

## الفصل الرابع

### مقياس التمرکز او التوسط Measures of Central Tendency

ان معظم القيم لمختلف الظواهر الطبيعية تتمركز عادة في الوسط او قريبة منه. ومقاييس التمرکز او التوسط لاي مجموعة من البيانات التابعة لظاهرة ما هي تلك المقاييس التي تبحث في تقدير قيمة تتمركز حولها اغلبية هذه البيانات وان هذه القيمة المتوسطة او المتمركزة هي رقم واحد يعبر عن او يمثل جميع بيانات تلك المجموعة.

واهم مقاييس التوسط هي:

1- الوسط الحسابي ( او الوسيط) The Arithmetic Mean

2- الوسيط The Median

3- المنوال The Mode

4- الوسط التربيعي The Quadratic Mean

5- الوسط الهندسي The Geometric Mean

6- الوسط التوافقي The Harmonic Mean

ويمكن حساب كل من هذه المقاييس اعلاه في كل من البيانات المبوبة وغير المبوبة.

1-4 الوسط الحسابي ( او الوسيط) The Arithmetic Mean

الوسط الحسابي او المتوسط لقيم الناتجة من قسمة مجموع تلك القيم على عددها ويرمز له بالرمز  $y$  ويمكن حسابه:

ا- من البيانات غير المبوبة:

$$y = \frac{\sum y_i}{n}$$

حيث ان:  $y$  الوسط الحسابي

$y_i$  المشاهدات

مثال: البيانات التالية تمثل كمية المطر الساقطة سنويا (بالمليمترات) على مدينة الموصل خلال فترة خمس سنوات 520 350 450 380 400 فما هو متوسط المطر خلال هذه الفترة؟

$$y = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{520 + 350 + 450 + 380 + 400}{5} = \frac{2100}{5} = 420 \text{ mm}$$

مثال: احسب الوسط الحسابي لاطوال نباتات القطن في الجدول التالي وقبل تبويبها.

جدول اطوال 80 نباتا من نباتات القطن مقدره بالسنتمترات

80	87	98	81	74	48	79	80
78	82	93	91	70	90	80	84
73	74	81	56	65	92	70	71
86	83	93	65	51	85	68	72
68	86	43	74	73	83	90	35
75	67	72	90	71	76	92	93
81	88	91	97	72	61	80	91
77	71	59	80	95	99	70	74
63	89	67	60	82	83	63	60
75	78	88	66	70	88	76	63

$$y = \frac{\sum yi}{n} = \frac{80 + 78 + 73 + \dots + 63}{80} = \frac{6125}{80} = 76.56 \text{ cm}$$

ب- من البيانات مبوبة:

وخطوات ايجاد الوسط الحسابي في بيانات مبوبة هي كالاتي:

- 1- تعيين مراكز الفئات  $y_i$
- 2- ضرب مركز كل فئة بمقدار تكرارها  $(f_i y_i)$
- 3- قسمة مجموع (حاصل ضرب مركز كل فئة + تكرار) على مجموع التكرارات

$$y = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i}$$

مثال: استخراج الوسط الحسابي لاطوال النباتات من جدول التوزيع التكراري

الحل: عين مركز الفئات ثم اضرب مركز فئة X تكرارها كما في الجدول التالي:

الفئات	$f_i$ التكرار	$y_i$ مركز الفئات	$f_i \times y_i$
40-31	1	35.5	35.5
50-41	2	45.5	91.0
60-51	5	55.5	277.5
70-61	15	65.5	982.5
80-71	25	75.5	1887.5
90-81	20	85.5	1710.0
100-91	12	95.5	1146.0

$\sum f_i y_i = 6130$	$\sum f_i = 80$
-----------------------	-----------------

$$y = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{6130}{80} = 76.62 \text{ cm}$$

### خصائص الوسط الحسابي

- 1- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفر  
 للبيانات غير المبوبة  $\sum (y_i - y) = 0$   
 للبيانات المبوبة  $\sum f_i (y_i - y) = 0$
- 2- مجموع مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي هي اقل ما يمكن اي اقل من مجموع مربعات الانحرافات عن اية قيمة غير الوسط الحسابي نفسه اي ان  $\sum (y_i - y)^2$  اقل ما يمكن.
- 3- عند اضافة عدد ثابت (k) الى كل قيمة من قيم المشاهدات فان:  
 الوسط الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الاصلية + العدد الثابت  

$$x_i = y_i + k$$

$$x_i = y_i + k$$
- 4- اذا ضربت كل قيمة من قيم المشاهدات في قيمة ثابتة (k) فان:  
 الوسط الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الاصلية X العدد الثابت (k)  

$$z_i = k y_i$$

$$z_i = k y_i$$
- 5- الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين اي:  

$$z_i = k y_i + y_i$$

$$z = x + y$$

## 2-4 الوسط الهندسي The Geometric Mean

## 3-4 الوسط التوافقي

## 4-4 الوسط التربيعي (Q) The Quadratic Mean

### ا- البيانات غير المبوبة: الوسط

الوسط التربيعي هو الجذر التربيعي للوسط الحسابي لمربعات القيم او المشاهدات.

$$\bar{Q} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n}}$$

مثال/ اوجد الوسط الطبيعي للبيانات التالية:  $y_i = 1, 3, 4, 5, 7$

$$\bar{Q} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{1^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 7^2}{5}} = \sqrt{20} = 4.47$$

ان الوسط التربيعي يطبق بكثرة في العلوم الفيزيائية

ب- البيانات المبوبة

$$\bar{Q} = \sqrt{\frac{\sum f_i y_i^2}{n}}$$

مثال/ اوجد الوسط التربيعي للتوزيع التكراري في الجدول التالي:

$f_i \times y_i^2$	$y_i^2$	$y_i$	$f_i$	الفئات
18605	3721	61	5	62-60
73728	4096	64	18	65-63
188538	4489	67	42	68-66
132300	4900	70	27	71-69
42632	5329	73	8	74-72
455803			100	

$$\bar{Q} = \sqrt{\frac{\sum fi yi^2}{n}} = \sqrt{\frac{455803}{100}} = 67.51$$

#### 5-4 الوسيط $\overline{Me}$ The Median

ا- البيانات غير المبوبة (رتب الاعداد ترتيبا تصاعديا او تنازليا):

1- عدد فردي (فان قيمة الوسيط التي ترتيبها  $\frac{n+1}{2}$ )

$$\overline{Me} = y_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

2- عدد زوجي (فان قيمة الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبها  $\frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2}$ )

$$\overline{Me} = \frac{y_{n/2} + y_{1+n/2}}{2}$$

مثال/ اوجد الوسيط لدرجات طالب في خمسة امتحانات بدرس الاحصاء اذا كانت الدرجات

هي: 80, 82, 76, 87, 84

الحل/

مثال/ اوجد الوسيط للقيم التالية:

$y_i = 5, 4, 8, 7, 3, 12, 9, 2$

ب- البيانات المبوبة

فيكن حسابها بالاستعانة بجدول التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي

$$\overline{Me} = L_1 + \left[ \frac{\left( \sum f_i / 2 \right) + F_i}{f_i} \right] * w$$

$L_1$  الحد الادنى الحقيقي لفئة الوسيط

$F_i$  التكرار المتجمع عند بداية فئة الوسيط

$f_i$  تكرار فئة الوسيط = التكرار المتجمع عند نهاية الوسيط - التكرار المتجمع عند بداية فئة الوسيط

$w$  طول فئة الوسيط

خطوات ايجاد الوسيط هي:

- 1- عمل جدول توزيع تكراري تجميحي تصاعدي او تنازلي
- 2- ايجاد ترتيب الوسيط  $\frac{\sum fi}{2}$
- 3- نحدد فئة الوسيط وهي الفئة التي تقع قيمة الوسيط بين حديها وذلك عن طريق ايجاد قيمتين متتاليتين في التكرار التجميحي التصاعدي يقع بينهما ترتيب الوسيط.
- 4- تطبيق القانون

مثال/ اوجد الوسيط للتوزيع التكراري في الجدول

فئة الوسيط	المتجمع الصاعد		$fi$	الفئات
	Fi			
	0	اقل من 60	5	62-60
	5	اقل من 63	18	65-63
	23	اقل من 66	42	68-66
	65	اقل من 69	27	71-69
	92	اقل من 72	8	74-72
	100	اقل من 74		
			100	

$$\frac{\sum fi}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

المنوال او القيمة ( $\overline{Mo}$ ) The Mode

ا- البيانات الغير مبوبة

المنوال هو المشاهدات او القيمة الاكثر تكرارا بين المشاهدات.

مثال/ اوجد المنوال لكل من البيانات التالية

1- 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6

2- 51.6, 48.7, 50.3, 49.5, 48.9 (لا يوجد منوال لهذه المفردات)

ب- البيانات المبوبة

تمثيل مراكز الفئات في الجدول التوزيع التكراري مع تكرارها

$$\overline{Mo} = L_1 + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) + w$$

$L_1$  الحد الاعلى الحقيقي لفئة المنوال

$d_1$  الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة السابقة بها

$d_2$  الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة اللاحقة بها

$w$  طول الفترة

مثال/ اوجد المنوال لجدول التوزيع التكراري

الفئات	$f_i$
62-60	5
65-63	18
68-66	42
71-69	27
74-72	8
	100

فئة المنوال:

ان الفئة 68-66 لها اكبر التكرارات (42) فهي فئة المنوال الحد الادنى الحقيقي لفئة المنوال

$$L_1 = 65.5$$

$$d_1 = 42 - 18 = 24$$

$$d_2 = 42 - 27 = 15$$

$$\overline{Mo} = L_1 + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) + w = 65.5 + \left( \frac{24}{24 + 15} \right) * 3 = 67.35$$

ويمكن تقدير المنوال بطريقة الرسم البياني للمدرج التكراري وذلك باستعمال مستطيل الفئة المنوالية وهو اعلى مستطيل لانه يمثل اكثر التكرارات وكما في الشكل:

Finding Mode Graphically

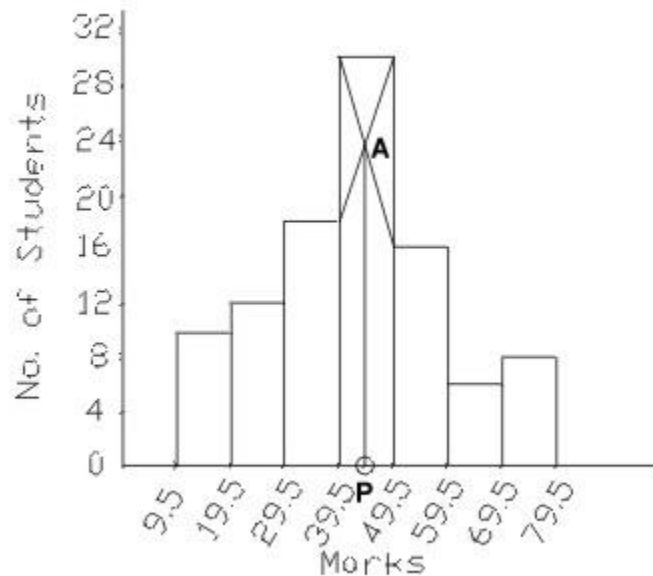
Marks inclusive series	Conversions into exclusive series	No. of students (frequency)
(x)		(f)
10-19	9.5-19.5	10
20-29	19.5-29.5	12
30-39	29.5-39.5	18
40-49	39.5-49.5	30
50-59	49.5-59.5	16
60-69	59.5-69.5	6

Marks inclusive series	Conversions into exclusive series	No. of students (frequency)
70-79	69.5-79.5	8

The following steps must be followed to find the mode graphically.

1. Represent the given data in the form of a Histogram. The height of the rectangles in the histogram is marked by the frequencies of the class interval as shown in the graph. Identify the highest rectangle. This corresponds to the modal class of the series.
2. Join the top corners of the modal rectangle with the immediately next corners of the adjacent rectangles. The two lines must be cutting each other. This might be difficult to visualize so look at the graph given below.
3. Let the point where the joining lines cut each other be 'A'. Draw a perpendicular line from point A onto the x-axis. The point 'P' where the perpendicular will meet the x-axis will give the mode.

The Histogram



In this case the value of point P turns out to be 44.12