الإحداثيات القطبية (Polar Coordinates)

لتكن $(r \geq 0)$ ، Θ إحداثيات قطبية للنقطة p التي تقابل العدد المعقد غير الصفر

$$x = r\cos\Theta \quad , \quad y = r\sin\Theta$$ لما كان $Z = x + iy$

فأن العدد المعقد Z يمكن أعادة كتابته بالصيغة $Z = r(\cos\Theta + i\sin\Theta)$ أن العدد الحقيقي r هو طول المتجه الذي يمثل Z أي أن $|Z|$ r والعدد الحقيقي Θ يسمى زاوية العدد المعقد Z (argument of Z) يكتب $\Theta = \arg Z$

أن زاوية العدد المعقد Z أي الزاوية Θ هي الزاوية التي يصنعها المتجه Z مع محور الموجب باتجاه عكس عقارب الساعة وبذلك ستكون $(\Theta -)$ باتجاه عقارب الساعة، وعلى ذلك فأن لكل Θ عدد غير منته من القيم الحقيقية تختلف عن بعضها بمضاعفات 2 ويمكن أيجاد هذه القيم

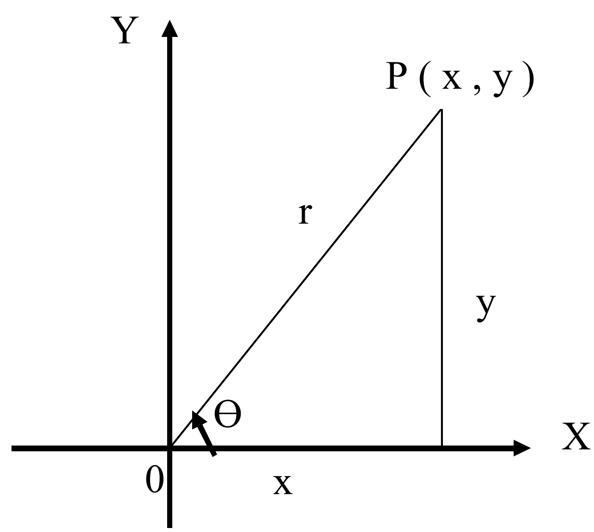
من المعادلة $\tan\theta = \frac{y}{x}$

أي أن الزاوية Θ يمكن كتابتها بالصورة $\arg Z = \Theta + 2k\Pi$ حيث أن $k \in Z$ $(k = 0, \pm1, \pm2, \ldots)$ وتعتبر الزاوية Θ بأنها أصغر زاوية للعدد المركب وتكون محصورة بالفترة $\infty \leq \arg Z < -\infty$ ، أما اكبر زاوية للعدد المركب الواقعة بالفترة $-\Pi < \text{Arg}\,\Theta \leq \Pi$ وتسمى (الزاوية الأساسية للعدد المركب) وهي **اكبر زاوية للعدد المركب** الوقعة بالفترة $(-\Pi , \Pi]$.

أي أن الزاوية الأساسية للعدد المركب هي القيمة الوحيدة لـ $\arg Z$ وعليه تكون

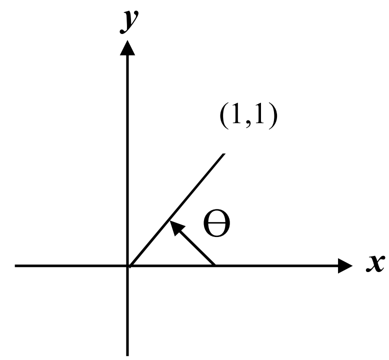
$$\arg Z = \text{Arg}\, Z + 2k\Pi \quad \text{أو} \quad \arg Z = \Theta + 2k\Pi$$

وان $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$



والآن سوف نعطي بعض الأمثلة التوضيحية عن هذا الموضوع وسنركز على استخراج **الزاوية الأساسية** (فقط) للعدد المركب أثناء الحل.

***Example*: write in the polar form z =1 + i**



Sol.: $r = |Z| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$$\Theta = \tan^{-1}\frac{1}{1} = 45° = \frac{\Pi}{4}$$

$$\therefore\ Z = r\left(\cos\frac{\Pi}{4} + i\sin\frac{\Pi}{4}\right)$$

نلاحظ أن العدد المركب يقع في الربع الأول من خلال الانتباه إلى إشارة كل من (x, y)

Ex.: write in the polar form 1- i √ 3

Sol.: $r = |Z| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$

$$\Theta = \tan^{-1}\frac{-\sqrt{3}}{1} = -\frac{\Pi}{3}$$

$$\therefore\ Z = r\left(\cos -\frac{\Pi}{3} + i\sin -\frac{\Pi}{3}\right)$$

في هذا المثال نلاحظ أن العدد المركب يقع في الربع الرابع من خلال الانتباه إلى إشارة كل من (x, y) أي أن الزاوية هنا سوف تأخذ الاتجاه السالب.

ملاحظة/ كلما كانت إشارة <u>الجزء الخيالي (y)</u> سالبة كانت إشارة الزاوية سالبة.

Exercise: write in polar form

1) Z = -1 - i

2) Z = -1 + i

3) Z = i

4) Z = - i

5) Z = 1

6) Z = -1