

توزيع t (t-Distribution)

ان توزيع t يستخدم في انشاء فترات ثقة واختبار الفرضيات المتعلقة بالمتوسطات عندما يكون تباين المجتمع غير معلوم وعندما يكون حجم العينة صغير.

صفات توزيع t (Properties of the t-Distribution)

1- ان دالة كثافة الاحتمالية ل t هو

$$f(t) = \frac{k}{\left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{(v+1)/2}}$$

v درجات الحرية

k عدد ثابت يعتمد على درجات الحرية

لاحظ بانه المعلمة الوحيدة ل t هي v وان دالة كثافة الاحتمالية هذه تحتوي على t و v فقط. ان متوسط توزيع t=0 وتباين يساوي $\frac{v}{v-2}$.

2- ان توزيع المعادلة اعلاه لا تحتاجها لان المساحة تحت المنحني قد حسبت في جداول منفصلة تفي متطلبات معظم المسائل.

3- ان توزيع t هو توزيع مضبوط Exact Distribution

$$-\infty < 1 < \infty$$

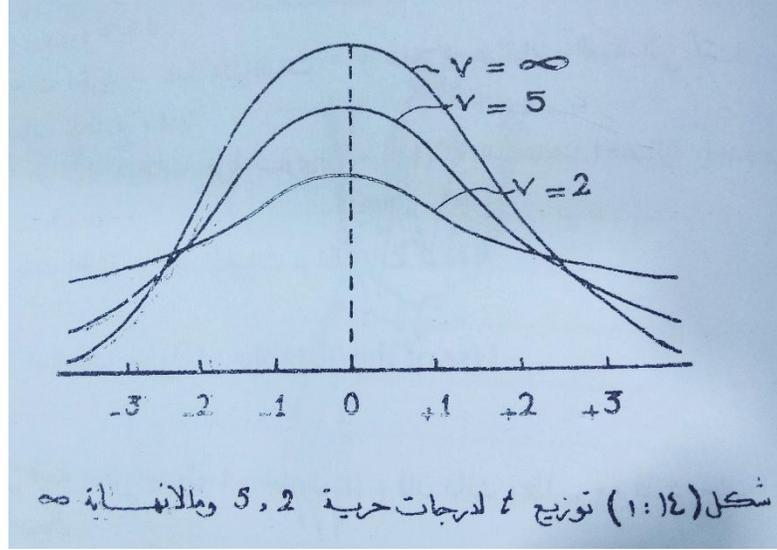
5- التوزيع ذو قيمة واحدة على شكل ناقوسي متمائل حول الصفر.

6- توزيع t اكثر تفلطحاً من التوزيع الطبيعي اي ان المساحة في طرفيه اطول.

7- اذا زاد حجم العينة n الى ان يصل ∞ فان يتشابه مع التوزيع الطبيعي.

8- نحتاج معرفة درجات الحرية فقط لاستخراج احتمالاته من جدول t.

والشكل التالي يبين توزيع t لدرجات حرية مختلفة



مفهوم درجات الحرية The Concept of degrees of Freedom

لتوضيح مفهوم درجات الحرية ببسط حالاتها افرض ان عينة حجمها 5 (n=5) قد اختيرت. فما ذكرنا سابقا بان مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي يساوي صفر اي:

$$\sum (y_i - \bar{y}) = 0$$

لذا سيكون لدينا 5 انحرافات ولتكن D1, D2, D3, D4, D5 فاذا عرفنا اي اربعة من هذه الانحرافات فاننا بسهولة سنعرف الخامسة لان مجموعهم يساوي صفر. ولذلك فلنا الحرية التامة لاعطاء قيم لاربعة منهم اما الخامسة فليس لنا الحرية لاختيار قيمة لها لانه قد حددت قيمتها بعد معرفة قيم الاربعة:

$$D1=9, D2=-7, D3=0, D4=4$$

فان قيمة D5 قد تحدد كالتالي

$$D5=0 - (D1+ D2+ D3+ D4)=-6$$

لذا فاذا كان لدينا عينة حجمها n فلنا حرية ايجاد قيمتها (n-1) لاختيار قيم للانحرافات عن الوسط الحسابي للعينة. لذا فان SS (sum of squares) الذي هو مجموع مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي لها درجات حرية قدرها (n-1) وبالتالي فان درجات الحرية للتباين S^2 هو ايضا (n-1).

ومن الجدير بالملاحظة هو ان مجموع مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي للمجتمع μ اي $\sum (y_i - \mu)^2$ له درجات حرية n وليس (n-1) لان مجموع الانحرافات $\sum (y_i - \mu)$ ليست بالضرورة تساوي صفر (لان n هو حجم احد عينات المجتمع) وبصورة عامة فان: درجات الحرية = عدد المشاهدات - (عدد احصائيات العينة التي استخدمت لتقدير معالم المجتمع)

فمثلا $\sum (y_i - \bar{y})^2$ له درجات حرية تساوي (n-1) لاننا استخدمنا احصائية واحدة هي \bar{y} كتقدير للمعلمة μ .

او درجات الحرية = عدد المتغيرات او المقارنات المستقلة.

استعمال جدول t (Use of the t-table)

لتعيين قيمة t من الجدول (جدول II) فان ذلك يتطلب معرفة درجات الحرية ومستوى الاحتمالية.

| v | α |
|----------|--------------------|
| x | t_{∞} |
| ∞ | |

مثال/ درجات الحرية تساوي 15 ومستوى المعنوية 0.05.
قيمة t تساوي

$$t_{\frac{\alpha}{2},v} = t_{0.025,15} = \pm 2.131$$

$$P(-2.131 < t < 2.131) = 0.95$$

اي ان اذا كانت درجات الحرية = 15 فان قيمة t لعينة عشوائية حجمها 16 اختيرت من مجتمع طبيعي ستقع بين 2.131 و -2.131 باحتمال قدره 0.95 وكما في الشكل التالي:

