ، (k) ثم تحديد مفردة البداية التي تكون عادة أقل من (k) وتتم عملية الاختيار بتحديد الزيادة المنتظمة

إضافة هذه الزيادة المنتظمة بشكل متسلسل. بالقانون (k) وتعطى الزيادة المنتظمة

$$k = N/n$$

N : حجم المجتمع n: حجم العينة

مثال2

إذا كان حجم مجتمع ما هو 1000 مفردة ويراد اختيار عينة حجمها 100 مفردة ، أوجد الزيادة المنتظمة k .

الحل:

$$k = N/n$$
$$= 1000 / 100 = 10$$

مثال 3

يراد اختيار عينة حجمها 100 من مجتمع عدد أفراده 1260 أوجد مقدار الزيادة المنتظمة.

الحل:

$$k = N/n$$
$$= \mathbf{1260 / 100 = 12.6}$$

.ويتم التقريب للأسفل فيكون الجواب 13.

مثال4

يراد اختيار عينة حجمها 200 مفردة من مجتمع حجمه 4000 مفردة ، كيف يتم ذلك بطريقة العينة المنتظمة

الحل: نجد مقدار الزيادة المنتظمة k

$$k = N/n$$
$$= \mathbf{4000 / 200 = 20}$$

نختار مفردة البداية وتكون أقل من 20 ولتكن8

بشكل متسلسل (3 k نضيف

8 , 8 +20 , 8 + 20 + 20 , 8 + 20 + 20 + 20 + ...

8 , 28 , 48 , 68 , ... , 388.

مثال5

دائرة المحاسبة في شركة تود اجراء دراسة لعملاء الشركة من حيث طرق السداد وحجم الطلب ات وكيفية الشحن، إذا تم اختيار العينات بطريقة العينة المنتظمة وكأن عدد العملاء المسجلين 12500 , وتم اختيار حجم العينة ليكون 350 أوجد العينة المطلوبة.

الحل:

$$k = N/n$$

Sarim H. Hadi

$$= 12500 / 350 = 35.7 \approx 36$$

فتكون عينة العملاء المختارة هي كالآتي؛ إذا اعتبرنا أن مفردة البداية هي

1818 , 53 , 88 , 123 , ...

ج **العينة الطبقية العشوائية** : يتم اختيار العينة عندما يكون المجتمع غير متجانس ،يقسم المجتمع الى طبقات كل طبقة تعتبر مجتمع متجانس ومن كل مجتمع يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة يتناسب حجمها مع حجم الطبقة ثم تجمع هذه العينات ونحصل على الطبقة العشوائية.

مثلا لو كنا بصدد دراسة للمستوى العلمي لإحدى طلبة المعهد التقني نينوى هذا المجتمع غير متجانس من حيث التخصص العلمي فهناك اختصاص ادارة قانونية واختصاص محاسبة واختصاص تقنيات مالية ومصرفية واختصاص سياحة وهكذا.

حيث ان

(1) حجم المجتمع الطبقي **N** :

(2) حجم الطبقة **Ni** :

(3) حجم العينة من الطبقة **ni** :

(4) حجم العينة المطلوبة **n**

أي أن

$$N = N1 + N2 + N3 + ... + Nk$$

$$n = n1 + n2 + n3 + ... + nk$$

بالصيغة (2) ونجد حجم العينة من الطبقة

$$ni = \frac{Ni \times n}{N}$$

مثال :

مجتمع حجمه 10000 مفردة ومكون من 4 طبقات حجم كل طبقة على التوالي :4000,3500,1500,1000 يراد سحب عينة حجمها 400 مفردة من هذا المجتمع، كيف يتم ذلك بحيث تمثل هذه العينة تمثيلاً سليماً.

الحل:

$$n = 400 \quad N = 10000$$

$$N4 = 1500 \quad N3 = 4000 \quad N2 = 3500 \quad N1 = 1000$$

$$n1 = N1 \times n = 1000 \times 400 = 40$$

Sarim H. Hadi

$$n2 = N2 \times n = 3500 \times 400 = 140$$

$$n3 = N3 \times n = 4000 \times 400 = 160$$

$$n4 = N4 \times n = 1500 \times 400 = 60$$

نلاحظ ان $n = 40 + 140 + 160 + 60 = 400$

وهو حجم العينة المطلوبة.

د **العينة المتعددة المراحل** : يتم تقسيم المجتمع الى وحدات أولية ثم يتم اختيار عينة عشوائية من هذه الوحدة الاولية ثم تقسم كل وحدة من الوحدات الاولية الى وحدات ثانوية ثم تؤخذ عينة كمرحلة ثانية ثم تقسم الى وحدات اصغر ونأخذ عينة منها الى ان نصل الى المفردة التي يتم جمع البيانات منها والتي تؤلف عينة البحث

مثال :

يراد قياس المستوى التحصيلي لطلاب جامعة الرافدين الأهلية في سنة ما .كيف تتم عملية الاختيار بطريقة سليمة؟

الحل:

ننظر على مجتمع الطلاب بالجامعة على أنه موزع على عدة كليات؛ ثم أن هذه الكليات مقسمة لعدة أقسام وهذه الأقسام بدورها تحتوي على عدة شعب دراسية .وبأخذ هذه المراحل بعين الاعتبار يتم اختيار العينة المطلوبة.

الجامعة← كليات← أقسام← شعب← دراسية

العينات غير العشوائية : يقصد بها مجموعة من المفردات المختارة من مجتمع الدراسة بطريقة يكون للباحث دخل في اختيارها ومن هذه العينات.

أ -**المعاينة الحصصية** : تقسيم مجتمع الدراسة الى طبقات استنادا الى معايير تقسيم معينة تتعلق بطبيعة الدراسة ثم يتم اختيار عدد من المفردات من كل طبقة بشكل شخصي) غير عشوائي (بحيث ان عدد مفردات هذه العينات يشكل حجم العينة المطلوبة لتلك الدراسة. فلو كنا بصدد استطلاع راي الجمهور ببرامج التلفزيون فانه يمكن تقسيم مجتمع الدراسة الى ذكور واناث ثم يتم اختيار عينة من الذكور واخرى من الاناث تتناسب كل منهما مع عدد الذكور وعدد الاناث في مجتمع هذا الاستطلاع ومجموع مفردات هاتين العينتين تؤلفان حجم العينة المطلوب للاستطلاع.

Sarim H. Hadi

ب - **المعاينة العمدية** : اختيار العينة بشكل متعمد يعتقد الباحث مسبقا بان مفردات هذه العينة هي خير من يمثل مجتمع الدراسة.

م / تصنيف وتبويب البيانات

ان من اهم الخطوات لعملية تصنيف وتبويب البيانات هي:

(1) مراجعة البيانات : بعد اتمام عملية جمع البيانات وفق الوسيلة المناسبة لذلك البحث يتوجب الامر مراجعة وتدقيق البيانات لغرض التأكد من مطابقتها وتكاملها لمتطلبات الدراسة.

2- **تصنيف البيانات** :بعد التأكد من دقة البيانات التي تم الحصول عليها يتم عملية تصنيف البيانات على اساس الظواهر التي جمعت منها البيانات حيث يتم فرز بيانات كل ظاهرة على هيئة مجموعة فقد يكون التصنيف على ظاهرة العمر، الوزن، المهنة، الطول، الجنس.

3- **تبويب البيانات** : بعد اتمام عملية تصنيف البيانات تبدأ عملية التبويب ، ويقصد بالتبويب عملية تفريغ البيانات المصنفة في جداول خاصة بحيث ان كل جزء من البيانات المصنفة عن الظاهرة المعنية يعود الى مستوى معين لتلك الظاهرة ، الهدف من عملية التبويب هو ابراز البيانات وتوضيحها في أضيق حيز ممكن كي يتمكن الباحث من تكوين فكرة عنها ويختلف اسلوب تبويب البيانات تبعا لطبيعتها . وفيما يلي عرض موجز لكل شكل من هذه الاشكال

أ- تبويب زمني ب- تبويب جغرافي ج- تبويب كمي

د- تبويب على اساس صفة معينة

.التوزيع التكراري

عبارة عن تلخيص وترتيب البيانات التي سبق ان جمعت وصنفت مقسمة الى عدد من المجاميع كل منها تسمى حسب x هذه الفئات قد تكون مرتبة تصاعديا او تنازليا حسب طبيعة البيانات ويسمى توزيع عدد قيم (class) الفئة الفئات بالتوزيع التكراري . وقد تكون فئات التوزيع التكراري متساوية في الطول ام غير متساوية وذلك يعتمد على طبيعة الدراسة ومتطلباتها .وفيما يلي توضيح لبعض المصطلحات.

البيانات غير المبوبة : هي البيانات الاولية التي جمعت ولم تبوب في جدول توزيع تكراري.

البيانات المبوبة : هي البيانات التي جمعت وبوبت ونظمت في جدول توزيع تكراري.

التوزيع التكراري : تقسيم البيانات او القيم الخاصة بظاهرة من الظواهر الاحصائية الى اصناف او فئات يطلق عليها بالتوزيع التكراري.

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

الفئة : هي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير ، وكل فئة لها حدان ، حد ادنى ،وحد اعلى.

(1) المدى (Range): هو الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة , أي ان

المدى = اعلى قيمة - ادنى قيمة

$$R = Max - Min$$

(2) مركز الفئة : هي القيمة الواقعة عند منتصف الفئة

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{ادني قيمة+اعلى قيمة}}{2}$$

$$C_{\mathrm{i}} = \frac{b_i + \mathrm{a_i}}{2}$$

(3) قانون تحديد عدد الفئات :

$$m = 2.5\sqrt[4]{n}$$

حيث ان n هي حجم العينة

(4) طول الفئة الكلي : هو مقدار المدى بين حدي الفئة

$$L = upper - lower + 1$$
$$= b - a + 1$$

وكذلك يمكن ايجاد الطول لكل فئة من القانون

$$L = \frac{R}{m}$$

تكرار الفئة : عدد المفردات او القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ويرمز لها fi ان يكون دائما مساوي للعدد الكلي لقيم الظاهرة.

<u>مثال</u>

لو اردنا عمل توزيع تكراري للأعداد الاتية التي تمثل الوزن بالكيلو غرامات لعشرين طالبا في المعهد التقني بابل (67,55,65.70,75,60,89,83,65,56,49,65,49,48,69,62,72,45,56,74)

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

نتبع الخطوات التالية

1- نجد اكبر قيمة واصغر قيمة وذلك لايجاد المدى الكلي

2-نجد عدد الفئات

3-نجد طول الفئة

4-نكتب حدود الفئات ونستخرج عدد التكرارات لكل فئة

1- المدى

$$R = Max - Min = 89 - 45 = 44$$

2- عدد الفئات

$$m = 2.5\sqrt[4]{20} = 2.5 \times 2.11 = 5.28 \approx 5$$

3- طول الفئة

$$L = \frac{R}{m} = \frac{44}{5} = 8.8 \approx 9$$

كتابة حدود الفئات واستخراج عدد التكرارات لكل فئة

الصف	Fi
40-49	4
50-59	3
60-69	7
70-79	4
80-89	2
المجموع	20

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اعداد: م.م.صارم حازم هادي

م/ العرض البياني للبيانات غير المبوبة

يمكن تمثيل البيانات الوضعية بيانياً باستخدام اشكال بيانية عديدة اهمها

اولاً/ الخط البياني : وهو عبارة عن شكل بياني يوضح التغيرات الحاصلة في ظاهرة معينة عبر فترة زمنية معينة ويستخدم عادة في اجراء المقارنة بين ظاهرتين او اكثر مقاساً بنفس وحدات القياس مثل عند المقارنة الحاصلة لتكاليف انتاج سلعة معينة والارباح المتحققة من بيعها خلال فترة زمنية معينة .

مثال / البيانات الاتية تمثل عدد الاصدارات الفصلية من الكتب في احدى دور النشر مثل هذه البيانات بأستخدام الخط البياني .

السنة	فصل 1	فصل 2	فصل 3	فصل 4
2009	89	50	67	45
2010	105	70	75	40

الحل /

Sarim H. Hadi

ثانياً / الاشرطة البيانية البسيطة : عبارة عن مجموعة من الاعمدة الرأسية المتساوية القاعدة والتي يتناسب ارتفاعها مع البيانات التي تمثلها وتستخدم لاظهار التطور الذي يطرأ على ظاهرة ما على مدار عدة

سنوات ويجب مراعاة ان يقيم المحور الرأسي بحيث يسمح مقياس الرسم باظهار جميع قيم الظاهرة وكذلك ان يراعى المسافة بين الاعمدة وقواعد الاعمدة

مثال / البيانات الاتية تمثل عدد الطلاب في كلية الادارة والاقتصاد حسب المراحل الدراسية وكما يلي :

المرحلة الاولى 80 والمرحلة الثانية 100 والمرحلة الثالثة 75 والمرحلة الرابعة 95

مثل البيانات باستخدام الاشرطة البيانية البسيطة

الحل /

ثالثاً / الدائرة البيانية : تمثل المساحة الكلية للدائرة المجموع الكلي ثم تقسم الدائرة الى قطاعات

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{البيانات الجزئية}}{\text{المجموع الكلي}} \times 360$$

وعلى نفس المثال في الاشرطة البيانية البسيطة نجد

$$\text{زاوية القطاع م1} = \frac{80}{350} \times 360 = 82.28$$

$$\text{زاوية القطاع م2} = \frac{100}{350} \times 360 = 102.85$$

$$\text{زاوية القطاع م3} = \frac{75}{350} \times 360 = 77.14$$

$$\text{زاوية القطاع م4} = \frac{95}{350} \times 360 = 97.71$$

رابعاً / المستطيل البياني : عبارة عن مستطيل كبير مقسم الى مستطيلات صغيرة كل مستطيل صغير يمثل جزء من البيانات الكلية وعليه فانه يمتلك مجموعة من المستطيلات ذات الارتفاعات المتساوية والقواعد المختلفة يتناسب طول كل قاعدة مع حجم البيانات

$$\text{قاعدة المستطيل الصغيرة} = \frac{\text{البيانات الجزئية}}{\text{البيانات الكلية}} \times \text{قاعدة المستطيل الكبير}$$

Sarim H. Hadi

وعلى نفس المثال في الاشرطة البيانية البسيطة نجد

قاعدة المستطيل الصغير = $\frac{\text{البيانات الجزئية}}{\text{البيانات الكلية}}$ × قاعدة المستطيل الكبير

قاعدة المستطيل الصغير م1 $= \frac{80}{350} \times 100 = 22.85 \approx 23$

قاعدة المستطيل الصغير م2 $= \frac{100}{350} \times 100 = 28.57 \approx 29$

قاعدة المستطيل الصغير م3 $= \frac{75}{350} \times 100 = 21.42 \approx 21$

قاعدة المستطيل الصغير م4 $= \frac{95}{350} \times 100 = 27.14 \approx 27$

م/ العرض البياني للبيانات المبوبة

يمكن تمثيل البيانات المبوبة بيانياً باستخدام اشكال بيانية عديدة اهمها :

اولاً / المدرج التكراري: عبارة عن مجموعة مستطيلات متلاصقة التي تكون على الاغلب قواعدها متساوية وتمثل طول الفئة وارتفاعها يمثل التكرارات

مثال1 / لدينا جدول البيانات الاتية

الفئة	fi
20-30	2
30-40	4
40-50	7
50-60	8
60-70	4
70-80	3
80-90	3
90-100	1

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

ثانياً / المضلع التكراري : هو عبارة عن خطوط منكسرة تبدأ بمركز الفئة وقبل التوزيع واقعة الى يسار اول فئة ويكون تكرارها صفر ماراً بالنقاط التي تتكون من مراكز الفئات والتكرارات وينتهي بمركز الفئة بعد التوزيع الواقع الى يمين اخر فئة وتكرارها صفر . ولايجاد حل مثال 1 نجد :

1- يجب ايجاد مراكز الفئات

$$c_1 = \frac{20+30}{2} = 25$$
$$c_2 = \frac{30+40}{2} = 35$$
$$c_3 = \frac{40+50}{2} = 45$$
$$c_4 = \frac{50+60}{2} = 55$$
$$c_5 = \frac{60+70}{2} = 65$$
$$c_6 = \frac{70+80}{2} = 75$$
$$c_7 = \frac{80+90}{2} = 85$$
$$c_8 = \frac{90+100}{2} = 95$$

ثالثاً / المنحني التكراري : عبارة عن خطوط منحنية تبدأ بمركز الفئة قبل التوزيع وواقعة الى يسار او فئة تكرارها صفر ماراً بالنقاط التي تتكون من مراكز الفئات والتكرارات وينتهي بمركز الفئة بعد التوزيع وواقعة الى يمين اخر فئة تكرارها صفر.

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

م/ مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية (القيم المتوسطة): هي قيم احصائية ذات اهمية كبيرة في وصف التوزيعات البيانية , ومن اهم مقاييسها هي :-

1) الوسط الحسابي ($\bar{X}$) Arithmetic Mean

2) الوسيط (ME) Median

3) المنوال (MO) Mode .

1) الوسط الحسابي :

ويعتبر الوسط الحسابي (المتوسط الحسابي) اكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعاً و اكثرها استخداماً لبساطة حسابه واستخراجه .

اولاً / الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة :

يعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم لبيانات غير مبوبة بانه مجموع من القيم مقسوماً على عددها . فأذا كان لدينا n من القيم اي ان لدينا $(x_1, x_2, x_3, \dots\dots, x_n)$ فان الوسط الحسابي لهذه القيم يرمز لها بالرمز $\bar{X}$

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}} \quad , \quad \bar{X} = \frac{x_1+x_2+x_3+\dots+x_n}{n}$$

مثال / جد الوسط الحسابي للبيانات (8,6,4,5,7,2,3)

الحل / $$\bar{X} = \frac{x_1+x_2+x_3+\dots+x_n}{n} = \frac{3+2+7+5+4+6+8}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

مثال / فيما يلي درجات 8 طلاب في مادة الاحصاء الوصفي **(40 , 30 , 40 , 35 , 42 , 32, 34, 33)** جد الوسط الحسابي

الحل / $\bar{X} = \frac{x_1+x_2+x_3+\dots+x_n}{n} = \frac{40+30+40+35+42+32+34+33}{8} = \frac{286}{8} = 35.75$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

مثال / البيانات الاتية تمثل اوزان قطع من الذهب متمثلة بالغرامات , الاوزان هي

(6.8 , 3.3 , 6.7 , 5.3 , 7.9 , 4.5 , 6.3 ,5.2) جد المتوسط الحسابي لتلك الاوزان

الحل / $\bar{X} = \frac{x_1+x_{2+}x_{3+}\dots+x_n}{n} = \frac{5.2+6.3+4.5+7.9+5.3+6.7+3.3+6.8}{8} = 5.75$

ثانيا / الوسط الحسابي للبيانات المبوبة :

اذا كان لدينا جدول تكراري عدد فئاته m وان $(c_1, c_2, c_3, \dots, c_m)$ هي مراكز الفئة وان $f_1, f_2, f_3, \dots, f_m$ هي التكرارات , فان الوسط الحسابي يحسب وفق الصيغة

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i c_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{f_1 c_1 + f_2 c_2 + \dots + f_m c_m}{f_1 + f_2 + \dots + f_m}$$

مثال / الجدول الاتي يبين توزيع الاجور الاسبوعية ل 63 عامل في احدى الشركات

الفئات	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	المجموع
التكرارات	8	10	16	14	10	5	63

جد الوسط الحسابي .

الحل /

الفئات	التكرارات (f_i)	مراكز الفئات (c_i)	$f_i c_i$
50-60	8	$\frac{b+a}{2} = 55$	55×8 = 440
60-70	10	65	65×10 =650
70-80	16	75	16×75 = 1200
80-90	14	85	14×85 = 1190
90-100	10	95	10×95 =950
100-110	5	105	5×105 = 525
المجموع	63		4955

نطبق القانون:

Sorin H. Hadi

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{6} f_i c_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i} = \frac{4955}{63} = 78.57$$

مثال / جد الوسط الحسابي من الجدول التكراري الاتي

الفئات	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	المجموع
التكرارات	4	6	8	12	9	7	4	50

الحل /

الفئات	التكرارات (f_i)	مراكز الفئات (c_i)	$f_i c_i$
30-40	4	$\frac{b+a}{2} = 35$	35×4 = 140
40-50	6	45	45×6 =270
50-60	8	55	55×8 = 440
60-70	12	65	12×65 = 780
70-80	9	75	9×75 =675
80-90	7	85	7×85 = 595
90-100	4	95	4×95 = 380
المجموع	50		3280

نطبق القانون:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{7} f_i c_i}{\sum_{i=1}^{7} f_i} = \frac{3280}{50} = 65.6$$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

مثال / جد الوسط الحسابي للجدول الاتي

الفئات	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	المجموع
التكرارات	2	4	5	8	6	25

الحل /

الفئات	التكرارات (f_i)	مراكز الفئات (c_i)	$f_i c_i$
10-19	2	$\frac{b+a}{2} = 14.5$	2×14.5= 29
20-29	4	24.5	4×24.5 =98
30-39	5	34.5	5×34.5 = 172.5
40-49	8	44.5	8×44.5 = 356
50-59	6	54.5	6×54.5 =327
المجموع	25		982.5

بتطبيق القانون:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i c_i}{\sum_{i=1}^{5} f_i} = \frac{982.5}{25} = 39.3$$

ثالثاً / الطريقة المختصرة (طريقة الانحرافات)

تستخدم هذه الطريقة في حالة كون قياسات العينة اعداد كبيرة يصعب التعامل معها عند ايجاد الوسط الحسابي خصوصا عند عدم توفر حاسبات تفي بالغرض مما يفضل اختزال هذه الاعداد الى اعداد اصغر يسهل التعامل. نختار وسط فرضي يكون قريب من الوسط الحسابي من نفس البيانات او خارج عنها ويرمز له A ثم نجد انحرافات القيم عن الوسط الفرضي ويرمز له بالرمز d_i وعليه يكون الوسط الحسابي كالاتي

$$\bar{X} = \mathrm{A} + \frac{\sum d_i}{\mathrm{n}}$$

Sarim H. Hadi

حيث ان

A : تمثل الوسط الفرضي

d_{i} : تمثل انحرافات القيم عن الوسط الفرضي

$$d_{\mathrm{i}} = x_i - \mathrm{A}$$

ملاحظة : قيمة A قيمة ثابتة نختارها من ضمن القيم , نعتقد انها تمثل وسط القيم او مركزها اي تكون قريبة من الوسط الحسابي.

مثال / اوجد الوسط الحسابي للبيانات الاتية باستخدام الطريقة المختصرة (طريقة الانحرافات) للبيانات الاتية (6,3,4,2,7)

الحل / نفرض ان قيمة A=3

$$\bar{X} = \mathrm{A} + \frac{\sum d_i}{\mathrm{n}}$$

$$d_{\mathrm{i}} = x_i - \mathrm{A}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$3 - 3 = 0$$

$$4 - 3 = 1$$

$$2 - 3 = -1$$

$$7 - 3 = 4$$

$$\sum d_i = 7$$

$$\bar{X} = 3 + \frac{7}{5} = 4.4$$

طريقة اخرى : على فرض A= 2

Sarim H. Hadi

رابعا / مزايا وعيوب الوسط الحسابي

يتميز الوسط الحسابي بالمزايا التالية:

1) أنه سهل الحساب
2) يأخذ في الاعتبار كل القيم.
3) أنه أكثر المقاييس استخداما وفهما.

ومن عيوبه:

1) أنه يتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة.
2) يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية.
3) يصعب حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة

2) الوسيط (Me) :

هو القيمة التي تقع وسط البيانات بعد ترتيبها تصاعديا او تنازليا , اي ان 50% من القيم اقل منها و50% من القيم اعلى منها . وفيما يلي كيفية حساب الوسيط في حالة البيانات المبوبة وغير المبوبة .

اولاً / الوسيط للبيانات المبوبة

لبيان كيف يمكن حساب الوسيط للبيانات غير المبوبة , نتبع الخطوات الاتية

1- ترتيب القيم تصاعدياً او تنازلياً.
2- نجد رتبة الوسيط بالقانون $\frac{n+1}{2}$
3- اذا كان (n) عدد فردي فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$
4- اذا كان (n) عدد زوجي فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها ($\frac{n}{2}$) والقيمة رقم $(\frac{n}{2}+1)$ ثم نحسب الوسيط بتطبيق القانون

$$\text{الوسيط} = \frac{\text{القيمة رقم}\left(\frac{n}{2}\right)+\text{القيمة رقم}\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}$$

مثال / اوجد الوسيط لدرجات طالب اذا كانت درجاته في مادة الرياضيات هي

Sarim H. Hadi

(80 ,77, 70 ,62 ,85)

الحل / نرتب القيم تصاعديا او تنازليا (85 , 80 , 77, 70 , 62)

$$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

اذن $Me = 77$

مثال / جد الوسيط لمجموعة القيم التالية (2, 3, 2, 3, 4, 5, 7, 11, 7, 7)

الحل / نرتب القيم تصاعديا او تنازليا (2, 2, 3, 3, 4 ,5 ,7, 7, 7, 11)

$$Me = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

ثانياً / الوسيط للبيانات المبوبة

لحساب الوسيط من بيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري , يتم اتباع الخطوات التالية

1- تكوين الجدول التكرار المتجمع الصاعد
2- تحديد رتبة الوسيط من القانون :

$$\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{\sum f}{2}$$

3- تحديد فئة الوسيط كما في القوانين الاتية :

تكرار متجمع صاعد سابق f_1 الحد الادنى لفئة الوسيط (A)

رتبة الوسيط $(\frac{n}{2})$ ← الوسيط Me

تكرار متجمع صاعد لاحق f_2 الحد الاعلى لفئة الوسيط

4- يحسب الوسيط , بتطبيق المعادلة

Sarim H. Hadi

$$Me = A + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

حيث ان L طول فئة الوسيط وتحسب بالمعادلة التالية

طول الفئة = الحد الاعلى (upper)- الحد الادنى (Lower)

مثال / فيما يلي توزيع 50 عجل متوسط الحجم , حسب احتياجاته اليومية من الغذاء الجاف بالكيلوجرام

فئات الاحتياجات	1.5 -	4.5-	7.5-	10.5-	13.5-16.5
عدد العجول f	4	12	19	10	5

جد الوسيط

الحل /

الفئات	fi	تكرار متجمع صاعد
1.5-	4	4
4.5-	12	16
7.5-	19	35
10.5-	10	45
13.5-16.5	5	50

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$3 \times \frac{\cancel{9}1-52}{\cancel{9}1-53} \left(+ 5.7 = eM \right.$$

$$= 7.5 + \left(\frac{9}{19}\right) \times 3$$

$$= 7.5 + \frac{27}{19} = 7.5 + 1.42 = 8.92$$

Sarim H. Hadi

ثالثا / مزايا وعيوب الوسيط

- **مزايا الوسيط**

1- لا يتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة

2- كما انه سهل الحساب

3- مجموع قيم الانحرافات المطلقة عن الوسيط اقل من مجموع الانحرافات عن اي قيمة

$$\sum|x - Me| \leq \sum|x - a| \ , a \neq Me$$

- **عيوب الوسيط**

1- انه لا ياخذ عند حسابه كل القيم في الاعتبارات , فهو يعتمد على قيمة او قيمتين فقط

2- يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية مقاسة بمعيار اسمي

2) المنوال (Mo) :

يعرف المنوال بأنه القيمة الاكثر تكراراً من غيرها ويكثر استخدامها في حالة البيانات الوصفية لمعرفة النمط الشائع .

ملاحظة : قد لا يكون للقيم منوال وقد يكون منوالين او اكثر من منوال

ويمكن حساب المنوال للبيانات المبوبة وغير المبوبة كما يلي :

اولا / المنوال للبيانات غير المبوبة :

مثال / ما منوال مجموعة الارقام التالية 2,2,5,7,9,10,11,9,10,9,12,18

الحل / $Mo = 9$

مثال / ما منوال المجموعة 3,3,4,4,5,7,5,7,4,7,9

الحل / $Mo = (4,7)$

مثال / ما منوال المجموعة 3,5,8,10,12,15,16

Sarim H. Hadi

الحل / ليس لها منوال (لانه لا توجد قيمة مكررة اكثر من غيرها)

ثانيا / المنوال للبيانات المبوبة

هو مركز الفئة المنوالية التي تقابل اكبر تكراراً

مثال / الجدول التي يبين اعمار (100) طالب في قسم الرياضيات , جد المنوال .

الاعمار	*عدد الطلاب*
18-20	20
20-22	46
22-24	18
24-26	13
26-28	3
مجموع	100

الحل /

الفئة التي تقابل اكبر تكرار هي (20-) وتسمى الفئة المنوالية

الفئة هي : $\frac{20+22}{2} = 21$

اذن $Mo = 21$

ثالثاً / حساب المنوال في حالة البينات مبوبة (طريقة الفروق)

$$Mo = A + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times L$$

حيث :

A : الحد الادنى لفئة المنوال (الفئة المناظرة لأكبر تكرار)

d_1 : (تكرار فئة المنوال – تكرار سابق)

d_2 : (تكرار فئة المنوال – تكرار لاحق)

L : طول فئة المنوال

فئة المنوال = الفئة المناظرة لاكبر تكرار

مثال / الجدول الاتي توزيع تكراري لأطوال عينة من الاشخاص البالغين عددهم (50) شخص المطلوب حساب القيمة الشائعة لطول الاشخاص في هذه العينة

Sarim H. Hadi

فئات	تكرارات
150-160	8
160-170	*12*
170-180	*15*
180-190	*9*
190-200	*6*

$$d_1 = 15 - 12 = 3$$

$$d_2 = 15 - 9 = 6$$

$$Mo = 170 + \frac{3}{3+6} \times 10 = 173.33$$

رابعاً / مميزات وعيوب المنوال

- مميزات المنوال:

1- مقياس سهل حساب ولا يتأثر بالقيم الشاذة.

2- يمكن ايجاده للقيم الوصفية والتوزيعات التكرارية المفتوحة.

- عيوب المنوال:

1- عند حساب المنوال لا تؤخذ جميع قيم البيانات في الاعتبار.

2- قد يكون لبعض البيانات اكثر من منوال وبذلك لا يمكن تحديد قيمة وحيدة المنوال

م / مقاييس التشتت

مقاييس التشتت- : هي تباعد او انتشار قيم مجموعة من المفردات عن بعضها البعض او عن قيمة معينة ثابتة مثل الوسط الحسابي وتستخدم لغرض اجراء المقارنة بين مجموعتين او اكثر من البيانات عن ظاهرة معينة.

مثال / الوسط الحسابي للمجموعات الثلاثة التالية يساوي 9

المجموعة الاولى : القيم 7,8,9,10,11

الوسط الحسابي $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{7+8+9+10+11}{5} = \frac{45}{5} = 9$

المجموعة الثانية : القيم 3,6,9,12,15

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{3+6+9+12+15}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

المجموعة الثالثة : القيم 1,5,9,13,17

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1+5+9+13+17}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

هناك نوعين من مقاييس التشتت وهي :

1- مقاييس التشتت المطلقة

2- مقاييس التشتت النسبية

مقاييس التشتت المطلقة : هي مقاييس تبين درجة تجانس قيم مجموعة من البيانات بشكل مطلق وتكون مقاسة بنفس وحدات قياس المتغير العشوائي (وحدات ، طول، وزن، عدد....الخ).

مقاييس التشتت النسبية :إذا كنا بصدد إجراء مقارنة بين توزيعات تكرارية ليست لها نفس وحدة القياس أو ليس لهما نفس المتوسط ، فمن الضروري هنا استخدام مقاييس التشتت النسبية.

- ومن اهم مقاييس التشتت

1- المدى (R)
2- الانحراف المتوسط (M.D)
3- الانحراف الربيعي (Q.D)
4- التباين
5- الانحراف المعياري (S.D)

اولاً / المدى (R) : يعتبر المدى ابسط انواع مقاييس التشتت ويعرف بانه الفرق بين اكبر قيمة من مجموعة البيانات واصغر قيمة فيها و اي

$$R = Max - Min$$

مثال / اوجد المدى للبيانات التالية (2, 5,10, 20, 30, 40)

الحل / $R = Max = Min = 40 - 2 = 38$

ملاحظة / اما في حالة البيانات المبوبة فهو الفرق ما بين الحد الاعلى للفئة الاخير والحد الادنى للفئة الاولى .

ثانياً / الانحراف المتوسط

يعرف الانحراف المتوسط بانه مجموع الانحرافات المطلقة لمتغير عشوائي عن نقطة معينة اختيارية مثل A مقسومة على عدد هذه القيم وغالبا ما يتم اختيار قيمة (A) مساوية لاحد مقاييس النزعة المركزية $(\bar{X}, \text{Me}, \text{Mo})$

القانون العام : $$M.D = \frac{\sum|x_i - A|}{n}$$

في حالة الوسط الحسابي :

Sarim H. Hadi

$$M.D = \frac{\sum|x_i - \bar{X}|}{n}$$

في حالة الوسيط :

$$M.D = \frac{\sum|x_i - Me|}{n}$$

في حالة المنوال :

$$M.D = \frac{\sum|x_i - Mo|}{n}$$

مثال / جد الانحراف المتوسط من البيانات التالية على فرض (A) مرة قيمة الوسط الحسابي ومرة قيمة الوسيط ومرة قيمة المنوال القيم هي (3,5,6,7,10,5)

الحل / الوسط الحسابي = 6

الوسيط = $\frac{5+6}{2} = 5.5$

المنوال = 5

ثالثاً / **التباين Variance**

هو أحد مقاييس التشتت ، وأكثرها استخداما في النواحي التطبيقية ، وهو مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على عددها ، والذي يرمز له بالرمز S^2.

1- التباين في المجتمع (σ^2)

اذا توافر لدينا قراءات عن كل مفردات المجتمع , ولتكن $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ فان التباين في المجتمع , ويرمز له بالرمز σ^2 ويحسب باستخدام المعادلة التالية :

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n}$$

حيث ان : M هي الوسط الحسابي في المجتمع ($\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$).

ويمكن كتابة المعادلة اعلاه بالشكل التالي : $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum x^2 - \bar{X}^2$

ملاحظة / يمكن ايجاد التباين للبيانات المبوبة حيث يكون قانون الوسط الحسابي هو $\bar{X} = \frac{\sum f_i c_i}{\sum f_i}$

مثال * / مصنع لتعبئة المواد الغذائية , يعمل به 15 عامل , وكانت عدد سنوات الخبرة لهؤلاء العمال كما يلي (5,13,7,14,12,9,6,8,10,13,14,6,11,12,10) بفرض ان هذه البيانات تم جمعها عن كل مفردات المجتمع , فأوجد التباين لعدد سنوات الخبرة .

Sarim H. Hadi

الحل /

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n}$$

* الوسط الحسابي للمجتمع :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+13+7+14+12+9+6+8+10+13+14+6+11+12+10}{15} = \frac{150}{15} = 10$$

** حساب مربعات الانحرافات $\sum(x_i - \bar{X})^2$

Sarim H. Hadi

2- التباين في العينة (σ^2)

في كثير من الحالات يكون التباين في المجتمع σ^2 غير معلوم , وعندئذ يتم سحب عينة من هذا المجتمع , ويحسب التباين من بيانات العينة كتقدير لتباين المجتمع . فاذا كانت قراءات عينة عشوائية حجمها n هي , $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, فان تباين العينة ويرمز له بالرمز s^2 هو

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad \text{او} \quad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum x^2 - \bar{X}^2$$

حيث ان $\bar{X}$ هو الوسط الحسابي لقراءات العينة .

مثال / في المثال (*) اذا سحبت عينة عشوائية من عمال المصنع حجمها 5 , سجل عدد سنوات الخدمة لهذه العينة ،علما ان العينة هي 8 , 13 , 10 , 5 , 9

الحل /

- نجد الوسط الحسابي في العينة $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{8+13+10+5+9}{5} = \frac{45}{5} = 9$
- حساب مربعات الانحرافات $\sum(x_i - \bar{X})^2$

سنوات الخبرة x	8	13	10	5	9	45
$(x_i - \bar{X})$	-1	4	1	-4	0	0
$(x_i - \bar{X})^2$	1	16	1	16	0	34

اي ان $\sum(x_i - \bar{X})^2 = 34$

- اذن تباين العينة

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{34}{5-1} = \frac{34}{4} = 8.5$$

رابعاً / الانحراف المعياري (Standard Deviation)

عند استخدام التباين كمقياس من مقاييس التشتت , نجد انه يعتمد على مجموع مربعات الانحرافات , ومن ثم لا يتماشى مع وحدات قياس المتغير محل الدراسة ففي المثال السابق نجد تباين سنوات الخبرة في العينة 8.5 , فليس من المنطق عند تفسير هذه النتيجة ان نقول تباين سنوات الخبرة 8.5 سنة تربيع لان وحدات قياس المتغير هو عدد سنوات ومن اجل ذلك لجأ الاحصائيون الى مقياس منطقي يأخذ في الاعتبار الجذر التربيعي للتباين ولكن يناسب وحدات قياس المتغير وهذا المقياس هو الانحراف المعياري

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{التباين}} \quad \text{او} \quad S.D(\sigma) = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال / في مثال (*) نجد الانحراف المعياري لسنوات الخبرة لعمال المصنع (المجتمع) :

الحل / $S.D = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{8.67} = 2.94$

- **الانحراف المعياري في حالة البيانات المبوبة**

اذا كانت بيانات الظاهرة مبوبة في جدول توزيع تكراري , فأن الانحراف المعياري يحسب بتطبيق المعادلة :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(c_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

مثال / في ما يلي توزيع 30 اسرة حسب الانفاق الاستهلاكي الشهري لها بالالف دينار:

فئات الانفاق	2-4	5-7	8-10	11-13	14-16
عدد الاسرة f	4	7	10	5	4

احسب الانحراف المعياري للأنفاق الشهري للأسرة .

Sarim H. Hadi

الحل / 1- نجد الوسط الحسابي : $\bar{X} = \frac{\sum f_i c_i}{\sum f_i} = \frac{4\times3+7\times6+10\times9+5\times12+4\times15}{30} = \frac{264}{30} = 8.8$

الفئات	f	c_i	$(c_i - \bar{X})$	$(c_i - \bar{X})^2$	$f(c_i - \bar{X})^2$
2-4	4	3	3-8.8=-5.8	33.64	$4 \times 33.64 = 134.56$
5-7	7	6	-2.8	7.84	45.88
8-10	10	9	0.2	0.04	0.4
11-13	5	12	3.2	10.24	51.2
14-16	4	15	6.2	38.44	153.76
مجموع	30				385.8

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(c_i-\bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{385.8}{30-1}} = \sqrt{13.3} = 3.64$$

- مميزات الانحراف المعياري

1-إن حسابه يعتمد على كافة البيانات المتاحة

2-انه مقياس سهل الفهم والحساب

3-خضوعه للعمليات الجبرية

4-قابليته للتجزئة والاندماج

-عيوب الانحراف المعياري

1-لا يمكن حساب قيمته في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة من طرف واحد او طرفين

2-لا يمكن حسابه في حالة البيانات الوصفية

3-تتأثر قيمته في حالة وجود قيم شاذة أو متطرفة وكذلك يتأثر وعلى نحو كبير بأخطاء المعاين.

رابعا/ أ/ الدرجة المعيارية (Standardized degree)

تقيس الدرجة المعيارية لقيمة معينة عدد وحدات الانحراف المعياري التي تزيد بها او تقل بها هذه القيمة عن الوسط الحسابي , فأذا كان $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ هي قيم المشاهدات , وعددها n وكان $\bar{X}$ هو الوسط الحسابي لهذه القيم , فان الدرجة المعيارية للقيمة x ويرمز لها بالرمز z وتحسب باستخدام المعادلة التالية

Sarim H. Hadi

$$z = \frac{x - \bar{X}}{\sigma}$$

رابعاً / ب / معامل الاختلاف (Coefficient of Variation)

معامل الاختلاف هو عبارة عن الانحراف المعياري مقسوما على الوسط الحسابي مضروبا في مئة, ويرمز له بالرمز C.V. ويحسب بالعلاقة التالية

$$C.V. = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

الارتباط والانحدار الخطي البسيط

في المحاضرات السابقة تم عرض بعض المقاييس الوصفية , مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت والتي يمكن من خلالها وصف شكل توزيع البيانات وثم جمعها عن متغير واحد , ننتقل من التعامل مع متغير واحد الى التعامل مع متغيرين او اكثر ستتناول هذه المحاضرة والتي بعدها دراسة وتحليل العلاقة بين متغيرين هو العلاقة بين ظاهرتين مثل العلاقة بين طول الشخص ووزنه او العلاقة بين نسبة الشفاء من مرض معين وكمية الجرعة من الدواء المخصص للمريض وعمر المريض ، او العلاقة بين الدخل والاستهلاك والعلاقة بين درجات الطلبة وعدد ساعات الدراسة. وذلك بأستخدام طرق بعض طرق التحليل الاحصائي مثل تحليل الارتباط والانحدار الخطي البسيط , ومن الامثلة الاخرى على هذه الدراسة

1- الانفاق والدخل العائلي 2- سعر السلعة والكمية المطلوبة 3- تقديرات الطلاب في مادة الاحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

اولاً / الارتباط الخطي البسيط

اذا كان الغرض من التحليل هو تحديد نوع وقوة العلاقة بين متغيرين و يستخدم تحليل الارتباط اما اذا كان الغرض هو دراسة وتحليل اثر احد المتغيرين على الاخر يستخدم تحليل الانحدار وفي محاضرتنا يتم عرض اسلوب تحليل الارتباط الخطي البسيط , اي في حالة افتراض ان العلاقة بين المتغيرين تأخذ الشكل الخطي وسوف يجري حسابه في حالة البيانات الكمية والبيانات الوصفية المقاسة بمعيار ترتيبي .

أ / معامل الارتباط الخطي البسيط: هو المقياس الذي نقيس به درجة الارتباط.

والارتباط بين الظواهر اما ان يكون موجب او سالب وهذا لا يعكس قوة الارتباط ، فقوة الارتباط تكون محصورة بين الصفر و 1 + او 1 - وكلما اقترب من الواحد يكون الارتباط قويا (طرديا) وكلما اقترب

Sarim H. Hadi

من الصفر يكون ضعيفا (عكسياً) أما اذا كان الارتباط يساوي صفر يعني لا يوجد ارتباط واذا كان الارتباط يساوي واحد (موجب او سالب) يعني ارتباط تام ويرمز للارتباط بالرمز $r \times y$.

1- معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون :

في حالة جمع البيانات عن متغيرين كميين (x, y) يمكن قياس الارتباط بينهما , باستخدام طريقة بيرسون ومن الامثلة على ذلك قياس العلاقة بين الوزن والطول, والعلاقة بين الانتاج والتكلفة , والعلاقة بين الانفاق والدخل اليومي , والعلاقة بين درجات الطالب وعدد ساعات الاستذكار .... الخ.

ولحساب معامل الارتباط في العينة و نستخدم صيغة " بيرسون" التالية

$$r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\frac{\sum(x-\bar{X})(y-\bar{Y})}{n-1}}{\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{X})^2}{n-1}}\sqrt{\frac{\sum(y-\bar{Y})^2}{n-1}}}$$

حيث ان

$\sigma_{x,y}$: هو التغاير بين x, y

σ_x : هو الانحراف المعياري لقيم (x)

σ_y : هو الانحراف المعياري لقيم (y)

ويمكن اختصار الصيغة السابقة على النحو التالي

$$r = \frac{\sum(x-\bar{X})(y-\bar{Y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{X})^2}\sqrt{\sum(y-\bar{Y})^2}}$$

مثال / احسب معامل الارتباط بين المساحة والكمية لزراعة الاعلاف في مزرعة ما مقاسا بالاف هكتار و

x : 2 , 2 , 5 , 4 , 5 , 6 , 3 , 5 , 4

y : 3, 5 , 7 , 8 , 9 , 11 , 6 , 8 , 6

الحل /

1- نجد الوسط الحسابي لقيم (x) والوسط الحسابي لقيم (y)

Sarim H. Hadi

2- نجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي للمتغير (x) والمتغير (y)

x_i	$(x-\bar{X})$	$(x-\bar{X})^2$	y_i	$(y-\bar{Y})$	$(y-\bar{Y})^2$	$(x-\bar{X})(y-\bar{Y})$
2	2-4=-2	4	3	3-7=-4	16	-2.-4=8
2	-2	4	5	-2	4	-2.-2=4
5	1	1	7	0	0	1.0=0
4	0	0	8	1	1	0.1=0
5	1	1	9	2	4	1.2=2
6	2	4	11	4	16	2.4=8
3	-1	1	6	-1	1	-1.-1=1
5	1	1	8	1	1	1.1=1
4	0	0	6	-2	4	0.-2=0
36		16	63		44	24

3- نربع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي للمتغير (x) والمتغير (y)

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2+2+5+4+5+6+3+5+4}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{3+5+7+8+9+11+6+8+6}{9} = \frac{63}{9} = 7$$

$$r = \frac{\sum(x-\bar{X})(y-\bar{Y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{X})^2}\ \sqrt{\sum(y-\bar{Y})^2}} = \frac{24}{\sqrt{16}\sqrt{44}} = 0.905$$

ثانيا / معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

ان الصيغ السابقة الخاصة لحساب معامل الارتباط البسيط تستند بالحقيقة على اعتبار ان المتغيرات المعتمدة في الحساب هي متغيرات من النوع الكمي . الا انه من الناحية العملية هناك الكثير من الحالات التي تكون فيها المتغيرات من النوع الوصفي اي متغيرات غير قابلة للقياس كالمهنة ، الحالة الاجتماعية ، تقديرات درجات وغيرها .(وبهدف حساب الارتباط بين متغيرات من هذا النوع فانه لا يمكن استخدام الصيغ السابقة مباشرة لهذا الغرض بل اجراء بعض التحويرات عليها بالشكل الذي يجعلها ممكنة الاستخدام .ان المعامل الذي يقيس درجة الترابط ما بين صفتين يدعى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

ويعبر عنه بالمعادلة التالية

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث ان d : هي الفرق بين رتب مستويات المتغير الاول x ورتب مستويات المتغير y اي ان

$$d = x_i - y_i$$

مثال/ الاتي تقديرات 6 طلبة في مادة امتحان الرياضيات والاحصاء , جد العلاقة بين تقديرات المادتين (ارتباط الرتب لسبيرمان)

تقديرات x = ضعيف , امتياز , جيد , متوسط , مقبول , جيد جداً

تقديرات y = مقبول , جيد جدا , جيد , ضعيف , متوسط , امتياز

الحل / يجب تحويل التقديرات الى ارقام لهذا نعطي التقديرات ارقام متسلسلة ونرتبها اما تصاعديا او تنازليا

وكما يلي : ضعيف , مقبول , متوسط , جيد , جيد جدا , امتياز

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6

ترتيب x	ترتيب y	$d = x - y$	d^2
1	2	1-2=-1	1
6	5	6-5=1	1
4	4	4-4=0	0
3	1	3-1=2	4
2	3	2-3=-1	1
5	6	5-6=-1	1
مجموع			8

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\times 8}{6(36-1)} = 1 - \frac{48}{6\times 35} = 1 - \frac{48}{210} = 1 - 0.228 = 0.772$$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اعداد: م.م.صارم حازم هادي

ثالثا/ معامل الاقتران

يعرف **معامل الاقتران** بانه مقياس لقياس العلاقة بين متغيرين وصفيين مفرغة بياناتهما في جدول توافق ذو مرتبة 2×2 لا يمكن اخضاعهما للقياس الكمي . افرض ان $x_i,\ y_i$ متغيرين من النوع الوصفي وعليه يمكن تصور جدول التوافق ذو المرتبة 2×2 بالشكل الاتي

X \ Y	Y_1	Y_2	مجموع
X_1	f_{11}	f_{12}	f_1
X_2	f_{21}	f_{22}	f_2
مجموع	f_1	f_2	n

وعليه فان معامل الاقتران بين المتغيرين X, Y يستخرج وفق الصيغة الاتية

$$C.A = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}{f_{11}f_{22} + f_{12}f_{21}}$$

مثال/ من المعلوم ان عادة التدخين تؤثر تأثيرا سيئا على الصحة العامة للفرد ، المطلوب ايجاد العلاقة بين الحالة الصحية وعادة التدخين (معامل الاقتران)

X \ Y	يدخن	لا يدخن	مجموع
جيد	40	50	90
غير جيد	50	60	110
مجموع	90	110	200

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات
اعداد: م.م.صارم حازم هادي

الحل/

$$C.A = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}{f_{11}f_{22} + f_{12}f_{21}} = \frac{40 \times 60 - 50 \times 50}{40 \times 60 + 50 \times 50} = \frac{2400 - 2500}{2400 + 2500} = \frac{-100}{4900} = -0.02$$

السلاسل الزمنية

السلسلة الزمنية : هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة معينة لمدة من الزمن (عدة سنوات) في فترات زمنية متساوية . ان مجموعة القيم الدالة على صادرات العراق السنوية من التمور من سنة 1924 1970هي سلسلة زمنية . وان المبالغ الدالة على مقدار ما يبيعه احد المخازن في اليوم ولمدة اسبوع هي سلسلة زمنية ايضا ، وكذلك اعتبار الجدول الذي يشير الى درجات الحرارة في بغداد في نهاية كل ساعة ولمدة يوم كامل هو سلسلة زمنية وهكذا . لذلك يمكن اعتبار السلسلة الزمنية علاقة بين متغيرين هما قيمة الظاهرة والزمن. تهتم كثير من الدراسات ولاسيما الاقتصادية والاجتماعية بدراسة السلسلة الزمنية وذلك لان كثيرا من الظواهر الاقتصادية كالصادرات السنوية مثلا استعرضت وبحثت لعدد من السنين فانه يمكن معرفة طبيعة التغيرات التي تطرأ على قيم الظاهرة مع الزمن وتحديد الاسباب والنتائج وتفسير العلاقات المشاهدة بينها والتنبؤ بما سيحدث من تغير على قيم الظاهرة في المستقبل على ضوء ما حدث لها في الماضي.

- **تحليل السلسلة الزمنية** : ان دراسة السلسلة الزمنية يقتضي تحليلها الى العوامل المؤثرة فيها وقد وجد ان السلسلة الزمنية تتأثر بالعوامل الاتية:

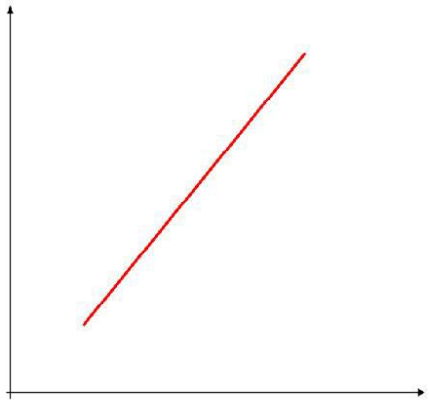
1. الاتجاه العام
2. التغيرات الموسمية
3. التغيرات الدورية
4. التغيرات العرضية

1- الاتجاه العام: هو العامل الاكثر تأثيرا على القيم الظاهرة في المدى الطويل فمثلا عدد سكان العراق خلال الاربعين سنة الماضية يمثل سلسلة زمنية متأثرة بدرجة كبيرة بالاتجاه العام . نظرا لميل جميع الاعداد المكونة لهذه السلسلة الى التزايد بصورة عامة . يكون الاتجاه العام موجب عندما تتزايد قيمة الظاهرة على مرور الزمن فمثلا نمو السكان يمثل سلسلة زمنية اتجاهها العام موجب.

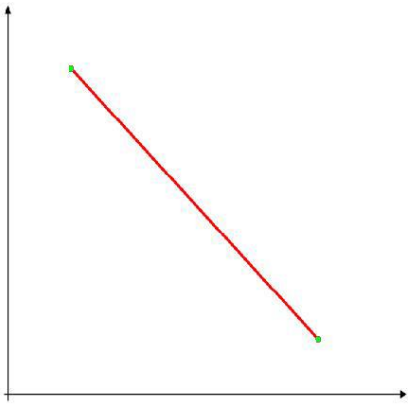
ويكون الاتجاه العام سالبا عندما تتناقص قيم الظاهرة على مرور الزمن فمثلا الوفيات الناتجة عن الاصابة

Sarim H. Hadi

بمرض الجدري تكون سلسلة زمنية اتجاهها سالب والاتجاه العام يكون مستقيما اذا كان التغير في قيم الظاهرة كمية ثابتة موجبة او سالبة ويكون التجاه العام غير مستقيم (منحني) اذا كان التغير في قيم الظاهرة غير ثابت خلال المدة ويمكن توضيح ذلك بالشكلين الآتيين



حالة النمو (الزيادة)



حالة الانكماش (النقصان)

2- التغيرات الموسمية : تشير التغيرات الموسمية الى متوسط التغير المنظم الذي يحدث خلال سنة واحدة او فصل واحد او شهر واحد .... الخ ان التغيرات الموسمية تتكرر خلال فترات منتظمة تتكون نتيجة اختلاف المناخ او عادات اجتماعية او مناسبات دينية او ما شابه ذلك .فمثلا التغيرات الموسمية في زيادة الاستهلاك من وقود التدفئة في فصل الشتاء وزيادة الطلب على المراوح في فصل الصيف لذلك يمكن التنبؤ بمقدار الظاهرة في المستقبل حسب فصول او اشهر السنة.

3- **التغيرات الدورية:** هي التغيرات التي تتكرر خلال فترة زمنية تزيد عن سنة مثل تعاقب الدورات الاقتصادية (الرخاء والانكماش) وتسمى بالتذبذبات الدورية وانها اقل انتظاما من التغيرات الموسمية.

4- التغيرات العرضية : هي التغيرات التي تحدث لأسباب غير متوقعة مثل الحروب والكوارث الطبيعية ، ويصعب التنبؤ بالفترات التي يمكن ان تحدث فيها هذه التغيرات.

- طرق ايجاد خط الاتجاه العام

1- طريقة متوسطي نصفي السلسلة

2- طريقة المتوسطات المتحركة

3- طريقة المربعات الصغرى

وهنا سنتطرق فقط الى طريقة المربعات الصغرى

Sarim H. H.

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اعداد: م.م.صارم حازم هادي

3-طريقة المربعات الصغرى

تعتبر هذه الطريقة من ادق طرق تعيين خط الاتجاه العام

$$X_i = a + b.E$$

حيث a, b تمثلان قيم ثابتة يمكن الحصول عليهما

حيث b هي $b = \frac{\sum X_i E_i - n\bar{X}\bar{E}}{\sum E^2 - n\bar{E}^2}$

وقيمة a هي $a = \bar{X} - b\bar{E}$

حيث $\bar{X}, \bar{E}$ تمثلان الوسطان الحسابيان ل X, E

مثال / الجدول الاتي يبين قيم المبيعات الفعلية (بالملايين) لأحد المصانع وللسنوات 96-98 وللمواسم الاتية

المبيعات X_i : 280, 220, 230, 250, 260, 220, 230 , 240, 210

المواسم E : 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

المطلوب : استخراج معادلة خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى .

الحل /

$$\bar{E} = \frac{\sum E_i}{n} = \frac{45}{9} = 5$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2140}{9} = 237.78$$

E_i	Y_i	$Y_i E_i$	E^2
1	210	210	1
2	240	480	4
3	230	690	9
4	220	880	16
5	260	1300	25

Sarim H. Hadi

6	250	1500	36
7	230	1610	49
8	220	1760	64
9	280	2520	81
45	2140	10950	285

$$b = \frac{\sum X_i E_i - n\bar{X}\bar{E}}{\sum E^2 - n\bar{E}^2} = \frac{10950 - 9 \times 5 \times 237.78}{285 - 9 \times 5^2} = \frac{350}{60} = 4.17$$

$$a = \bar{X} - b\bar{E} = 237.78 - (4.17)(5) = 237.78 - 20.85 = 216.93$$

$$X_i = a + b.E = 216.93 + 4.17 \times E$$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اعداد: م.م.صارم حازم هادي

الارقام القياسية

الارقام القياسية هي عبارة عن مؤشرات احصائية تستعمل لقياس تغير سعر او كمية مادة او عدة مواد بين فترتين زمنيتين مختلفتين او بين مجموعتين او بين مكانين .وان الفترة التي تنسب اليها عادة اسعار وكميات الفترات الاخرى وهذه الفترة قد تكون شهرا او سنة او غيرها ولكن الشائع ان تكون سنة واحدة وتسمى (سنة الاساس) كما يشترط ان تكون سنة طبيعية خالية

من الشذوذ كالحروب والازمات او الكوارث.

انواع الارقام القياسية المستخدمة في التحليل الاحصائي:

اولا : الارقام القياسية البسيطة *Simple index number*

ثانيا : الارقام القياسية المرجحة *Weighted index number*

اولا الارقام القياسية البسيطة : يقيس تغير سعر او كمية مادة واحدة بين فترتين او مكانين مختلفين

يحسب الرقم القياسي البسيط للأسعار بموجب هذه الطريقة بإيجاد الوسط الحسابي للأسعار خلال سنتي الاساس والمقارنة ثم ننسب الوسط الحسابي للأسعار لسنة المقارنة الى الوسط الحسابي لسنة الاساس ونضرب الناتج في 100 للحصول على نسبة مئوية.

- تكتب العلاقة الاحصائية للرقم القياسي البسيط بالشكل الاتي

الوسط الحسابي للاسعار في سنة المقارنة $= \frac{\text{مجموع الاسعار في سنة المقارنة}}{\text{عدد الاسعار}}$

$$\overline{P_i} = \frac{\sum P_i}{n}$$

اما الوسط الحسابي لسنة الاساس $= \frac{\text{مجموع الاسعار في سنة الاساس}}{\text{عدد الاسعار}}$

$$\overline{P_0} = \frac{\sum P_0}{n}$$

وعليه فان الرقم القياسي للاسعار ياخذ بالصيغة

$$P.I = \frac{\sum P_i}{\sum P_0} \times 100\ \%$$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اعداد: م.م.صارم حازم هادي

مثال / الجدول الاتي يبين سعر بعض السلع في سنتي 1969 , 1993 المطلوب ايجاد الرقم القياسي البسيط للاسعار لسنة 1993 علما بان سنة الاساس هي 1969

السلعة	السعر	
	1969	1993
قمح	600	4000
سكر	30	70
لحم	32	320
مجموع	662	4390

الحل /

$$P.I = \frac{\sum P_i}{\sum P_0} \times 100 = \frac{4390}{662} \times 100\% = 663\%$$

ثانيا: الارقام القياسية المرجحة

ان ما يعيب الارقام القياسية البسيطة كونها تعطي اهمية متساوية للسلع المختلفة لدى استخراج ارقامها القياسية. اي انها تعطي صورة غير دقيقة للتغيرات الحاصلة في مستويات الاسعار او الكميات وغيرها.

لذلك نلجأ الى استخدام الارقام القياسية المرجحة اي التي تعطي لكل سلعة الوزن الحقيقي الخاص بأهميتها وذلك من خلال ترجيح الاسعار وحيث يوجد لدينا نوعية من الاسعار اسعار سنة الاساس واسعار سنة المقارنة كذلك نوعين من الكميات كميات سنة الاساس وكميات سنة المقارنة لذلك يمكن ان نحصل على ثلاثة انواع من الارقام القياسية المرجحة تعرف بأسماء العلماء الذين توصلوا اليها وهي :

1- رقم لاسبير Laspeyers Index

2- رقم باش Paasche

3- رقم فيشر Fisher (الامثل)

- اولاً: رقم لاسبير /

يعتمد على الترجيح بكميات سنة الاساس

$$\text{رقم لاسبير} = \frac{\text{مجموع اسعار سنة المقارنة} \times \text{كميات سنة الاساس}}{\text{مجموع اسعار سنة الاساس} \times \text{كميات سنة الاساس}} \times 100$$

$$\text{اي ان} \qquad P.I(Las.) = \frac{\sum P_i q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100\%$$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اعداد: م.م.صارم حازم هادي

مثال(1) / الجدول الاتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 1939 , 1957 ، المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للأسعار في سنة 1957 باعتبار ان سنة 1939 هي سنة الاساس بطريقة لاسبير

السلعة	السعر		الكمية	
	1939	1957	1939	1957
قمح	2	4	18	24
باقلاء	4	9	6	12
ذرة	1	3	20	32
رز	1	3	250	400

الحل /

نضرب اسعار سنة المقارنة * كميات سنة الاساس ثم نجمع حاصل الضرب

نضرب أسعار سنة الأساس * كميات سنة الأساس ثم نجمع حاصل الضرب

$P_0(1939) \times q_0(1957)$	$P_i(1939) \times q_0(1957)$
$2 \times 18 = 36$	$4 \times 18 = 72$
$4 \times 6 = 24$	$9 \times 6 = 54$
$1 \times 20 = 20$	$3 \times 20 = 60$
$1 \times 250 = 250$	$3 \times 250 = 750$
330	936

$$P.I(Las.) = \frac{\sum P_i q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100\% = \frac{936}{330} \times 100\% = 284\%$$

ثانيا / رقم باش

$$\text{الرقم القياسي لباش} = \frac{\text{مجموع اسعار سنة المقارنة} \times \text{كميات سنة المقارنة}}{\text{مجموع اسعار سنة الاساس} \times \text{كميات سنة المقارنة}} \times 100\%$$

اي ان $$P.I(Paa.) = \frac{\sum P_i q_i}{\sum P_0 q_i} \times 100\%$$

- وبنفس **مثال (1)** المطلوب ايجاد الرقم القياسي بطريقة باش

Sarim H. Hadi

الحل /

$P_i(1939) \times q_i(1957)$	$P_0(1939) \times q_i(1957)$
$4 \times 24 = 96$	$24 \times 2 = 48$
$12 \times 9 = 108$	$12 \times 4 = 48$
$32 \times 3 = 96$	$32 \times 1 = 32$
$400 \times 3 = 1200$	$400 \times 1 = 400$
1500	528

$$P.I(Paa.) = \frac{\sum P_i q_i}{\sum P_0 q_i} \times 100\% = \frac{1500}{528} \times 100\% = 284\%$$

ثالثا/ رقم فيشر (الرقم القياسي الامثل)

ويسمى بمعادلة فيشر وبموجب هذه المعادلة يمكن احتساب الرقم القياسي للاسعار من الجذر التربيعي لحاصل ضرب الناتج من معادلة باش * الرقم القياسي الناتج من معادلة لاسبير

$$P.I(Fis.) = \sqrt{\left(\frac{\sum P_i q_0}{\sum P_0 q_0}\right)\left(\frac{\sum P_i q_i}{\sum P_0 q_i}\right)} \times 100\%$$

وبالرجوع الى نفس مثال (1) للاسبير وباش نجد ان , المطلوب ايجاد الرقم القياسي بطريقة فيشر

$$P.I(Fis.) = \sqrt{\left(\frac{936}{330}\right)\left(\frac{1500}{528}\right)} \times 100\% = \sqrt{2.84 + 2.84} \times 100\% = 284\%$$

Sarim H. Hadi

جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اعداد: م.م.صارم حازم هادي

اختبار Z,T حول المتوسطات

اختبار Z ,T حول المتوسطات هي اول مراحل الاستدلال الاحصائي حيث يتم الحكم على مصداقية افتراضات الباحث حول قيمة المعالم الحقيقية للمجتمع، ويتم في عملية اختبار الفرضيات استخدام البيانات الاحصائية كأداة لإثبات صحة او عدم صحة افتراضات الباحث وسيتم خلال هذا الباب اختبار فرضيات حول متوسطات المجتمع.

الفرضية الاحصائية : هي عبارة عن تخمين او تأكيد عن التوزيعات التي تحتوي على متغير عشوائي او اكثر واذا كانت الفرضية الاحصائية تصف او تعين التوزيع بأكمله فأننا نطلق عليها فرضية بسيطة وبالعكس فأننا نطلق عليها الفرضية المركبة وبعبارة اخرى ان الفرضية الاحصائية عبارة عن تصريح او ادعاء (قد يكون صادق او كاذب) حول قيم معلمة او عدة معلمات التي يحتويها التوزيع الاحصائي للمتغيرات العشوائية وعادة ناخذ عينة عشوائية من توزيع المجتمع ذات العلاقة ومن ثم نقوم بجمع المعلومات للوصول الى قرار قبول او رفض الفرضية الاحصائية .

ملاحظة : ان قبول الفرضية الاحصائية لا يعني بالضرورة ان تكون صحيحة دائما وانما عدم وجود ادلة كافية لرفضها, اما اذا رفضنا الفرضية بناء على المعلومات الموجودة في بيانات العينة فأن ذلك يعني انها خاطئة لذلك فان الاحصائي او الباحث يحاول دائما ان يضع الفرضية يامل ان يرفضها فمثلا اذا اراد الباحث ان يقارن بين متانة نوعين من السيارات فانه يضع الفرضية بانه لا يوجد فرق جوهري بين النوعين ان الفرضية التي يضعها الباحث على امل ان يرفضها تسمى بالفرضية الفارغة او فرضية العدم ويرمز لها بالرمز H_0 ورفضنا بالفرضية الفارغة يقودنا الى قبول فرضية اخرى تسمى بالفرضية البديلة ويرمز لها بالرمز H_1 فعلى سبيل المثال فان الباحث قد يفترض ان متوسط وزن السيارة الامريكية يختلف عن 3000 رطل وفي هذه الحالة يتم تكوين فرضية العدم (H_0) بان متوسط وزن السيارات الامريكية هو 3000 رطل وتكون الفرضية البديلة (H_1) هو ان متوسط وزن السيارات الامريكية يختلف عن 3000 رطل . وتتم صياغة الفرضية رياضيا على النحو التالي:

$$H_0: \mathcal{M} = 3000$$

$$H_1: \mathcal{M} \neq 3000$$

ولاختبار هذه الفرضية، يتم استخدام توزيع T لهذا الغرض، حيث يتم حساب القيمة التالية

$$t_v = \frac{\bar{X} - \mathcal{M}_0}{S/\sqrt{n}}$$

حيث $\mathcal{M}_0$ هي القيمة المفترضة من قبل الباحث , S هو الانحراف المعياري للمتغير $v = n - 1$ درجات الحرية ل T , n هي عدد المشاهدات

Sarim H. Hadi