1- <u>المصفوفات Matrices</u>

ترتب عناصر المصفوفة بشكل مجموعة من الصفوف والاعمدة وعلى الشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Row(الصف) $\longleftarrow$ $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \end{pmatrix}$

Column(العمود) $\longleftarrow$ $\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$

- **تسمى المصفوفة** a_{ij}

عدد الاعمدة   **عدد الصفوف**

- **او تسمى** $m \times n$ **matrix**
- **او** $m\ by\ n$ **matrix**

$(m \times n)$**تمثل حجم او شكل المصفوفة**

- **المصفوفة يشار لها باحرف كبيرة A، B، ......الخ**
- **عناصر المصفوفة يشار لها باحرف صغيرة a، b، ....الخ**
- **مصفوفة قطرية : مصفوفة جميع عناصرها صفر باستثناء قطرها،**

مثالا $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- **A=B مصفوفتان متساويتان بعدد العناصر**
- **عندما** $m = n$ $\longrightarrow$ **مصفوفة مربعة**

2- جمع وضرب المصفوفات

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$(1)\ A+B=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \dots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \dots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$(2)\quad kA=\begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & a_{22} & \dots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \dots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

(3) $-A = -1.A$

(4) $A - B = A + (-B)$

(5) Zero Matrix (جميع عناصر المصفوفة صفر)

(6) $(A + B) + C = A + (B + C)$

(7) $A + 0 = A$

(8) $A + (-A) = 0$

(9) $A + B = B + A$

(10) $A + A = 2A$

(11) $k(A + B) = kA + kB$

(12) $(k_1 + k_2)A = k_1A + k_2B$

(13) $(k_1k_2)A = k_1(k_2A)$

مثال : جد $A+B$ و $3A$ للمصفوفتين

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & 5 & -6\end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 2\\ -7 & 1 & 8\end{pmatrix}$$

الجواب :

$$A+B=\begin{pmatrix}1+3 & -2+0 & 3+2\\ 4-7 & 5+1 & -6+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -2 & 5\\ -3 & 6 & 2\end{pmatrix}$$

$$3A=\begin{pmatrix}3\times 1 & 3\times(-2) & 3\times 3\\ 3\times 4 & 3\times 5 & 3\times(-6)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -6 & 9\\ 12 & 15 & -18\end{pmatrix}$$

3- ضرب المصفوفات

تضرب مصفوفتنان عندما تتساوى عدد الاعمدة في الاولى مع عدد الصفوف في الثانية

$$A.B=\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & \dots & a_n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b_1\\ b_2\\ \vdots\\ a_n\end{pmatrix}=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$$

مثال: جد حاصل ضرب $A.B$

$$A=\begin{pmatrix}r & s\\ t & u\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{pmatrix}$$

لاحظ ان عدد الاعمدة في المصفوفة A يساوي 2 و ان عدد الصفوف في المصفوفة B يساوي 2 (اي يمكن ضرب المصفوفتين).

$$A.B=\begin{pmatrix}ra_1+sb_1 & ra_2+sb_2 & ra_3+sb_3\\ ta_1+ub_1 & ta_2+ub_2 & ta_3+ub_3\end{pmatrix}$$

مثال: جد حاصل ضرب A و B

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$$

الجواب :

$$A.B=\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2\\3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(2\times 1)+(3\times 3)&(2\times -2)+(3\times 0)\\(1\times 1)+(2\times 3)&(1\times -2)+(2\times 0)\end{pmatrix}$$

$$\therefore A.B=\begin{pmatrix}11&-4\\7&-2\end{pmatrix}$$

$$B.A=\begin{pmatrix}1&-2\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(1\times 2)+(-2\times 1)&(1\times 3)+(-2\times 2)\\(3\times 2)+(0\times 1)&(3\times 3)+(0\times 2)\end{pmatrix}$$

$$\therefore B.A=\begin{pmatrix}0&-1\\6&9\end{pmatrix}$$

لاحظ ان $A.B\neq B.A$ اي ان عملية الضرب غير ابدالية.

4-<u>المنقولة Transpose</u> : وبرمز لها بالرمز A^t

يمكن الحصول عليها وذلك بجعل صف المصفوفة كعمود.

مثال : جد A^t لـ $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-5&-6\end{pmatrix}$

$$A^t=\begin{pmatrix}1&4\\2&-5\\3&-6\end{pmatrix}$$

<u>خصائص</u>

1- $A^t+B^t=(A+B)^t$

2- $(A^t)^t=A$

3- $(kA)^t=kA^t$

4- $(AB)^t=A^tB^t$

5- **Unity matrix (مصفوفة احادية قطرها وحدة واحدة)**

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$AI = IA = A$$

6- مصفوفة متناظرة Symmetric matrix : تكون المصفوفة متناظرة عندما تكون $(A = A^t)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

لاحظ ان $A = A^t$ (اي مصفوفة متناظرة).

4- المحددات Determinants

لكل مصفوفة مربعة A قيمة غير اتجاهية تسمى المحدد ويرمز لها بالرمز $det\ (A)$ او $|A|$.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = a_{11} \begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} - a_{12} \begin{pmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix} + a_{13} \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$$

$$= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

مثال : جد قيمة $|A|$ لـ

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

الجواب :

$$|A| = 2 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 2(6 \times 1 - 7 \times 9) - 3(5 \times 1 - 7 \times 8) + 4(5 \times 9 - 6 \times 8)$$
$$|A| = 2(6 - 63) - 3(5 - 56) + 4(45 - 48) = 27$$

مثال : جد قيمة $|A|$ لـ

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$$
$$|A| = (4 \times 8) - (3 \times 10) = 32 - 30 = 2$$

الخواص:

1- اذا كانت A لها صف او عمود قيمته صفر فان $|A| = 0$
2- اذا كانت A لها صفين او عمودين متماثلتين فان $|A| = 0$
3- عند تغير اي عمودين او صفين مع بعضهما في $|A|$ فان $|B| = -|A|$
4- $|AB| = |A||B|$
5- $|A| \neq 0$
6- $|B| = k|A|$
7- اذا كانت قيم المحدد $|A|$ فوق او تحت قطر يساوي صفر فان $|I| = 1$

4- المرافق Adjoint

اذا كان لدينا مصفوفة مربعة

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

فان

$$Adj\ (A) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

(أ) المصفوفة 2×2
لتكن

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

(1) نستبدل عناصر الاقطار الرئيسية
(2) نبدل اشارة العناصر الاخرى لتصبح

$$Adj\ (A) = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

مثال: جد $Adj\ (A)$ للمصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$$

الجواب:

$$adj(A) = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

(ب) المصفوفة 3×3

لايجاد $Adj\ (A)$

(أ) حدد مصفوفة Cofactor

(ب) اوجد الـ Transpose الى مصفوفة الـ Cofactor

مثال : جد المرافق للمصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

الجواب :

اولا: يجب تحديد مصفوفة الـ Cofactor

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = (+1)[(-20) - (-2)] = -18$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = (-1)[(0) - (-2)] = 2$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (+1)[(0) - (-4)] = 4$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = -1[(15) - (4)] = -11$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = +1[(10) - (-4)] = 14$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = -1[(-2) - (3)] = 5$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = +1[(6) - (16)] = -10$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = -1[(4) - (0)] = -4$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = +1[(-8) - (0)] = -8$$

$$\textbf{Matrix of Cofactor} = \begin{pmatrix} -18 & 2 & 4 \\ -11 & 14 & 5 \\ -10 & -4 & -8 \end{pmatrix}$$

ثانيا: خذ الـ Transpose لمصفوفة الـ Cofactor

$$Adj\,(A) = (\textbf{Matrix of Cofactor})^t = \begin{pmatrix} -18 & -11 & -10 \\ 2 & 14 & -4 \\ 4 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

مثال (واجب) : جد المرافق للمصفوفتين التاليتين:

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

5- معكوس المصفوفة :

يرمز لها بـ A^{-1} و هي مصفوفة اذا تم ضربها في المصفوفة الاصل ينتج عنها مصفوفة الوحدة:

اي ان $AA^{-1} = I$

$$A^{-1} = \frac{adj\,(A)}{det\,(A)}$$

مثال: جد معكوس المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$

الجواب :

$$adj\,(A) = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ -10 & 4 \end{pmatrix}$$

$$det\,(A) = (4 \times 8 - 3 \times 10) = 2$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 8 & -3 \\ -10 & 4 \end{pmatrix}}{2} = \begin{pmatrix} 4 & -\frac{3}{2} \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$

مثال: اوجد معكوس المصفوفة التالية

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

الجواب :

اولا: يجب تحديد مصفوفة الـ Cofactor

$$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = (+1)[2-1] = 1$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = (-1)[4+3] = -7$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = (+1)[-2-3] = -5$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = -1[-4+1] = 3$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = +1[2-3] = -1$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = -1[-1+6] = -5$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = +1[2-1] = 1$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = -1[-1-2] = 3$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = +1[1+4] = 5$$

$$\textbf{Matrix of Cofactor} = \begin{pmatrix} 1 & -7 & -5 \\ 3 & -1 & -5 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

ثانيا: خذ الـ Transpose لمصفوفة الـ Cofactor

$$Adj\,(A) = (\textbf{Matrix of Cofactor})^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -7 & -1 & 3 \\ -5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$

ثالثا: ايجاد قيمة $det\ (A)$

$$det\ (A) = 1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 + 14 - 5 = 10$$

رابعا: حدد A^{-1}

$$A^{-1} = \frac{adj\ (A)}{det\ (A)} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -7 & -1 & 3 \\ -5 & -5 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{3}{10} & \frac{1}{10} \\ \frac{-7}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

-6 <u>المصفوفة القابلة للانعكاس</u> : تكون المصفوفة مربعة قابلة للانعكاس عندما

$$AB = BA = I$$

حيث B مصفوفة معكوسة لـ A.

مثال: اختبر ما اذا كانت المصفوفة A قابلة للانعكاس

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

الجواب:

$$adj\ (A) = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$det(A) = (2 \times 3 - 5 \times 1) = 1$$

$$B = A^{-1} = \frac{adj(A)}{det\ (A)} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-5 & -10+10 \\ 3-3 & -5+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-5 & 15-15 \\ -2+2 & -5+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

اذن المصفوفة A قابلة للانعكاس

7- حل المعادلات الخطية

$$\boldsymbol{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1}$$

$$\boldsymbol{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2}$$

$$\boldsymbol{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_1 \\ b_1 \end{pmatrix}}_{C}$$

$$AX = C$$

$$A^{-1}AX = CA^{-1}$$

$$IX = CA^{-1}$$

$$X = CA^{-1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{X = \frac{adj\ (A)}{det\ (A)} C}$$

مثال: حدد قيم x و y و z باستخدام طريقة المصفوفة المعكوسة.

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 9z = 36$$

الجواب:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 36 \end{pmatrix}}_{C}$$

$$\textbf{Matrix of Cofactor} = \begin{pmatrix} 6 & -6 & 2 \\ -5 & 8 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Adj\ (A) = (\textbf{Matrix of Cofactor})^t = \begin{pmatrix} 6 & -5 & 1 \\ -6 & 8 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$det(A) = 2$$

$$X = \frac{adj\ (A)}{det\ (A)} C$$

$$X = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & -5 & 1 \\ -6 & 8 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 36 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 36 - 70 + 36 \\ -36 + 112 - 72 \\ 12 - 42 + 36 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\therefore X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 1, y = 2, and\ z = 3$$

لنفرض

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & \times b_2 \\ a_2x + b_2y = c_2 & \times b_1 \end{cases}$$

$$a_1b_2x + b_1b_2y = c_1b_2$$

$$\underline{a_2b_1x + b_2b_1y = c_2b_1}$$ **بالطرح**

$$a_1b_2x - a_2b_1x = c_1b_2 - c_2b_1$$

$$(a_1b_2 - a_2b_1)x = c_1b_2 - c_2b_1$$

$$\therefore x = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \Longrightarrow \boxed{x = \frac{\begin{pmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}}}$$

بنفس الطريقة

$$\boxed{y = \frac{\begin{pmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}}}$$

مثال: حل المعادلتين لقيم x و y

$$2x - 3y = 8$$

$$3x + y = 1$$

الطريقة 1: (استخدام طريقة المحددات)

$$\therefore x = \frac{\begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}} = \frac{8+3}{2+9} = 1$$

$$\therefore y = \frac{\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}} = \frac{2-24}{2+9} = -2$$

الطريقة 2: (استخدام المصفوفة المعكوسة)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}}_{C}$$

$$adj(A) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$det(A) = 11$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} 1\times 8 + 3\times 1 \\ -3\times 8 + 2\times 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} 11 \\ -22 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$\therefore x = 1$

$y = -2$

واجبات اضافية

<u>السؤال الاول</u>: حل المعادلتين لايجاد قيم x و y بطريقة المحددات

$$2x - 3y = 7$$

$$3x + 5y = 1$$

<u>السؤال الثاني</u> : المصفوفة A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

1) جد $|A|$
2) جد $adj\ (A)$
3) اثبت ان $A.adj(A) = |A|I$
4) جد A^{-1}

<u>السؤال الثالث</u>: حل المعادلتين و اوجد قيم x و y

$$2x + y = 7$$

$$3x - 5y = 4$$

<u>السؤال الرابع</u>: حل المعادلتين واوجد قيم x و y

$$ax - 2by = c$$

$$3ax - 5by = 2c$$

السؤال الخامس: جد قيم x و y باستخدام المصفوفة المعكوسة.

$$\begin{vmatrix} 0 & y & x \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{و} \quad \begin{vmatrix} e^{x} & 0 \\ 1 & e^{2y} \end{vmatrix} = e^{4}$$

السؤال السادس: جد قيم x و y و z باستخدام المصفوفة المعكوسة

$$-2x + 3y - z = 1$$

$$x + 2y - z = 4$$

$$-2x - y + z = -3$$

السؤال السابع: حل المعادلتين و اوجد قيم x و y

$$2x + y = 5$$

$$e^{(x-y)} = e^{1}$$