الفصل الخامس

مقاييس التشتت اوالاختلاف Measures of Dispersion OR Variation

يقصد بالتشتت او الاختلاف بانه التباعد او التقارب الموجود بين قيم المشاهدات التابعة لمتغير ما. ومقاييس التشتت هي لمدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها.

ومن اهم مقاييس التشتت:

1- مقاييس التشتت المطلق:
اي التي تكون وحداتها نفس وحدات القيم الاصلية واهمها:
1- المدى The Range
2- الانحراف المتوسط The Mean Deviation
3- التباين والانحراف القياسي The Variance and the Standard Deviation
2- مقاييس التشتت النسبي
اي التي تكون خالية من وحدات القياس واهمها:
معامل الاختلاف Coefficient of Variation

1-5 مقاييس التشتت المطلق:-

1- **المدى** The Range

المدى لمجموعة من القيم هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة في تلك المجموعة ويرمز له بـR

$$R = y_{max} - y_{min}$$

مثال: اوجد المدى لكل من المجموعات التالية:

a- yi= 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5
b- yi= 9, 3, 8, 8,9, 8,9,18

الحل/

$$a)\ R = y_{max} - y_{min} = 18 - 3 = 15$$

$$b)\ R = y_{max} - y_{min} = 18 - 3 = 15$$

2- الانحراف المتوسط The Mean Deviation
1- للبيانات غير المبوبة
الانحراف المتوسط هومتوسط الانحرافات المطلقة (باهمال الاشارة) عن وسط الحسابي ويرمز له ب M.D. اي ان:

$$M.D. = \frac{\sum|yi - \bar{y}|}{n}$$

مثال: اوجد الانحراف المتوسط للقيم التالية:
yi= 9, 8, 6, 5, 7

الحل/

yi	$yi-\bar{y}$	$\lvert yi-\bar{y}\rvert$
9	2	2
8	1	1
6	-1	1
5	-2	2
7	0	0
$\sum yi = 35$ $\bar{y} = 7$	0	6

$$M.D. = \frac{\sum|yi-\bar{y}|}{n} = \frac{6}{5} = 1.2$$

ب- البيانات المبوبة

$$M.D. = \frac{\sum fi|yi-\bar{y}|}{\sum fi}$$

مثال/ اوجد الانحراف المتوسط لجدول التوزيع التكراري التالي:

جدول توزيع عدد من طلبة المرحلة الرابعة حسب اوزانهم (كغم)

فئات الوزن (كغم)	عدد الطلبة
62-60	5
65-63	18
68-66	42
71-69	27
74-72	8
المجموع	100

الحل/

الفئات	fi	yi	$fi*yi$	$\lvert yi-\bar{y}\rvert$	$fi\lvert yi-\bar{y}\rvert$
62-60	5				
65-63	18				
68-66	42				
71-69	27				
74-72	8				
	100				

2- التباين والانحراف القياسي Variance and Standard Deviation

لكي يمكننا التغلب على مشكلة الاشارات عند جمع الانحرافات والتي تؤدي دائما (لان يكون مجموع انحرافات اي عينة عن وسطها الحسابي يساوي صفر) وبلا من اخذ القيم المطلقة للانحرافات (بدون اشارات) فاننا نستطيع ان نتغلب على ذلك بطريقة اخرى وهي بتربيع قيم الانحرافات (sum of squares) والتي يرمز لها (SS) وعلى ذلك فان:

$$SS = \sum (yi - y)^2$$

ولكي ناخذ في الاعتبار حجم العينة حتى يمكن مقارنة العينات المختلفة الاحجام فاننا نقسم مجموع مربعات الانحرافات على درجات الحرية (n-1) وبذلك نحصل على ما يسمى بالتباين (S^2)

$$S^2 = \frac{\sum (yi - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}$$

ويلاحظ ان القانون السابق هو لحساب تباين العينة, اما اذا كانت قيم المشاهدات تمثل المجتمع كله فان التباين (ويرمز له في هذه الحالة σ^2 وتلفظ باللاتيني sigma square) يحسب كما يلي:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (yi - \mu)^2}{N}$$

حيث ان: μ الوسط الحسابي للمجتمع

N عدد مفردات المجتمع

واذا كانت المشاهدات عبارة عن وزن او مبالغ او اعداد عمال فان التباين يكون مقاسا بالكيلوغرام المربع او العامل المربع ... وهذه كلها غير ذات معنى. وكحل لهذه المشكلة فاننا ناخذ الجذر التربيعي للتباين لنحصل على قيمة (S) اي $S = \sqrt{S^2}$ وهو ما يسمى بالانحراف القياسي والذي يكون مقاسا بالوحدات الاصلية.

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum (yi - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}}$$

ويكون الانحراف القياسي للمجتمع $(Sigma)$ σ هو:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (yi - \mu)^2}{N}}$$

س/ اثبت ان معادلتي التباين (او الانحراف القياسي) السابق ذكرهما متساويتان؟

الحل/

ب- البيانات المبوبة

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum fi(yi - \bar{y})^2}{\sum fi - 1}} = \sqrt{\frac{\sum fi\, yi^2 - \frac{(\sum fi\, yi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1}}$$

مثال/ احسب الانحراف القياسي والتباين لجدول التوزيع التكراري.

الفئات	fi	yi	$yi - \bar{y}$	$(yi - \bar{y})^2$	$fi(yi - \bar{y})^2$
60-62	5	61	-6.45	41.6025	208.0125
63-65	18	64	-3.45	11.9025	214.2450
66-68	42	67	-0.45	0.2025	8.5050
69-71	27	70	2.55	6.5025	175.5675
72-74	8	73	5.55	30.8025	246.4200
	100				852.7500

فمجموع المربعات **SS** ***هو:***

$$SS = \sum fi(yi - \bar{y})^2 = 852.7500$$

اما التباين فهو:

$$S^2 = \frac{SS}{\sum fi - 1} = \frac{852.75}{99} = 8.6$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{8.6} = 2.9$$

2- الطريقة المختصرة

الفئات	fi	yi	$fi\, yi$	yi^2	$fi\, yi^2$
60-62	5	61			
63-65	18	64			

66-68	42	67			
69-71	27	70			
72-74	8	73			
	100				

اهم خواص التباين والانحراف القياسي

1- *عند اضافة او طرح عدد ثابت الى كمية من قيم المشاهدات فان قيمة التباين والانحراف القياسي لا يتغيران.*
2- *اذا ضربت كل من قيم المشاهدات بعدد ثابت فان التباين للقيمة الجديدة تساوي التباين للقيمة الاصلية في مربع العدد الثابت.*
3- *اذا كانت كل من* x *و* y *متغيرين وكان المتغير* z *يساوي مجموعهما فان تباين* z *=تباين* x *+ تباين* y.

3- *مقياس التشتت النسبي*

$$C.V. = \frac{S}{\bar{y}} * 100$$

4- *الدرجات القياسية* Standardized Scores

$$Zi = \frac{yi - \bar{y}}{S}$$