جامعة البصرة
كلية الادارة والاقتصاد
قسم العلوم المالية والمصرفية

الرياضيات المالية

د . طالب هاشم

النصف الاول 2017 - 2018

اعداد : ابراهيم محمد حمودي

مواضيع المنهج :

1 الفائدة البسيطة
2 قانون الجملة الفائدة البسيطة
3 انواع الفائدة البسيطة
4 قانون الدفعات الدورية المتساوية
5 قانون جملة الدفعات الدورية المتساوية
6 طرق تسديد القروض قصيرة الاجل
7 خصم الديون
8 تسوية الديون
9 الفائدة المركبة

الفائدة البسيطة

تعريف: العائد متفق عليه يحصله المستثمر نتيجة استخدام امواله خلال مدة زمنية معينة
الفائدة البسيطة تتعلق بالأصل القصير (1-5) سنوات وتحتاج الى قاعدة رياضية بسيطة
الفائدة المركبة تتعلق بالأصل الطويل وتحتاج الى لوغاريتم

عائد = مبلغ يحصل عليه المستثمر
متفق عليه = معدل من المبلغ القرض
اموال المستثمر = مبلغ القرض
مدة زمنية =مدة القرض(استخدام المال)

- عناصر الفائدة البسيطة :

1) اصل المبلغ : ان اصل المبلغ يمكن ان يكون على شكل وديعة او قرض , اما العلاقة بين اصل المبلغ والفائدة البسيطة فهي علاقة طردية
2) سعر الفائدة : معدل من المبلغ المستثمر يتم الاتفاق عليه بين طرفي الاستثمار وعادة يكون سنة واحدة اما العلاقة بين الفائدة البسيطة وسعر الفائدة علاقة طردية
3) المدة الزمنية : مدة الوديعة في المصرف او مدة او الدين الزمنية يمكن ان تتكون طويلة تمتد الى اكثر من سنة او قد تكون قصيرة لا تتجاوز السنة عدة اشهر او ايام اما العلاقة بين المدة الزمنية والفائدة البسيطة فهي علاقة طردية

قانون الفائدة البسيطة

ف	=	م	x	غ	x	ن
مبلغ الفائدة البسيطة	=	المبلغ المستثمر	x	نسبة الفائدة	x	المدة الزمنية

- نسبة الفائدة يجب ان يكون مقسوم على 100
- المدة يجب ان تكون بالسنين واذا ذكر بالسؤال المدة بالأشهر يقسم عل 12
- المهم ان تتطابق الوحدات الزمنية (سنة / شهر) في نسبة الفائدة والمدة الزمنية

مثال: اودع شخص مبلغ لدى مصرف الرشيد الذي يعتمد سعر فائدة بمعدل 6% سنويا فما هي الفائدة التي ذلك فما هي الفائدة التي المتحققة بعد 3 سنوات

الحل نطبق قاعدة الفائدة البسيطة ف = م X ع X ن

I

مثال : ما هو سعر الفائدة المعتمد لدى مصرف الرشيد اذا علمت انه منح شخص ما فائدة مقدارها ID(1350) وذلك بعد سنتين و خمسة اشهر من ايداع مبلغ (9000) ID

الحل ∵ ن = 24 + 5 = 29 ∵ ف = م X ع X ن 6

مثال: متى يحصل شخص على فائدة تعادل ربع المبلغ المودع من قبله في مصرف الرافدين اذا ما كان سعر الفائدة المعتمد في المصرف هو5%

الحل

ف = م X ع X ن ن

ن = 5 سنوات

مثال/ مبلغان الفرق بينهما ID 2000 اودع الاول لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 4% سنويا و اودع الثاني لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة 6% و الفائدة التي حققها المبلغ الاول تزيد عن الفائدة التي استحقها المبلغ الثاني بمقدار ID 80 فما هو مقدار المبلغين

الحل / م1 - م2 = 2000 ⟸ م1 = 2000 + م2 .....①

ف 1= 80 + ف 2 ⟸ ف1 - ف2 = 80 .....②

= م1 Xغ1Xن1- م2 X2 غ2 X2 ن2 = 80

= (2000 + م2) X (5X(100/4) – (4X(100/6)X م2) ⟸ 80 = 0,24م2 – 0,20م2 + (20 X 2000/100) = 80

= 0,04م2 - 400 = 80 ⟸ 0,04م2 = 80 + 400 ⟸ 0,04م2 = (100X480) /4 ⟸ م2 = ID 12000

م1 = م2 – 2000 = 12000 – 2000 ⟸ م1 = ID 10000

مثال : استثمر شخص مبلغين في بنك الرافدين وبمعدل فائدة مشترك فبلغت الفوائد الكلية على المبلغين 156 ID فإذا علمت إن فائدة المبلغ الثاني والذي يساوي 1200 ID تزيد عن فائدة المبلغ بمقدار 60 ID علما إن المبلغ الأول استثمر لمدة 6 أشهر والمبلغ الثاني استثمر لمدة 9 أشهر فما هو مقدار المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟

الحل $ف_1 + ف_2 = 156 \ldots ①$ $ف_2 = 60 + ف_1 \ldots ②$

نعوض معادلة② في① $ف_1 + 60 + ف_1 = 156 \Leftarrow 2ف_1 = 156-60 = 96 \Leftarrow ف_1 = 96\2 = \underline{48}$ ∴ $ف_2 = 60 + 48 = \underline{108}$

∵المبلغ الثاني معلوم ∴يمكن استخراج معدل الفائدة المشترك $م_2 غ_2 ن_2 = 108 \Leftarrow 1200 غ\100 \times 9\12 = 108$ ∴ $غ = 108\9 = 12\underline{12}$

∵معلوم معدل الفائدة المشترك ∴يمكن استخراج المبلغ الاول $م_1 غ_1 ن_1 = 48 \Leftarrow م_1 غ\100 \times 12\6 = 48$ ∴ $م_1 = 4800\6 = \underline{800}$

مثال / استثمر شخص مبلغ 3500 ID بمعدل فائدة معين ولمدة سنتين فيما استثمر مبلغ 2400 ID بزيادة على معدل فائدة الاول مقدار 1% لمدة 3.5 سنوات فكانت الفائدة المتحققة من المبلغ الاول تقل عن الفائدة المتحققة عن المبلغ الثاني بمقدار 168 ID فما هو معدل استثمار كل من المبلغين ؟

الحل $ع_2 = ع_1 + 1$ $ف_2 = ف_1 + 168$

$2400 * ((ع_1+1)\100) * (3.5) - 3500 * (ع_1\100) * (2) = 168 \Leftarrow 84ع_1 + 84 - 70ع_1 = 168$

$84ع_1 - 70ع_1 = 168 - 84 \Leftarrow 14ع_1 = 84 \Leftarrow ع_1 = 84 \setminus 14 = \underline{6}$, $ع_2 = ع_1 + 1 = 6 + 1 = \underline{7}$

مثال / استثمر شخص مبلغين مختلفين لمدة سنة كاملة استثمر المبلغ الاول بمعدل 6%سنويا واستثمر المبلغ الثاني بمعدل 8% فبلغ دخله السنوي من المبلغين 144 ID ولو انه استثمر المبلغ الاول بمعدل المبلغ الثاني واستثمر المبلغ الثاني بمعدل المبلغ الاول لنقص دخله 8 ID فما هما المبلغين ؟

الحل / الدخل في الحالة الاولى $ف_1 + ف_2 = 144$

$م_1 ع_1 ن_1 + م_2 ع_2 ن_2 = 144$

$0.06م_1 + 0.08م_2 = 144 \ldots ①$

وبعد نقصان الدخل 8 ID يصبح :

الدخل في الحالة الثانية $ف_1 + ف_2 = 136$

$م_1 ع_1 ن_1 + م_2 ع_2 ن_2 = 136$

$0.08م_1 + 0.06م_2 = 136 \ldots ②$

ومن اجل ان يتوحد $م_1$ او $م_2$ نبحث عن رقمين نضرب كل منهما في طرفي المعادلتين

نضرب 3 بطرفي المعادلة .....① $0.18م_1 + 0.24م_2 = 432$

نضرب 4 بطرفي المعادلة .....② $0.32م_1 + 0.24م_2 = 544$

$0.24م_2 = 432 - 0.18م_1 \ldots ③$

$0.24م_2 = 544 - 0.32م_1 \ldots ④$

وعند تساوي المعادلتين ③ و ④ بالطرف ($0.24م_2$)

$0.18-432م_1 = 0.32-544م_1$

$0.14م_1 = 112 \Leftarrow م_1 = \underline{800}$ ID المبلغ الاول

و بالتعويض في اي من المعادلات السابقة ولتكن ④ نستخرج $م_2$

$0.24م_2 = 544 - 0.32 \times 800$

$م_2 = 0.24\288 \Leftarrow م_2 = \underline{1200}$ ID المبلغ الثاني

مثال : استثمر شخص مبلغ اودع ربعه لدى مصرف يعتمد معدل فائدة 6 % ولمدة ثلاثة اشهر فيما استثمر الباقي بمعدل فائدة 9% لمدة ستة اشهر وكانت الفوائد المتحققة في نهاية المدة تساوي 150 ID فما ذلك المبلغ

الحل ∵ ف = م X ع X ن و تم تقسيم المبلغ الى قسمين ربع وثلاثة ارباع ومجموع فوائدهما 150

∴ $(م\4) X ع X ن + (3م\4) X ع X ن = 150 \Leftarrow (م\4) X (100\6) X (12\3) + (3م\4) X (100\9) X (12\6) = 150$

$3م\800 + 27م\800 = 150 \Leftarrow 30م\800 = 150 \Leftarrow 30م\800 = 150 \Leftarrow م = \underline{4000}$

قانون الجملة (الرصيد)

الجملة : عبارة عن اصل المبلغ المستثمر مضافا اليه الفائدة المستحقة (الفائدة البسيطة)

الصيغ المباشرة ج = م + ف

الجملة = المبلغ المستثمر + الفائدةالبسيطة

الصيغ غير المباشرة : ∵ ف = م X ع X ن

ج = م [1+ (ع X ن)]

الجملة = المبلغ المستثمر[1+ (سعر الفائدة X المدة)]

ونستنتج

$$م = \frac{ج}{ع}$$

$$ع = \frac{ج}{م}$$

$$ن = \frac{ج}{م}$$

مثال / اودع شخص مبلغ 4000 ID في احد المصارف لمدة 18 شهر بمعدل 8.5% اوجد جملة المستحق للمبلغ المستثمر لذلك الشخص في نهاية المدة

الحل /

- **بالصيغة المباشرة**

∵ ف = م X ع X ن

∴ف = 4000 X 85\100 X 18\12 = 510 ID

∴ ج = م + ف = 4000 + 510 = 4510 ID

- **بالصيغة غير المباشرة**

∵ ج = م [1 +(ع X ن)]

∴ج = 4000 [1+ 85\100 X 18\12] = 4510 ID

مثال / ماهي المدة الزمنية التي اودع فيها شخص مبلغ من3000 ID بمعدل فائدة 6% سنويا ليكون رصيده في نهاية المدة يساوي 3100 ID

الحل : ن = $\frac{ف}{م}$ = 0.55 ن = $\frac{3}{1}$

ن = 0.55 X 12 = 6.6 ≈ 7 اشهر

مثال / اودع شخص مبلغ 8000 ID في احدى البنوك وفي نهاية 15 شهر من الايداع وجد ان رصيده في البنك 9050 ID , اوجد معدل الفائدة الذي يحسب البنك على اساسه الفوائد ؟

الحل /

ع = $\frac{ف}{م}$ = ع = 10.5%

مثال / اودع شخص مبلغ 8000 ID في احدى البنوك و بعد مدة معينة وجد ان رصيده في البنك اصبح 9050 ID , فاذا علمت ان البنك يحسب الفوائد بمعدل 10.5% , المطلوب تحديد مدة الاستثمار هذا المبلغ؟

الحل ن = $\frac{ف}{م}$ ن = $\frac{1}{ع}$

ن = $\frac{1}{ع}$ = $\frac{1}{0.84}$ = 1.25 سنة ن = 1.25 X 12 = 15 شهر

ملاحظة : ① اذا ذكر في الامثلة المطلوب الدخل فيعني مبلغ الفائدة واذا ذكر الرصيد فيعني الجملة المبلغ المستحق

② تعتمد في الحلول العلاقة بين الفائدتين اولا

مثال : مبلغان متساويان اودع الاول ما بين 25\3\1998 و 6\6\1998 بمعدل فائدة 9% , فيما اودع الثاني لمدة خمسة اشهر بمعدل فائدة 6% وكان رصيد المستثمر في نهاية المدة ID 6500 فما هو مقدار المبلغين

الحل : اورد كلمة الرصيد اذن نستخدم قانون الجملة وكانت المعلومات

ج = م (1+ ع * ن)

وكان المبلغان متساويان $م_1 = م_2 = م$ وكانت مجموع رصيدي المبلغين والفائدة هو $ج_1 + ج_2 = 6500$

نحسب زمن المبلغ الاول	25\3\1998	--\4\1998	--\5\1998	6\6\1998	التقويم		
المحسوبة من اذار (31 يوم)	6	30	31	6	هي المحسوبة من حزيران	73 يوم	المجموع

$6500 = م (1+ ع_1 * ن_1) + م (1+ ع_2 * ن_2) \Longleftarrow 6500 = م (1+ 9\100 * 73\12*30) + م (1+ 6\100 * 5\12)$

$6500 = 2م + م(9\100 * 73\12*30) + م(6\100 * 5\12)) \Longleftarrow 6500 = 2م + 0.018م + 0.025 م$

$م = 6500 \backslash 2.043 \approx \underline{3181.5}$

للتحقيق $م(1+9\100*73\12*30) + م(1+6\100*5\12) = 3181.5(1+ 0.018) +3181.5(1+0.025) \approx 6500$

- **توضيح :**

ان المدة الزمنية لعمليات الايداع و السحب وقطع الاوراق التجارية قد تكون بالأيام وهنا ينقسم الزمن الى نوعين :

1) الزمن القياسي : وهو ذلك الزمن الذي فيه عدد ايام كل شهور السنة تساوي 30 يوما

2) الزمن الفعلي : وهو ذلك الزمن الذي يميز بين عدد ايام شهور السنة ما بين (30,31,28,29) يوم عليه يجب اعتبار الجدول التالي الذي يبين عدد ايام كل شهر من شهور السنة وعلى النحو التالي

#	الشهر	عدد الايام
1	كانون الثاني	31
2	شباط	29 – 28
3	اذار	31
4	نيسان	30
5	ايار	31
6	حزيران	30
7	تموز	31
8	اب	31
9	ايلول	30
10	تشرين الاول	31
11	تشرين الثاني	30
12	كانون الاول	31

- **السنة الكبيسة : وهي تلك السنة التي يكون فيها عدد ايام شهر شباط 29 يوما كذلك السنة الكبيسة من مضاعفات (4) اي التي تقبل القسمة عليه بدون باقي وبالتالي فان عدد ايام السنة الكبيسة (366) يوما**
- **السنة البسيطة (السنة العادية) : وهي تلك السنة التي يكون فيها عدد ايام شهر شباط 28 يوما لا تقبل القسمة على(4) وتحتوي النتيجة على باقي وبالتالي فان عدد ايام السنة الكبيسة (365) يوما**

اذا كان الزمن من 1/1/2000 الى 1/5/2000 فان ذلك الفترة تضم شهر شباط والسنة كبيسة الايام (29)

اذا كان الزمن من 1/3/2000 الى 1/5/2000 فان ذلك لا يضم شهر شباط والسنة كبيسة فيعامل معاملة واحدة مع السنة البسيطة في حساب المدة الزمنية

- **الازمان و انواع الفائدة البسيطة :**

الزمن القياسي : الشهر القياسي (30) يوم والسنة القياسية (360) يوم والفائدة البسيطة القياسية تستعمل الزمن القياسي بالنسبة الى السنة القياسية

الزمن (الصحيح) الفعلي : الشهر (الصحيح)الفعلي (30,31,28,29) يوم والسنة (الصحيحة) الفعلية (للسنة البسيطة 365 او للسنة الكبيسة 366) والفائدة البسيطة الصحيحة تستعمل الزمن الصحيح بالنسبة الى السنة الصحيحة

اما الاشكال فهو في الفائدة البسيطة التجارية فهي تستعمل الزمن الصحيح (الفعلي) بالنسبة الى السنة القياسية

الفائدة البسيطة القياسية والتجارية والصحيحة

نوع الفائدة	التعريف : هي الفائدة التي تعتمد على ايام	القاعدة
القياسية	الزمن القياسي للاستثمار مقسوما على سنة قياسية 360 يوما	الفائدة القياسية = المبلغ x معدل الفائدة x الزمن القياسي / 360 (سنة قياسية) ف ق = م x x
التجارية	الزمن الفعلي للاستثمار مقسوما على سنة قياسية 360 يوما	الفائدة التجارية = المبلغ x معدل الفائدة x ف ت = م x x
الصحيحة	الزمن الفعلي للاستثمار مقسوما على سنة فعلية 365 او 366 يوما	الفائدة الصحيحة = المبلغ x معدل الفائدة x ف ص = م x x

- الزمن القياسي : الذي يعتمد الشهر 30 يوم
- الزمن الفعلي : الذي يعتمد ايام شهور الستة العادية (30, 31,28,29) يوما

مثال / اودع شخص في 10 كانون الثاني 1997 مبلغ من المال في احد البنوك ثم قام بسحب ماله في 23 تموز من نفس السنة , احسب المدة الزمنية الفعلية والقياسية التب تحسب على اساسها الفائدة

الحل

	ايام الشهور	1	2	3	4	5	6	7	المجموع
الفائدة / الزمن	الزمن القياسي للشهر	30	30	30	30	30	30	30	
	بداية ونهاية الفترة	-10						23	
	حاصل الزمن القياسي	20	30	30	30	30	30	23	193
	لوجود شهر شباط وجب التأكد من 1997 بالتقسيم على 4 وظهر مع باقي لذا فإنها سنة عادية								
	الزمن الفعلي للشهر	31	28	31	30	31	30	31	
	التجارية , الصحيحة	-10						23	
	حاصل الزمن الفعلي	21	28	31	30	31	30	23	194

مثال / ماهي الفائدة القياسية والتجارية والصحيحة لمبلغ مقداره 15000 ID اذا ما استثمر بمعدل فائدة 9% سنويا للمدة من 2010/1/7 وحتى نهاية الشهر تشرين الاول ؟

في بداية الفترة يتم طرح فترة التاريخ السابق ليدخل المتبقي من الشهر في حساب الزمن

الحل

	ايام الشهور	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
الفائدة / الزمن	الزمن القياسي للشهر	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	
	بداية ونهاية الفترة	- 7									30	
	حاصل الزمن القياسي	23	30	30	30	30	30	30	30	30	30	293
	لوجود شهر شباط وجب التأكد من 2010 بالتقسيم على 4 وظهر مع باقي لذا فانها سنة عادية											
	الزمن الفعلي للشهر	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	
	التجارية , الصحيحة	- 7									31	
	حاصل الزمن الفعلي	24	28	31	30	31	30	31	31	30	31	297

ف ق = م x.	x	ف ق = م x. x.	≈ 1099
ف ت = م x.	x	ف ت = م x. x	≈ 1114
ف ص = م x.	x.	ف ص = م x. x	≈ 1098

- سميت فائدة تجارية لأنها الاعلى قيمة وتكون الفائدة الصحيحة والقياسية متقاربة من بعضهما بالقيمة واقل من التجارية

الفرق بين الفائدة التجارية (ف ت) والفائدة الصحيحة (ف ص)

يمكن استخراجها من الصيغتين التالية : مع ضرورة ان تكون الفائدة التجارية مطروحة منها الصحيحة لأنها الاعلى

ف ت – ف ص= $\frac{\text{ف ص}}{72}$ .....① مقام الفائدة الصحيحة هو دائما 72

ف ت – ف ص = $\frac{\text{ف ت}}{73}$ .....② مقام الفائدة التجارية هو دائما 73

ف ت – ف ص = $\frac{\text{ف ص}}{72}$ = $\frac{\text{ف ت}}{73}$

وبعد مقابلة و تبسيط الصيغتين اعلاه يمكن استخراج $\frac{\text{ف ص}}{72} = \frac{\text{ف ت}}{73}$ او $\frac{\text{ف ص}}{72} - \frac{\text{ف ت}}{73} = 0$

- العلاقة بين الفائدة التجارية (ف ت) والفائدة الصحيحة (ف ص)

ف ت= $\frac{73*\text{ف ص}}{72}$ .....③

ف ص= $\frac{72*\text{ف ت}}{73}$ .....④

و تستعمل الصيغ الاربع في ايجاد الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة عند توفر المعلومات اللازمة

مثال : اذا كانت الفائدة التجارية للمبلغ المستثمر هي 22 ID فما هي الفائدة الصحيحة المقابلة لها

∵ ف ص = $\frac{72*\text{ف ت}}{73}$ = ∴ ف ص = $\frac{22*72}{73}$ = $\frac{22*72}{73}$ = $\frac{1584}{73}$ = **21.69**

مثال : اودع شخص مبلغ 5000 ID في مصرف الرافدين لمدة 180 يوم وبمعدل 8%

فما هي الفائدتين التجارية والصحيحة

∵ ف ص = م * ن * ∴ ف ص = 5000 * $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{4}$ = 197.26 ID

∵ ف ت = ف ص ∴ ف ت = $\frac{1}{4}$ = 200 ID

مثال :ما هو الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة لمبلغ 8500ID اودع لدى مصرف يمنح فائدة بمعدل 8.5% وذلك للمدة من 1990/2/9 لغاية 1990/9/20

اولا حساب المدة الزمنية (ن) بالنسبة للفائدة الصحيحة ولان شباط واقع ضمن المدة نقوم بالاتي :

معرفة هل ان السنة كبيسة او بسيطة بالتقسيم على 4 = 497.5 اذن السنة بسيطة

الشهر 2 3 4 5 6 7 8 9

المدة الزمنية = 28-9=19 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 20 = **223**

∵ ف ص = م * ن * ∴ ف ص = 8500 * $\frac{\quad}{\quad}$ * $\frac{\quad}{\quad}$ = 441.41 ID ≈ 442

∵ ف ت = ف ص ∴ ف ت = $\frac{4}{4}$ = 448 ID

ف ت – ف ص =448 – 442 = 6 ID

او استخدام الصيغة المباشرة ف ت – ف ص= $\frac{\text{ف ص}}{72}$ ⟸ $\frac{442}{72}$ = 6.2ID ≈ 6

او يمكن البدء باستخراج الفائدة التجارية

∵ ف ت = م * ن * ∴ ف ص = 8500 * $\frac{\quad}{\quad}$ * $\frac{\quad}{\quad}$ = 447.549 ID ≈ 448

∵ ف ص = ف ت ∴ ف ص = $\frac{4}{4}$ = 442ID

ف ت – فص =448 – 442 = 6 ID

او استخدام الصيغة المباشرة ف ت – ف ص = $\frac{\text{ف ت}}{73}$ = $\frac{448}{72}$ ≈ 6 6.2ID

مثال : اذا كان لديك الفرق بين الفائدتين الصحيحة والتجارية هي 3 ID لمبلغ مقداره 5475 IDاوجد قيمة كل من الفائدتين ومدة الاستثمار اذا كان معدل الفائدة 12%

الحل : استخدام اي من الصيغتين

$$\text{ف ت – ف ص} = \frac{\text{ف ص}}{72}$$

$$\text{ف ت – ف ص} = \frac{\text{ف ت}}{73}$$

استخراج الفائدة اولا

ف ت – ف ص = ف ص / 72 ⟸ ف ص = (ف ت – ف ص) *72 = 3 * 72 = 216

ف ت – ف ص = ف ت / 73 ⟸ ف ص = (ف ت – ف ص) *73 = 3*73 = 219

استخراج عناصر الفائدة ثانيا

∵ ف ص = م * ن * 5475 ∴ 216 = 5475 * ن * 120 يوم = ن ⟸

او ∵ ف ت = م * ن * 5475 ∴ 219 = 5475 * ن * 120 يوم = ن ⟸

مثال : اودع شخص مبلغ 10,000 بمعدل فائدة 12% وذلك في 1998/3/6 وفي تاريخ معين كان الفرق بين الفائدتين الصحيحة والتجارية هي 10 ID فما هو التاريخ :

الحل :

استخدام اي من الصيغتين

$$\text{ف ت – ف ص} = \frac{\text{ف ص}}{72}$$

$$\text{ف ت – ف ص} = \frac{\text{ف ت}}{73}$$

ف ت – ف ص = ف ص / 72 ⟸ ف ص = (ف ت – ف ص) x 72 ⟸ 10 x 72 = 720

ف ت – ف ص = ف ت / 73 ⟸ ف ص = (ف ت – ف ص) x 73 ⟸ 10 x 73 = 730

∵ ف ص = م * ن ∴ 720 = 10000 x ن x ⟸ ن = 219يوم

او ∵ ف ت = م * ن ∴ 730 = 10000 x ن x ⟸ ن = 219يوم

تقسم 219 يوم على عدد ايام الاشهر لاستخراج التاريخ والذي يظهر في 1998/10/11 في ادناه

المجموع	1998/10/11	1998/9/6	1998/8/6	1998/7/6	1998/6/6	1998/5/6	1998/4/6	1998/3/6
219	5	31	30	31	30	31	30	31 -----

مثال / اودع شخص مبلغين في مصرف لمدة سنة وبمعدل فائدة مشترك فبلغت الفائدة الكلية على المبلغين 200 ID فاذا علمت ان الفائدة المبلغ الثاني الذي يساوي 1200 تزيد عن فائدة المبلغ الاول بمقدار 40 ID فما هو اصل المبلغ الاول وما معدل الفائدة :

الحل / ∵ $ف_2 = ف_1 + 40$ و ∵ $ف_1 + ف_2 = 200$

∴ $ف_1 + (ف_1 + 40) = 200 \Longleftarrow 2ف_1 = 160 \Longleftarrow ف_1 = \underline{80}$, ∴ $ف_2 = ف_1 + 40 \Longleftarrow ف_2 = \underline{\underline{120}}$

∴ $ف_2 = م_2 \times ع \backslash 100 \times ن \Longleftarrow 120 = 1200 \times ع \backslash 100 \times 1 \Longleftarrow ع = 10\%$

∴ $ف_1 = م_1 \times 10 \backslash 100 \times ن \Longleftarrow 80 = م_1 \times 10 \backslash 100 \times 1 \Longleftarrow م_1 = 800$ ID

الدفعات الدورية المتساوية (الاقساط)

- التعريف : هي مبالغ تدفع او تسلم دوريا بمقادير متساوية وبمعدل فائدة ثابت
- خصائص (صفات) الدفعات الدورية المتساوية :

1) الدورية : مدد زمنية متساوية بين كل مبلغ واخر
2) متساوية : بالمقادير
3) معدل فائدة واحد : تخضع جميع الدفعات له

قانون الدفعات الدورية المتساوية

$$\text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ن}}{12}$$

م	ع/100	د/2	ن/12
المبلغ المستثمر (القسط)	معدل الفائدة مقسوم على 100	المدة بين دفعة واخرى مقسومة على 2	مدة الدفعات(فترة الاستثمار) مقسوم على 12

$\text{ن} = \text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}$

- ملاحظة قانون الدفعات الدورية المتساوية مشتق من قانون الفائدة البسيطة الا ان الفائدة البسيطة تحسب المبلغ كدفعة واحدة اما الدفعات الدورية المتساوية فيتقسم المبلغ دفعا او استلاما على مدد زمنية متساوية

القانون	#	العنصر	تعريفه		رمزه
$\text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}}{12}$	#	الدفعات الدورية المتساوية = مجموع الكلي لفوائد الاقساط			فد
	1	مبلغ الدفعة	المبلغ المستثمر (القسط) الذي يدفع او يستلم كل مدد زمنية متساوية		م
	2	معدل الفائدة	المعدل السنوي الذي تخضع له جميع الدفعات		ع
	3	مدة الدفعة	المدة الثابتة بين الدفعة والاخرى(في بداية كل...شهر), (في نهاية كل..شهر)		ن*
	4	مدة الدفعات	المدة المحصورة بين بداية الدفعة الاولى ونهاية الدفعة الاخيرةاي فترة استثمار المبلغ (لمدة....)	بداية الدفعة الاولى	ن_1
		$\text{ن}=\text{ن}_1+\text{ن}_\text{د}$		نهاية الدفعة الاخيرة	$\text{ن}_\text{د}$
		عدد الدفعات	$= \frac{\text{مدة الدفعات كاملة}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}}$, د $= \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} = \frac{\text{ن}_1+\text{ن}_\text{د}}{\text{ن}^*}$		د

انواع الدفعات

#	النوع	تاريخ دفعها	تعتمد في عمليات	تتميز		
1	الفورية	في بداية مدةالدفعة	الايداع دفع اقساط التامين	1	مدة الدفعة الاولى = مدة الدفعات كاملة	$\text{ن}_1 = \text{ن}$
				2	مدة الدفعة الاخيرة = مدة الدفعة الواحدة	$\text{ن}_\text{د} = \text{ن}^*$
2	العادية	في نهايةمدةالدفعة	سداد القروض	1	مدة الدفعة الاولى = مدة الدفعات كاملة - مدة الدفعة الواحدة	$\text{ن}_1 = \text{ن} - \text{ن}^*$
				2	مدة الدفعة الاخيرة = صفر (لأنه هي نهاية المدة و ليس بعدها نهاية)	$\text{ن}_\text{د} = 0$

- نستنتج من ذلك :

1	$\text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{ن}}{\text{ن}^* \times 2} \times \frac{\text{ن} + \text{ن}^*}{12}$	قانون الدفعات الدورية المتساوية الخاص بالدفعات الفورية (دفعات الاستثمار)\(قانون الدفعات الدورية المتساوية الفورية)	لأنه في بداية كل شهر تضاف دفعة الى مدة الدفعات
2	$\text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{ن}}{\text{ن}^* \times 2} \times \frac{\text{ن} - \text{ن}^*}{12}$	قانون الدفعات الدورية المتساوية الخاص بالدفعات العادية (دفعات السداد)\((قانون الدفعات الدورية المتساوية العادية)	لأنه في نهاية كل شهر تطرح دفعة من مدة الدفعات

- مثال على الدفعة الفورية : مبلغ 400 دينار يدفع في بداية كل شهرين بفائدة 5% لمدة ثمان اشهر(سيحصل على اربع فوائد)

المبلغ 400/4=100	100	100	100	100
الفائدة ثابتة	%5	%5	%5	%5
عدد الدفعات =8/2=4	الدفعة الاولى الشهرين(2,1)	الدفعة الثانية الشهرين(4,3)	الدفعة الثالثة الشهرين(6,5)	الدفعة الرابعة الشهرين(8,7)

- مثال على الدفعة العادية : مبلغ 400 دينار يسدد في نهاية كل شهرين بفائدة 5% لمدة ثمان اشهر (سيحصل على ثلاثة فوائد)

المبلغ 400/4=100	100	100	100	100
الفائدة ثابتة	-	%5	%5	%5
عدد الدفعات =8/2=4	الدفعة الاولى الشهرين(1,2)	الدفعة الثانية الشهرين(4,3)	الدفعة الثالثة الشهرين(6,5)	الدفعة الرابعة الشهرين(8,7)

مثال : ما هو المعدل المعتمد لدى مصرف اذا علمت انه دفع الى شخص فوائد بمبلغ ID 226,875 عن ايداع الشخص لديه مبلغ ID 300 في بداية كل ثلاثة اشهر ولمدة سنتين ونصف

الحل : 1 حساب مدة الدفعات : يجب ان تحسب بالشهور 2,5 X 12 = 30 شهر

2 تحديد نوع الدفعات وهي فورية في المثال

$$\because \text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}}{12} \qquad \text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} = \frac{30}{3} = 10$$

$$\text{ن} = \text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د} = \text{ن} + \text{ن}^* = 30+3 = 33 \qquad \therefore \frac{33}{12} \times \frac{10}{2} \times \frac{\text{ع}}{100} \times 300 = 226{,}875 \qquad \therefore \text{ع} = \underline{5{,}5}$$

مثال : ما هو مجموع الفوائد الذي تحققه دفعة دورية متساوية بمبلغ ID500 تدفع في نهاية كل ثلاثة اشهر ولمدة سنتين اذا كان معدل الفائدة المعتمد 6% سنويا

الحل : 1 حساب مدة الدفعات : يجب ان تحسب بالشهور 2 X 12 = 24 شهر

2 تحديد نوع الدفعات وهي عادية في المثال

$$\because \text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}}{12} \qquad \therefore \text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} = \frac{24}{3} = 8$$

$$\text{ن} = (\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}) - \text{ن}^* = (\text{ن} + 0) - 3 = (24+0) - 3 = 21 \qquad \therefore \text{فد} = 500 \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{2} \left(\frac{21}{12}\right. \qquad \therefore \text{فد} = \underline{\text{ID 210}}$$

مثال : بعد كم سنة يحصل شخص ما على مبلغ مقداره ID1134 اذا ما دفع مبلغ ID 120 في بداية كل شهرين وبمعدل فائدة معتمد 6% سنويا

الحل : تحديد نوع الدفعات وهي فورية في المثال

$$\because \text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}}{12}$$

$$\text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} = \frac{\text{ن}}{3} = 8$$

$$\therefore 1134 = 120 \times \frac{6}{100} \times \frac{\text{ن}}{\text{ن}^* \times 2} \times \frac{\text{ن} + \text{ن}^*}{12}$$

$$\therefore 1134 = 120 \times \frac{6}{100} \times \frac{\text{ن}}{2 \times 2} \times \frac{\text{ن}+2}{12}$$

$$3\text{ن}^2 + 6\text{ن} - 22680 = 0$$

نستخدم طريقة الدستور $\text{ن} = \dfrac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أ}\text{ج}}}{2\text{أ}}$ **حيث** أ = 3 ، ب = 6 ، ج = -22680

ن = 86 شهر , وبالسنوات 86/12= 7 سنة تقريبا

مثال : ما هو المبلغ الذي يودعه شخص في بداية كل شهرين ليحصل بعد سنة وثمانية أشهر من الإيداع على مبلغ مقداره ID 1110 إذا كان معدل الفائدة معتمد 12% سنويا

الحل : مدة الدفعات 20 شهر

$$\because \text{فد} = \text{م} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}}{12}$$

$$\therefore 1110 = \text{م} \times \frac{12}{100} \times \frac{20}{2*2} \times \frac{2+20}{12}$$

م = ID <u>1009</u>

جملة (الرصيد) الدفعات الدوية المتساوية

هي مجموع مبالغ الدفعات مضافا إليها مجموع فوائدها

جملة الدفعات	=	مجموع مبالغ الدفعات	+	مجموع الكلي للفوائد
جد	=	(م x د)	+	$(\frac{ن_1 + ن_د}{12} x \frac{د}{2} x \frac{ع}{100} x م)$

ملاحظة :

1. **(م) المبلغ المذكور في الصيغة هو مبلغ الدفعة الواحدة (القسط)**
2. **(د) عدد الدفعات مضروب مع مبلغ الدفعات لإيجاد مجموع المبالغ (المبلغ الكلي المدفوع) (د = ن \ن*)**

مثال : ما هو رصيد شخص بعد إيداعه دفعة شهرية مبلغها 90 ID لمدة سنة وثلاثة أشهر بمعدل فائدة 9% سنويا أذا كانت الدفعة عادية

الحل :

1. **مدة الدفعة هي في نهاية كل شهر اي (1) شهر**
2. **مدة الدفعات فهي 12+3 = 15 شهر**
3. **عدد الدفعات = 15 \ 1 = 15)**

$$\because \text{جد} = (\frac{ن_1 + ن_د}{12} x \frac{د}{2} x \frac{ع}{100} x م) + (م x د)$$

$$\therefore \text{جد} = (\frac{1- 15}{12} x \frac{15}{2} x \frac{9}{100} x 90) + (15 x 90)$$

$$\therefore \text{جد} = (1350) + (70.875) = \underline{1420.875}$$

مثال : أودع شخص ما في مصرف الرافدين دفعة قيمتها 300 ID في نهاية كل ثلاثة أشهر فإذا علمت أن معدل الفائدة 6% سنويا وبلغ رصيد هذا الشخص في نهاية المدة 1867.5 ID , اوجد حساب مدة الدفعات وعدد الدفعات

الحل :

1. **مدة الدفعة هي في نهاية كل (3) الشهر وهي عادية**
2. **عدد الدفعات (د = ن \ ن* = ن \3)**

$$\because \text{جد} = (\frac{ن_1 + ن_د}{12} x \frac{د}{2} x \frac{ع}{100} x م) + (م x د)$$

$$\therefore 1867.5 = (300 x ن\3) + (300 x 6 x 100\ن x 6\((ن -3)+0)$$

$$\therefore 1867.5 = (300 x ن\3) + (300 x 6 x 100\ن x 6\((ن -3)+0) \ 12)$$

$$\therefore 1867.5 = (100 ن) + (3 ن x (ن\3- 12))$$

$$\therefore 0 = 100 ن + 0.25 ن^2 - 0.75 ن - 1867.5$$

$$0 = 0.25 ن^2 - 99.25 ن - 1867.5$$

نستخدم طريقة الدستور

$$ن = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$$

أ = 0.25
ب = 99.25
ج = -1867.5

طريقة الدستور باكسل		
	ا =	0.25
	ب =	99.25
	ج =	-1867.5
((-A2)+SQRT((A2^2)-(4*A1*A3)))/(2*A1) =	18	الاحتمال الموجب
((-A2)-SQRT((A2^2)-(4*A1*A3)))/(2*A1) =	-415	الاحتمال السالب

اما ن = (-415) شهر تهمل لأنها سالبة والزمن موجب او ن = 18 شهر, عدد الدفعات (د = ن\3 = 18\3 = 6 دفعات)

الصيغ الرياضية لكل فائدة وما يقابله من جملتها

الفوائد (الدخل)				الجملة (الرصيد)
البسيطة	ف = م x $\frac{ع}{100}$ x ن	القياسية	ف ق = م x $\frac{ع}{100}$ x $\frac{ن س}{360}$	ج = م (1 + ع x ن))
		التجارية	ف ت = م x $\frac{ع}{100}$ x $\frac{ن ل}{360}$	
		الصحيحة	ف ص = م x $\frac{ع}{100}$ x $\frac{ن ل}{365}$	
الدفعات	ف د = م x $\frac{ع}{100}$ x $\frac{د}{2}$ x $\frac{ن_1 + ن_د}{12}$			جد = (م x د) + $(\frac{ن_1 + ن_د}{12} x \frac{د}{2} x \frac{ع}{100} x م)$

مثال / اودع شخص في مصرف الرافدين مبلغ 200 ID شهريا و لمدة سنة ونصف فاذا كان معدل الفائدة 12% ,

المطلوب / اوجد جملة المستحق له في نهاية المدة ومجموع الفوائد التي حصل عليها اذا كانت الدفعة فورية او الدفعة عادية

الحل/

$$\text{جـ} = (\text{م} \times \text{د}) + (\frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}}{12} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \text{م})$$

$$\text{د} = 18 \backslash 1 = 18$$

جملة المستحق اذا كانت الدفعة فورية :

$$\text{جـ} = (18 \times 200) + (\frac{1+18}{12} \times \frac{18}{2X1} \times \frac{12}{100} \times 200)$$

$$\text{جـ} = (3600) + (\frac{19}{1} \times \frac{9}{1} \times \frac{1}{1} \times 2)$$

$$\text{جـ} = 3600 + 342 = \underline{3942}$$

جملة المستحق اذا كانت الدفعة عادية :

$$\text{جـ} = (18 \times 200) + (\frac{1-18}{12} \times \frac{18}{2X1} \times \frac{12}{100} \times 200)$$

$$\text{جـ} = (3600) + (\frac{17}{1} \times \frac{9}{1} \times \frac{1}{1} \times 2)$$

$$\text{جـ} = 3600 + 306 = \underline{3906}$$

مثال / قام احد الاشخاص بدفع 120 ID في بداية كل شهرين و بمعدل فائدة 6% و حصل على مبلغ قدره 1134 ID

المطلوب / بعد كم سنة حصل على المبلغ

الحل / ∵ الدفعة في بداية كل شهر ∴ الدفعات فورية , ∴ (ن1 = ن = مدة استثمار المبلغ)

(نـد = ن* = 2 = مدة الدفعة الواحدة = مدة الدفعة الاخيرة)

(د = ن \ ن* , عدد الدفعات = مدة استثمار المبلغ \ مدة الدفعة الواحدة)

$$\because \text{جـ} = (\text{م} \times \text{د}) + (\frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د}}{12} \times \frac{\text{د}}{2} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \text{م})$$

$$\text{جـ} = (\text{م} \times \text{ن} \backslash \text{ن}^*) + (\frac{\text{ن} + \text{ن}_\text{د}}{12} \times \frac{\text{ن} \backslash 2}{2} \times \frac{\text{ع}}{100} \times \text{م})$$

$$1134 = (2 \backslash \text{ن} \times 120) + (\frac{2 + \text{ن}}{12} \times \frac{\text{ن}}{4} \times \frac{6}{100} \times 120)$$

$$1134 = (60\ \text{ن}) + (\frac{3\ \text{ن}\ (2 + \text{ن})}{20})$$

$$\frac{1200\ \text{ن} + 3\ \text{ن}^2 + 6\ \text{ن}}{20} = 1134$$

$$1200\ \text{ن} + 3\ \text{ن}^2 + 6\ \text{ن} = 20 \times 1134$$

$$\text{ن}^2 + 400\ \text{ن} + 2\ \text{ن} = 3 \backslash 22680$$

$$\text{ن}^2 + 402\ \text{ن} - 7560 = 0$$

$$(\text{ن} + 420)\ (\text{ن} - 18) = 0$$

اما ن = - 420 شهر (النتيجة مرفوضة لان الزمن لا يمكن ان يكون بالسالب و لو لا تحقق الزمن بالتعويض)

و ن = 18 شهر (سنة ونصف السنة) مدة الحصول على المبلغ

طرق تسديد القروض قصيرة الاجل (طريقة دفع الفائدة بالنسبة الى فترة القرض)

1) طريقة القسط الواحد
2) طريقة دفع (سداد)الفوائد مقدما
3) طريقة الفوائد الدورية المتساوية (طريقة الاقساط المتعددة)

- لكل طريقة هنالك مرحلتين او احتمالين هما اقتراض الدين و تأجيل دفع اقساط الدين :
  1) مرحلة الإقتراض : يتم احتساب الفوائد والاقساط وتحديد تواريخها
  2) مرحلة التأجيل : من ان لا يتمكن من تسديد القروض و الاقساط في تواريخها المحددة (تأخر المدين عن السداد) يترتب عليه فوائد اضافية (فوائد تأخيرية) قد تكون بنفس اسعار فائدة الاقتراض او بأسعار فائدة اعلى
- تتخذ طريقة تحصيل (تسديد فائدة التأجيل) نفس الطريقة المعتمدة في تسديد القرض و فوائده
- مقارنة طرق تسديد القروض القصيرة الاجل

الطريقة	المبلغ المسلم للمقترض	تسديد الفائدة من قبل المقترض	تسديد مبلغ القرض من قبل المقترض	عدد دفعات الفوائد (اقساط تسديد الفائدة من قبل المقترض)	النتيجة
القسط الواحد	مبلغ القرض كاملا	نهاية مدة القرض	نهاية مدة القرض	واحد	دفع جملة مبلغ القرض = (مبلغ القرض + مبلغ الفائدة) في نهاية المدة
الفائدة المقدمة	مبلغ القرض منقوصا منه الفائدة	بداية مدة القرض	نهاية مدة القرض	واحد	دفع مبلغ القرض في نهاية المدة
الدورية المتساوية	مبلغ القرض كاملا	خلال مدة القرض	نهاية مدة القرض	موزعة متعدد : دورية متساوية	جميع اقساط الفائدة متساوية عدا القسط الاخير= مبلغ الفائدة + مبلغ القرض

اولا - طريقة القسط الواحد:

1) عند الاقتراض : يتم تسديد القرض القسطي مع فوائده في تاريخ الاستحقاق وبالتالي يتم احتساب جملة القرض رياضيا : استخدام احدى الصيغتين :

1) قانون جملة الجملة: ج = م (1 + (ع X ن))
2) قانون الفائدة البسيطة: ف = م X ع X ن
ج = م + ف

2) عند التأجيل : عندما لا يتمكن المدين من تسديد القرض في موعده يتقدم بطلب تأجيل السداد الى تاريخ لاحق مما يحمله اعباء اضافية جديدة تتمثل بفوائد تأخيرية على :

1) جملة القرض (ج) : وليس مبلغ القرض (م)

1) قانون جملة الجملة: ج ج = ج (1 +(ن2 X ع2))
2) قانون الفائدة البسيطة: ف = ج X ن2 X ع2
ج ج = ج + ف

2) مدة التأجيل (ن2) : الممتدة من تاريخ الاستحقاق الاول الى تاريخ الاستحقاق التالي

3) معدل فائدة جديد (ع2): قد يكون مساوي او اكبر من معدل الفائدة الاقتراض

مثال / طريقة القسط الواحد عند الاقتراض

اقترض شخص مبلغ ID100000 من مصرف الرشيد متعهدا بسداده مع فوائده بعد خمسة عشر شهر بطريقة القسط الواحد، علما ان سعر فائدة المصرف هو 8% سنويا، فكم سيسلم الشخص للمصرف في نهاية مدة القرض؟

الحل/ بالطريقة المباشرة ج = م (1+(ع X ن))

= 100000 (1 +(12\15 X 100\8)) = ID 110000 مبلغ سداد القرض

بالطريقة الكلية ف = م X ع X ن = 100000X100\8 X 12\15 = 10000 مبلغ الفائدة

ج = ف + م = 10000 +100000 = ID 110000 مبلغ سداد القرض

مثال / طريقة القسط الواحد عند التاجيل اقترض احد الاشخاص مبلغ ID 12000 يسددها بعد 13 شهر فيما تدفع الفوائد مقدما بمعدل 9% سنويا وفي تاريخ الاستحقاق طلب تأجيل السداد ل 6 اشهر اخرى فاذا علمت ان مجموع الفوائد التي تحملها ذلك الشخص في هذا القرض كانت ID 1770 فما هو معدل الفائدة المعتمد للتأجيل :

الحل : ∵ مجموع الفوائد = الفائدة البسيطة عند الاقتراض + الفائدة البسيطة عند الاقتراض

∴ مج = ف1 + ف2 ⟸ 1770 = (م1 X ع1 X ن1) + (م2 X ع2 X ن2)

1770 = (12\9 X 100\9 X 12000) + (12\13 X 100\ع2 X12000) ⟸ ع2 = 10% معدل فائدة التأجيل

ثانيا – دفع الفوائد مقدما

أ) عند الاقتراض : يتم دفع الفوائد في بداية القرض من خلال استقطاع مبلغ الفائدة من مبلغ القرض من قبل المصرف ويسلم المقترض (صافي مبلغ القرض= مبلغ القرض - مبلغ الفائدة) ويتم دفع مبلغ القرض دفعة واحدة في نهاية المدة

مثال / سداد الفوائد مقدما عند الاقتراض

اقترض محمود مبلغ 1000 دينار على اساس سداده بعد 18 شهرا بسعر فائدة سنوي مقداره 6% يُستقطع مقدما، فما هو المبلغ الذي يستحقه المقترض عند الاقتراض وما هو المبلغ المتبقي بذمته عند السداد؟

الحل / بالطريقة الكلية ف = م ع ن = 1000 X (6\100) X (18\12) = 90 ID مجموع الفوائد دورية

المبلغ المستحق للمقترض عند الاقتراض = مبلغ القرض - مبلغ الفائدة المقدمة = 1000 - 90 = 910 ID

مثال / سداد الفوائد مقدما عند الاقتراض

اقترض شخص مبلغ من مصرف الرافدين على أساس سداده بعد 24 شهراً، وكان سعر الفائدة في المصرف 8% وكان مجموع الفائدة المستحقة على المقترض عند الاقتراض 20000 دينار، فما هو المبلغ المُقترض؟

الحل / بالطريقة الكلية ف = م ع ن ⟸ 20000 = م X (8\100) X (24\12)

⟸ م = (20000 X100)\(8X2) = 125000 ID مبلغ القرض

المبلغ المستحق للمقترض = مبلغ القرض - مبلغ الفائدة المقدمة = 125000 - 20000 = 105000 ID

ب) عند التأجيل : تحتسب فائدة جديدة هي (فائدة التأجيل) على مبلغ القرض (لان مبلغ القرض هنا هو جملة القرض) ويتم دفعها فورا عند الاتفاق على التأجيل - اعتمادا على طريقة دفع الفوائد مقدما - ويبقى مبلغ القرض كما هو يسدد في تاريخ استحقاقه

مثال / طريقة دفع الفائدة مقدما عند الاقتراض وعند التأجيل :

اقترض شخص (8000) لمدة (523) يوما مع دفع الفائدة مقدما بمعدل 10% سنويا وفي تاريخ الاستحقاق طلب تأجيل دفع المبلغ المستحق لمدة 144 يوما, ماهي المبالغ المعتمدة اثناء عمليتي الاقتراض و التأجيل

الحل /

① عند الاقتراض :

نفترض ان الفائدة المعتمدة هي الفائدة البسيطة التجارية لأنها الاكثر استخداما عند الاقتراض و نستخرج الفائدة البسيطة من الصيغة (ف = م X ع X ن)

∴ ف = 8000 X (10\100) X (523\360) = 1162 مبلغ الفائدة المقدمة

صافي مبلغ القرض الذي يستلمه المقترض = مبلغ القرض - الفائدة المقدمة = 8000 - 1162 = 6838

② عند التأجيل :

نستخدم نفس معادلة الفائدة البسيطة التجارية ويرمز لفائدة التأجيل ($ف_2$) ونستخدم مدة التأجيل

$ف_2$ = م X ع X ن = 8000 X (10\100) X (144\360) = 320 مبلغ فائدة التأجيل

يقوم المقترض بدفعها ويبقى المبلغ الواجب دفعه في تاريخ الاستحقاق 8000

ثالثا - طريقة الفوائد الدورية المتساوية : (المبلغ لا يقسط - الفائدة تقسط - المبلغ يدفع كاملا اخر المدة مع قسط الفائدة الاخير)

الفوائد تحتسب وتوزيع بالتساوي على مدد زمنية دورية على ان يدفع في الدفعة الاخيرة مبلغ القرض مع فائدة دورية واحدة

ا) حساب الفوائد في الطريقة الدورية المتساوية عند الاقتراض :

وتحتسب الفائدة الدورية الواحدة بإحدى الطريقتين التاليتين :

ا) الفائدة الدورية المباشرة : يمكن استخراجها على اساس مبلغ القرض ومعدل الفائدة ومدة الدفعة الواحدة وذلك من خلال الصيغة التالية :

ف* = م X ع X ن*	ف*	= الفائدة الدورية الواحدة
	ن*	= مدة الدفعة الواحدة

ب) الفائدة الكلية (مجموع الفوائد الدورية): تحتسب الفائدة الدورية الواحدة بمرحلتين

① حساب الفائدة الكلية على اساس مبلغ القرض ومعدل الفائدة و مدة الدفعات وبعد ذلك يتم حساب عدد الدفعات

②حساب الفائدة الدورية الواحدة من خلال قسمة الفائدة الكلية على عدد الدفعات

وذلك من الصيغ التالية :	1	ف = م X ع X ن	ف = مجموع الفوائد الدورية , ن = مدة الدفعات
قانون الفائدة الكلية (ف)	2	د = ن \ ن*	عدد الدفعات = مدة الدفعات \ مدة الدفعة الواحدة
قانون الفائدة الدورية الواحدة	3	ف* = ف \ د	الفائدة الدورية الواحدة = الفائدة الكلية \ عدد الدفعات

اما بالنسبة للقسط الاخير فيساوي مبلغ القرض الاصلي مع الفائدة الدورية الواحدة وذلك من الصيغة التالية :

القسط الاخير = مبلغ القرض الاصلي + الفائدة الدورية الواحدة	س = م + ف*

مثال / الطريقة الدورية المتساوية عند الاقتراض :

اقترض احد الاشخاص مبلغ ID 12000 على ان يسددها بعد 3 سنوات فيما تدفع الفوائد بمعدل 10% سنويا بصورة دورية متساوية فاذا كان مبلغ القسط الاخير كان ID12600 فما هي :عدد الاقساط و مجموع الفوائد

الحل / س = م + ف* ⟸ 12600 = 12000+ ف* ⟸ ف* = 600 ID (فائدة دورية واحدة)

ف* = م X ع X ن* ⟸ 600 = 1200 X (100\10) X ن \12 ⟸ ن* = 6 شهر (مدة الدفعة الواحدة)

د = ن \ ن* ⟸ د = (12X3) \ 6 ⟸ د = 6 (عدد الدفعات او الاقساط).....وهو المطلوب الاول

ف* = ف \ د ⟸ ف = 6 X 600 ⟸ ف = 3600 ID (مجموع الفوائد).....وهو المطلوب الثاني

مثال / طريقة الفوائد الدورية المتساوية عند الاقتراض :

اقترض شخص مبلغ ID 15000 من مصرف بغداد على اساس سداده بطريقة الفوائد الدورية المتساوية لمدة ثلاث سنوات مع دفع الفوائد بسعر فائدة سنوي مقداره 9% في نهاية كل اربعة أشهر،

المطلوب / الفائدة الدورية الواحدة و مجموع الفوائد التي يتحملها ذلك الشخص و مبلغ القسط الاخير؟

الحل / بالطريقة المباشرة ف* = م ع ن* = 15000 X (100\9) X (12\4) = 450 ID فائدة دورية واحدة

الطريقة المختصرة مبلغ القرض + فائدة دورية واحدة = 1500 + 450 = 15450 القسط الاخير

او بالطريقة الكلية الطريقة الاصلية ف = م ع ن = 15000 X (100\9) X (3) = 4050 ID مجموع الفوائد دورية

د = ن \ ن* = 36 \ 4 = 9 عدد الدفعات

ف* = ف \ د = 4050 \ 9 = 450 فائدة دورية واحدة

مبلغ القرض + فائدة دورية واحدة = 15000 + 450 = 15450 القسط الاخير

ب) تأجيل دفع الفوائد في الطريقة الدورية المتساوية

الصيغة : $م\ ط\ ب = (م + (ف^* \times د^*)) + (ف^* \times \frac{ع}{100} \times \frac{د^*}{2} \times \frac{(ن_1 - ن\ د^*)}{12})$

المبلغ المطلوب	=	جملة مبلغ القرض	+	مبلغ فائدة التأجيل

م ط ب	المبلغ المطلوب سداده في نهاية مدة التأجيل		
م	مبلغ القرض	مبلغ القرض +	جملة مبلغ القرض وفوائده المؤجلة
ف*	فائدة دورية واحدة	مجموع الفوائد المؤجلة	
د*	عدد الاقساط المؤجلة (الدفعات المؤجلة)		
ع	معدل فائدة التأجيل		
$ن_1$	مدة دفعات تأجيل	$ن_1$ = (د*X ن*) - ن*	حيث ن* مدة الدفعة الواحدة
ن د*	مدة الدفعة الاخيرة	وبما انها دفعات عادية لذا فهي تساوي صفر	

د*= د (الدفعات الكلية) - عدد الدفعات المسددة

في صيغة مبلغ فائدة التأجيل استخدمت ف* فائدة دورية واحدة مع د* الدفعات المؤجلة ليكونا مبلغ التأجيل

- **مثال على تأجيل دفع الفوائد في الطريقة الدورية المتساوية**

اقترض شخص مبلغ ID 6000 على اساس سدادها بعد اربع سنوات فيما تدفع الفوائد بمعدل 10% وبصورة دورية متساوية في نهاية كل ثلاثة اشهر وبعد القسط السادس توقف عن السداد طالبا تأجيل دفع ما تبقى الى تاريخ استحقاق اخر مع تحمله فوائد تأجيل بمعدل 12% ما المبلغ الواجب دفعه في ذلك التاريخ ؟

الحل:

$$م\ ط\ ب = (م + (ف^* \times د^*)) + (ف^* \times \frac{ع}{100} \times \frac{د^*}{2} \times \frac{(ن - ن^*)}{12})$$

ف* = م ع ن* = 6000 X (100\10) X (12\3) = 150 ID فائدة دورية واحدة

د = ن \ ن* = 48 \ 3 = 16 العدد الكلي للدفعات

د* = العدد الكلي للدفعات - عدد الدفعات المسددة = 16 – 6 = 10 عدد الدفعات المؤجلة

$ن_1$ = (د*X ن*) - ن* = (3 X 10) - 3 = 27 شهر مدة الدفعات المؤجلة

$$م\ ط\ ب = (6000 + (10 \times 150)) + (150 \times \frac{10}{2} \times \frac{12}{100} \times \frac{(0 - 27)}{12})$$

$$م\ ط\ ب = (6000 + 1500) + (\frac{15}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{27}{1})$$

م ط ب = 7500+202.5 = 7702.5

مثال/ اقترض شخص مبلغ معين على اساس سداده مع الفوائد بعد سنة وستة اشهر بمعدل فائدة 6% سنويا وفي تاريخ استحقاقه طلب تأجيل دفع المبلغ لمدة ستة اشهر اخرى مع تحمله فوائد اضافية بمعدل 8% سنويا , فكان المبلغ الواجب دفعه في التاريخ الجديد ID 2236 فكم كان اصل المبلغ

الحل / الفوائد مسددة بطريقة القسط الواحد , و نبدأ بقانون التأجيل

ج ج = ج (1 +(ع$_2$نX$_2$) ⟸ ج = 2236 (1+ (8 \ 100) X(6 \ 12))

⟸ ج = 2150 جملة المبلغ المقترض (مبلغ القرض + الفائدة المستحقة)

ج = م (1 + (ع$_1$نX$_1$) ⟸ م = 2150 (1+ (6\100) X(18\12))

⟸ م = 1972 مبلغ القرض

مثال اقترض شخص مبلغ 5000 في 1999\1\12 علن ان يسدده مع الفوائد في 1999\6\25 وفي تاريخ الاستحقاق طلب تأجيل السداد لفترة اخرى فإذا علمت ان المصرف قد طالب ذلك الشخص بدفع مبلغ 5200 عند الاستحقاق الجديد وان معدل فائدة الاقتراض هو 5 % ومعدل فائدة التأجيل هو 6 % سنويا فما هو تاريخ الاستحقاق الجديد

الحل / طريقة التسديد المعتمدة هي طريقة القسط الواحد , و سنة 1999 سنة بسيطة لأن ناتج القسمة به كسور عشرية

مدة القرض (ن)	=	(12 – 31)	+	28	+	31	+	30	+	31	+	25	=	164 يوم
الشهر		1		2		3		4		5		6		

ج = م ((1 + (ع$_1$ X ن$_1$)) = 5000 (1 + (100\5) X (360\164))

ج = 5114 جملة مبلغ القرض (مبلغ القرض + الفوائد)

ج ج = ج ((1 + (ع$_2$ X ن$_2$)) = 5114 (1 + (100\6) X (ن$_2$ \360)) ⟸ ن$_2$ = 101 يوم مدة التأجيل

يبدأ الحساب بعد يوم 1999\6\25

تاريخ الاستحقاق الجديد =	5	+	31	+	31	+	30	+	31	=	4	+	101	
الشهر	6		7		8		9		10					ويصادف يوم 1999\10\4

خصم الديون قصيرة الاجل

- **الخصم (عكس الفائدة) :** عائد بنسبة مئوية على المبلغ المتبقي من القرض وللمدة المتبقية على تاريخ استحقاقه يمنحه المصرف للمقترض عند تقديم سداد القرض قبل تاريخ استحقاقه .
- **الخصم ايضا يشمل الاوراق التجارية و المالية :** عائد بنسبة مئوية على مبلغ الورقة التجارية او المالية وللمدة المتبقية على تاريخ استحقاقها يستقطعها المصرف من المقترض عند تقديم الورقة التجارية او المالية قبل تاريخ استحقاقها
- الخصم له نفس معادلة الفائدة

م خ	مبلغ الخصم	المبلغ المتبقي من قيمة مبلغ القرض الذي سدد قبل تاريخ استحقاقه	مبلغ العائد من الخصم = م خ X $\frac{ع\ خ}{100}$ X $\frac{ن\ خ}{12}$
ع خ	معدل الخصم	النسبة مئوية على مبلغ الخصم معدل الخصم قد يختلف عن معدل الفائدة	
ن خ	مدة الخصم	المدة المتبقية على تاريخ استحقاق القرض المدة المحصورة بين تاريخ السداد المقدم و تاريخ الاستحقاق	

مثال \ اذا كان المستثمر الاول يملك مبلغ 6000 اودعها في 1999\10\10 في مصرف يعتمد معدل فائدة 7% و في ذات اليوم اودع مستثمر ثاني مبلغا مماثل لدى مصرف يعتمد معدل فائدة 9% وفي تاريخ معين حصل المستثمر الاول على فائدة معينة وبعد خمسين يوما منه حصل المستثمر الثاني على فائدة تزيد على فائدة المستثمر الاول بمقدار 2 دينار فما هو تاريخ كل من الفائدتين .

ملاحظة / هنالك خطأ في منطوق المثال لان نتيجة المدة ستكون سالبة وعند التحقيق لا تؤدي الى تعادل المعادلة , والصحيح هي عبارة (وقبل خمسين يوما) وتكون نتيجة المدة موجبة وعند التحقيق تؤدي الى تعادل المعادلة

الحل / $ف_2 = ف_1 + 2$

$$\left(\frac{(ن - 30\backslash 50)}{12} \times \frac{9}{100} \times 6000\right) = 2 + \left(\frac{ن}{12} \times \frac{7}{100} \times 6000\right)$$

$$\left(\frac{(ن - 3\backslash 5)}{12} \times \frac{9}{1} \times 60\right) = 2 + \left(\frac{ن}{12} \times \frac{7}{1} \times 60\right)$$

$$\left(\frac{5}{3} - ن\right) \times 9 \times 5) = 2 + (ن \times 7 \times 5)$$

$$\left(\frac{5}{3} - ن\right) \times 45 = 2 + 35ن$$

$$\frac{5 \times 45}{3} - 45ن = 2 + 35ن$$

$$75 - 45ن = 2 + 35ن$$

$$75 + 2 = 45ن - 35ن$$

$$77 = 10ن$$

$$ن = 7.7 \text{ شهر}$$

وهو المطلوب

التحقيق /

$$\left(\frac{(ن - 30\backslash 50)}{12} \times \frac{9}{100} \times 6000\right) = 2 + \left(\frac{ن}{12} \times \frac{7}{100} \times 6000\right)$$

$$271.5 = 271.5$$

وهو الصحيح

$$\left(\frac{(ن - 50)}{360} \times \frac{9}{100} \times 6000\right) = 2 + \left(\frac{ن}{360} \times \frac{7}{100} \times 6000\right)$$

$$\frac{450}{6} - \frac{9\ ن}{6} = \frac{7ن}{6} + \frac{12}{6}$$

$$-\ 2ن = -\ 438$$

$$-\ 2ن = -\ 438$$

$$ن = 219$$

219/12

$$\left(\frac{5}{3} - ن\right) \times 9 \times 5) = 2 + (ن \times 7 \times 5)$$

$$\left(\frac{5}{3} - ن\right) \times 45 = 2 + 35ن$$

$$\frac{5 \times 45}{3} - 45ن = 2 + 35ن$$

$$75 - 45ن = 2 + 35ن$$

$$75 + 2 = 45ن - 35ن$$

$$77 = 10ن$$

$$ن = 7.7 \text{ شهر}$$

وهو المطلوب

التحقيق /

$$\left(\frac{(ن - 50\backslash 30)}{12} \times \frac{9}{100} \times 6000\right) = 2 + \left(\frac{ن}{12} \times \frac{7}{100} \times 6000\right)$$

271.5 = 271.5

وهو الصحيح

الخصم

مثال :	قدم تاجر كمبيالة للخصم في مصرف الرافدين قيمتها 8000 ID تستحق بعد ستين (60) يوم إذا كان معدل الخصم 6% سنويا
المطلوب :	❶ إيجاد الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية ❷ إيجاد الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة
الحل :	
ملاحظة	① يتخذ الخصم التجاري والخصم الصحيح نفس الصيغ والعلاقات الرياضية للفائدة التجارية وللفائدة الصحية
	② مدة الخصم تمتد خلال الفترة من تاريخ التسديد المسبق للقرض إلى التاريخ الأصلي لاستحقاق القرض
خ ت = س x (ع\100) x (ن\360)