$$E_k = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2}(\rho_0 A\, dx) V^2$$

وأن الطاقة الحركية لوحدة الحجم (كثافة الطاقة الحركية ρ_k)
تساوي:

$$\rho_k = \frac{E_k}{A\, dx} = \frac{1}{2}\rho_0 V^2$$

وأن متوسط كثافة الطاقة الحركية $\bar{\rho}_k$ في الوسط الناقل للموجة الصوتية المستوية يساوي:

$$\bar{\rho}_k = \frac{1}{2}\rho_0 \bar{V}^2$$

حيث أن $\bar{V}^2$ متوسط مربع سرعة الجسيمات

ويمكن إثبات أن متوسط مربع سرعة الجسيمات يساوي*:

(* الإثبات مطلوب في كتاب الصوت والحركة الموجية للدكتور أحمد عبد الرزاق كريم ص 385)

$$\bar{V}^2 = \frac{1}{2} V_0^2$$

$$\therefore \bar{\rho}_k = \frac{1}{4}\rho_0 V_0^2 = \frac{1}{4}\rho_0 \omega^2 \eta_0^2 \quad --- (47)$$

حيث أن η_0: أقصى قيمة للإزاحة

(2) الطاقة الكامنة E_p: وهي الطاقة التي تمتلكها الجسيمات بسبب موضعها ومرونة المائع. ويمكن إيجادها من حساب مقدار الشغل (Pdv) المنجز على كتلة ثابتة من الغاز وأن حجمها هو v عندما تكون في حالة توازن خلال العملية الأديباتيكية أثناء مرور الموجة الصوتية حيث تكون الطاقة الكامنة:

$$E_p = -\int P\, dv$$

حيث أن: P (الضغط)، v (الحجم)

الإشارة السالبة تدل على أن أي زيادة في الضغط P' يرافقها نقصان بالحجم v والعكس بالعكس وكما مبين بالشكل (الأول)

هذا ويمكن إثبات أن متوسط الطاقة الكامنة $\bar{\rho}_p$ يساوي*

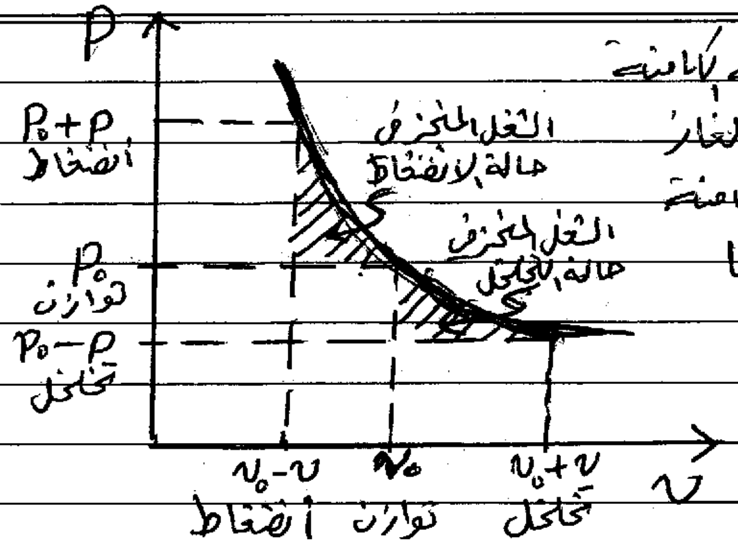
(* نفس المصدر ص 386)

$$\bar{\rho}_p = \frac{1}{4}\rho_0 V_0^2 \quad --- (48)$$

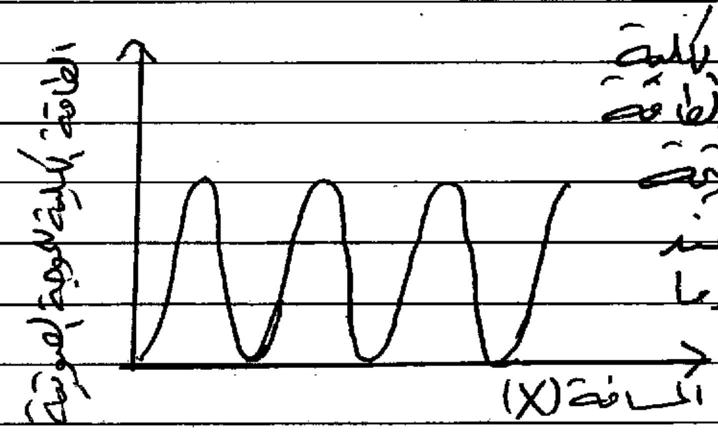
ومن مقارنة المعادلتين (47) و (48) نجد أن متوسط قيم كثافة الطاقة الكامنة والحركية للموجات الصوتية تكونان متساويتان

أي أن متوسط كثافة الطاقة الصوتية الكلية يساوي:

$$\bar{\rho}_T = \bar{\rho}_k + \bar{\rho}_p = \frac{1}{2}\rho_0 V_0^2 \quad --- (49)$$



الشكل الأول: يوضح أن مقدار الطاقة الكامنة (المساحة المظللة العليا) التي اكتسبها الغاز في حالة الانضغاط تساوي الطاقة الكامنة (المساحة المظللة السفلى) التي اكتسبها الجسم في حالة التخلخل (وكلاهما تساوي $\frac{1}{2}\rho V_0^2$).



الشكل الثاني: يوضح توزيع الطاقة الكلية للموجة الصوتية في الغاز وأن كلاً من الطاقة الحركية والكامنة تكونان عند أقصى قيمة لها عندما تكون سرعة الجسيمات V_0 عند أقصى قيمة لها وتساويان صفر عندما سرعة الجسيمات V_0 تساوي صفر.

شدة الصوت:

شدة الصوت أو شدة الموجات الصوتية هي متوسط المعدل الزمني لتدفق الطاقة الصوتية خلال وحدة المساحة العمودية على اتجاه تقدم الموجة وتقاس بوحدات (جول/ثانية.م^2) أو (واط/م^2)

أن متوسط كثافة الطاقة الكلية هو كما في معادلة (49)

$$\bar{E}_T = \bar{E}_k + \bar{E}_p = \frac{1}{2}\rho_0 V_0^2$$

وأن متوسط الطاقة الصوتية التي يحتويها عمود طوله $U\,dt$ ومساحة مقطعه A يساوي $(\frac{1}{2}\rho_0 V_0^2 U A\,dt)$.

وأن متوسط الطاقة الصوتية التي تتدفق خلال المساحة A وفي وحدة الزمن يساوي $(\frac{1}{2}\rho_0 V_0^2 U A)$

وأن متوسط الطاقة الصوتية التي تتدفق خلال وحدة المساحة في وحدة الزمن والتي تمثل شدة الصوت I وتساوي $I=\frac{1}{2}\rho_0 V_0^2 U$

حيث: V_0: سرعة الجسيمات ، U: سرعة الموجة الصوتية

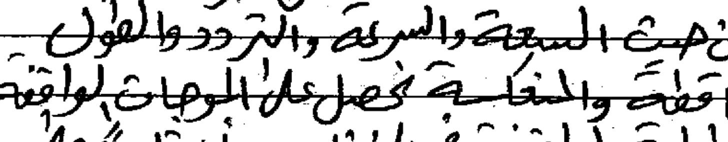
وأن الموجات الصوتية المسموعة كما ذكرنا سابقاً تتراوح شدتها بين $(10^{-12} \rightarrow 1)$ Watt/m^2 واط/م^2

تداخل الموجات الطولية (الموجات الطولية الواقفة في أنابيب رنين)

عند التقاء سلسلتين من الموجات المتماثلة تماما في اتجاهين متعاكسين خلال نفس الوسط نحصل على نمط الموجات الواقفة. وأن ما ينطبق على الموجات المستعرضة الواقفة (الفصل السادس) ينطبق على الموجات الطولية الواقفة، فعند انحدار موجات طولية داخل أنبوب مجوف محدد الطول فإنها سوف تنعكس عندما تصل طرف الأنبوب وعندما يكون الانعكاس كاملا (من حيث السعة والسرعة والتردد والطول الموجي) ويتم تراكب الموجات الساقطة والمنعكسة نحصل على الموجات الواقفة وهناك عدة حالات للموجات الطولية الواقفة في الأنابيب اعتمادا على الشروط الحدودية.

(1) الموجات الواقفة في أنبوب مجوف مغلق الطرفين

نفرض لدينا أنبوب مجوف أحد طرفيه مغلق والآخر مغلق بمكبس، ولنفرض أن طول الأنبوب L والأنبوب يحتوي على الهواء. للحصول على سلسلة من الموجات الطولية نحرك المكبس بحركة توافقية بسيطة على امتداد محور الأنبوب ولفترة قصيرة يبقى بعدها المكبس كحاجز للطرف المثبت فيه ونتيجة كحركة المكبس نحصل على موجات طولية ساقطة. وأن المعادلة التي تصف الموجة الساقطة بدلالة إزاحة الجسيمات المهتزة



$X=0$ $X=L$

$$\eta_1 = a\sin(wt-kx) \quad \text{---(1)}$$

عند وصول الموجة الساقطة الى الطرف المغلق للأنبوب فإنها سوف تنعكس وتتقدم نحو اليسار وأن المعادلة التي تصف الموجة المنعكسة هي:

$$\eta_2 = b\sin(wt+kx) \quad \text{---(2)}$$

أن أي جسيم يتأثر بالموجتين الساقطة والمنعكسة (وحسب قاعدة التركيب) تكون محصلة إزاحته:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = a\sin(wt-kx) + b\sin(wt+kx) \quad \text{---(3)}$$

لدينا شرطين حدوديين عند طرفي الأنبوب الثابتين المغلقين

(1) لجميع قيم t عند الطرف $X=0 \Leftarrow \eta=0$ (لأن المكبس صلب وثابت تماما)

(2) لجميع قيم t عند الطرف $X=L \Leftarrow \eta=0$ (لأن الطرف المغلق صلب وثابت تماما)

نطبق الشرط الحدودي الأول في المعادلة (3) نحصل على:

$$0 = a\sin wt + b\sin wt$$

$$\therefore \boxed{a = -b}$$

إذن

ستصبح سعة الموجة الساقطة تساوي سعة الموجة المنعكسة (الانعكاس التام)، والإشارة السالبة تعني أن هناك تغير بالطور مقداره نصف دورة ($\pi = 180^\circ$)

$$\therefore \eta = a\sin(wt - kx) - a\sin(wt + kx)$$

ولكن لدينا

but $\sin(a \mp b) = \sin a\cos b \mp \sin b\cos a$

$$\therefore \cancel{\eta = a\sin(wt - kx) - a\sin(wt + kx)}$$

$$\therefore \eta = -2a\cos wt\,\sin kx \quad \text{---} (4)$$

نطبق الشرط الحدودي الثاني على المعادلة (4) نحصل على:

$$0 = -2a\cos wt\,\sin kL$$

$$\because 2a \neq 0 \quad \text{and} \quad \cos wt \neq 0$$

$$\therefore \sin kL = 0$$

$$kL = n\pi \qquad (n = 1, 2, 3, 4 \ldots)$$

but $k = \frac{w}{u} = \frac{2\pi f}{u}$

من المعادلتين الأخيرتين نحصل على

$$\boxed{f_n = \frac{nu}{2L}} \quad \text{---} (5)$$

$$\because u = f_n\lambda_n \quad \therefore L = n\frac{\lambda_n}{2}$$

العلاقة الأخيرة تحدد عدد أنصاف الطول الموجي للموجة داخل عمود الهواء (عدد العقد)

n	L	التردد
1	$\frac{1}{2}\lambda$ (طول عمود الهواء يساوي نصف طول موجة)	التردد التوافقي الأول (التردد الأساسي)
2	λ (طول عمود الهواء L يساوي طول موجة)	التردد التوافقي الثاني
3	$\frac{3}{2}\lambda$ (طول عمود الهواء يساوي $\frac{3}{2}$ طول موجة)	التردد التوافقي الثالث

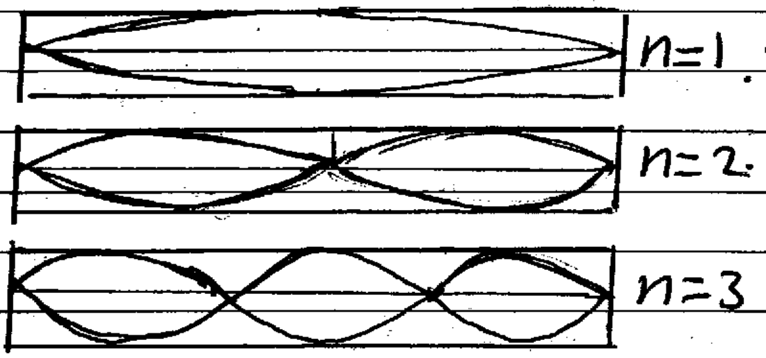
أن سرعة الصوت في مائع (مائع معين) تساوي

$$u = \sqrt{\gamma\frac{P_0}{\rho_0}}$$

وعليه فإن الترددات الطبيعية المحوية لعمود المائع (الهواء) داخل الأنبوب المغلق

$$\boxed{f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\gamma \frac{P_o}{\rho}}}$$

وهذا يشبه الى حد كبير الموجات المستعرضة في سلك مشدود من الطرفين.



الشكل: يوضح نمط الاهتزازات لعمود الهواء داخل انبوب مغلق الطرفين (رسمت الموجات مستعرضة للتوضيح فقط)

(2) الموجات الطولية الواقفة في انبوب مجوف مفتوح الطرفين:

نفرض لدينا أنبوب طوله L مفتوح الطرفين تولدت موجة طولية من أحد طرفيه متجهه نحو اليمين فإنها عندما تصل الى الطرف الثاني ستنعكس وتسير نحو اليسار ولكنها ستكون بنفس طول الموجة الساقطة.

يمكن تمثيل الموجة الساقطة بالمعادلة: $\eta_1 = a\sin(wt-kx)$ --- ①

معادلة الموجة المنعكسة $\eta_2 = b\sin(wt+kx)$ --- ②

أن اي جسم يتأثر بالموجتين الساقطة والمنعكسة (وحسب قاعدة التركيب) تكون محصلة أزاحته (أي معادلة الموجه الواقفة)

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = a\sin(wt-kx) + b\sin(wt+kx) \quad ③$$

عند الطرف مفتوح للأنبوب يكون الضغط الصوتي $\bar{P}$ صفر $(\bar{P}=0)$ (لان الضغط عند الطرف المفتوح يساوي الضغط الكوني)

$$\because \bar{P} = K\frac{\partial \eta}{\partial x} \Rightarrow \therefore \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad \text{وعند الطرف المفتوح للأنبوب}$$

لدينا شرطين حدودية عند طرفي الأنبوب المفتوحة