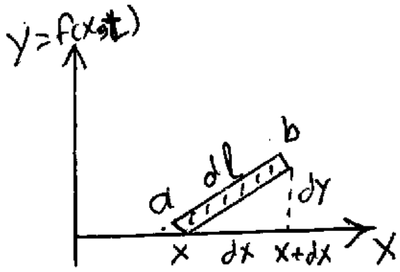
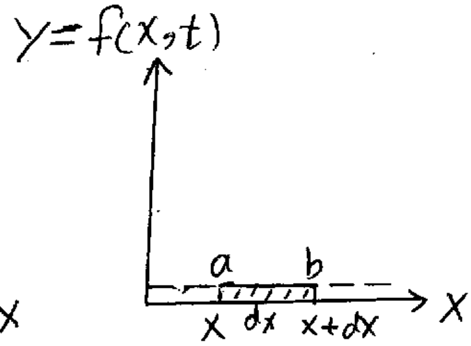


(ب) عند مرور موجة طول نفس العنصر dl



(أ) عدم مرور موجة طول العنصر dx

عند مرور موجة مستعرضة في السلك بالاتجاه الموجب لمحور X وتمر خلال الجزء ab وتزيحه ازاحة أسية مستعرضة قدرها dy كما مبين بالشكل (ب) بحيث أن:

$$Y = A\sin(Wt - KX) \quad --(1)$$

فان طاقة الموجة المستعرضة تكون كما يلي:

① الطاقة الحركية E_k

أن الطاقة الحركية الآنية للعنصر ab تساوي

$$E_k = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\mu\, dX\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)^2$$

حيث أن: $\mu \equiv$ الكثافة الخطية للسلك (كتلة وحدة الطول)

$V \equiv$ سرعة الجسيمات

تشتق المعادلة (1) بالنسبة الى الزمن t ونعوض بمعادلة الطاقة الحركية $\frac{\partial Y}{\partial t} = AW\cos(Wt-KX)$

$$E_k = \frac{1}{2}\mu\, dx\, A^2W^2\cos^2(Wt - KX)$$

ان الطاقة الحركية لوحدة الطول على امتداد محور X (وتسمى كثافة الطاقة الحركية ρ_k) وتساوي

$$\rho_k = \frac{E_k}{dX} = \frac{1}{2}\mu A^2W^2\cos^2(Wt - KX) \quad ---(9)$$

ان ρ_k تكون عادةً صغيرة لأنها تعتمد على مربع سرعة العنصر (dX) أي على (V^2) وهذه السرعة بدورها تعتمد على السعة A والتي هي مقدار ضئيل أيضاً.

② الطاقة الكامنة E_p

أن طول العنصر ab أثناء مرور الموجة هو dl بحيث أن

$$dl = \left[(dX)^2 + (dY)^2\right]^{1/2} = dX\left[1 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right)^2\right]^{1/2}$$

عندما $\left(\frac{\partial y}{\partial x} << 1\right)$ فان المفكوك حسب قاعدة تايلر

$$dl = dx\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$dl - dx = dx \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

أن $(dl - dx)$ يمثل مقدار الاستطالة في العنصر ab بسبب مرور الموجة وهو مقدار ضئيل جداً بحيث أن الشد T يبقى ثابتاً قبل وأثناء مرور الموجة في العنصر ab ، وبذلك فان الشد T ينجز شغل على العنصر ab أثناء مرور الموجة فيه وأن هذا الشغل يخزن في العنصر كطاقة كامنة مقدارها

الطاقة الكامنة في العنصر ab = الشغل الذي ينجزه الشد عليه = الازاحة ap' × قوة الشد

$$E_p = T(dl - dx) = \frac{1}{2}T\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 dx$$

$$E_p = \frac{1}{2}T\left[-AK\cos(wt - kx)\right]^2 \cdot dx$$

$$E_p = \frac{1}{2}TA^2K^2\cos^2(wt - kx)\,dx$$

ان الطاقة الكامنة لوحدة الطول على امتداد محور X (أو تسمى كثافة الطاقة الكامنة ρ_p) وتساوي :

$$\rho_p = \frac{E_p}{dx} = \frac{1}{2}TA^2K^2\cos^2(wt - kx) \quad \text{---} (10)$$

ولكن لدينا في معادلة (8)

$$U = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{w}{K} \Rightarrow TK^2 = \mu w^2 \quad \text{---} (11)$$

نعوض معادلة (11) بالمعادلة (10)

$$\rho_p = \frac{1}{2}\mu A^2 w^2\cos^2(wt - kx) \quad \text{---} (12)$$

من المعادلتين (9) و (12) نستنتج أن كثافة الطاقة الحركية تساوي كثافة الطاقة الكامنة في كل عنصر صغير على امتداد السلك الذي تسري فيه الموجة المستعرضة .

$$\rho_k = \rho_p = \frac{1}{2}\mu A^2 w^2\cos^2(wt - kx) \quad \text{---} (13)$$

ان كثافة الطاقة الكلية للموجة المستعرضة ρ_T تساوي :

$$\rho_T = \rho_k + \rho_p = 2\rho_k = 2\rho_p = \mu A^2 w^2\cos^2(wt - kx)$$

أن كثافة الطاقة الكلية التي تحتويها موجة كاملة λ تساوي $\left(\int_0^{\lambda} \rho_T\, dx\right)$

أما متوسط الطاقة الكلية لوحدة الطول (أي متوسط كثافة الطاقة الكلية) فإنها تساوي

$$\bar{\rho}_T = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda} \rho_T\, dx = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda} \mu A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx)\, dx$$

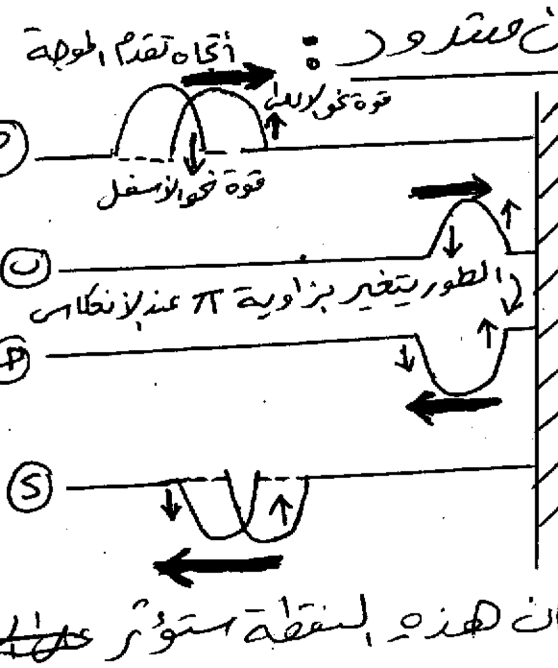
$$\bar{\rho}_T = \frac{1}{2}\mu A^2 \omega^2$$

أي أن طاقة الموجة التي سرعتها u والتي تنتقل على السلك تتدفق بمعدل $\left(\frac{1}{2}\mu A^2 \omega^2 u\right)$، أي أن القدرة (أو المعدل الزمني لسريان الطاقة) تتناسب طردياً مع مربع السعة A^2 ومربع التردد ω^2.

- انعكاس الموجة -

نفترض أن ~~ال~~ السلك المستخدم ذو طول لانهائي وذلك لتجنب حدوث انعكاس للموجة، ولكن من الناحية العملية لا يمكن الحصول على ذلك وأن السلك لا بد وأن يكون متصلاً بنقطة ثابتة أو متحركة وبذلك فإنه لا بد من حدوث انعكاس للموجة لأنه عند انتقال الموجة من وسط إلى آخر فإن جزء منها ينعكس إلى الوسط الأول وجزء ينفذ إلى الوسط الثاني. وتوجد هناك عدة حالات لانعكاس الموجة المستعرضة ومنها ما يلي:

(أ) انعكاس الموجة عند الطرف الثابت من سلك مشدود:

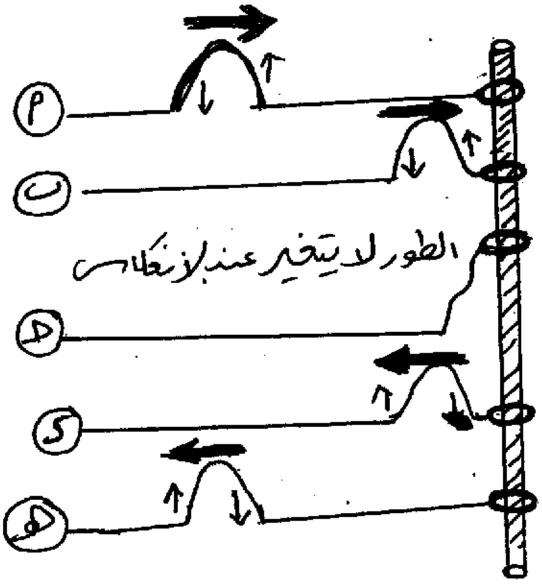


نفرض لدينا سلك ذو طول محدود ويتصل طرفه الأيمن بنقطة ثابتة في حائط (كما مبين بالشكل المجاور). نفرض أن الموجة تتقدم نحو اليمين (نحو الحائط الصلب)، فعندما تصل مقدمة النبضة إلى الحائط فإنها تؤثر بقوة نحو الأعلى في نقطة الاتصال الثابتة والتي لا تتحرك (كونها جزء من حائط صلب) وبذلك فإن هذه النقطة ستؤثر ~~على الحائط~~

على السلك لقوة رد فعل (حسب قانون نيوتن الثالث) نحصل على نبضة مقلوبة بزاوية (180°) وتتقدم باتجاه معاكس للموجة الساقطة (تتقدم نحو اليسار مبتعدة عن الحائط). وتحدث حالة انعكاس كامل للموجة (لأن نقطة الاتصال هو جزء من حائط صلب) وبذلك لا يرافق الانعكاس أي فقدان في الطاقة.

وفي حالة سقوط سلسلة متتالية من الموجات يحدث انعكاس متتابع لها، ويحدث تداخل بين الموجتين الساقطة والمنعكسة ويكون التداخل هدام إذ تكون محصلة الإزاحة عند نقطة الاتصال تساوي صفر لأن الموجتين الساقطة والمنعكسة متشابهتين بكل شيء وبينهما فرق بالطور مقداره 180°.

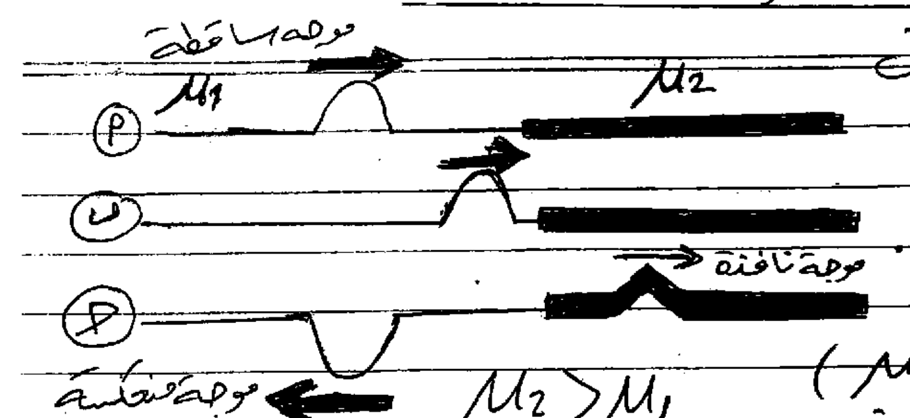
ب) انعكاس الموجة عند الطرف الحر.



لنفرض أن الطرف الأيمن ربط إلى حلقة خفيفة وملساء تتحرك بصورة حرة على قضيب عمودي أملس، فعند وصول الموجة إلى الطرف الحر (إلى الحلقة) فإنها تؤثر بقوة نحو الأعلى ويكون هذا الطرف حر الحركة فإن الحلقة تعاني أكبر إزاحة عن موضع توازنها نحو الأعلى (كما في الشكل ج)، ونتيجة لقوة رد الفعل ستتولد موجة معتدلة باتجاه معاكس لاتجاه انتقال النبضة الساقطة. نحصل في الشكل ج على أكبر إزاحة لذلك ~~التداخل بناء بين الموجتين الساقطة والمنعكسة~~

في حالة سقوط سلسلة متتالية من الموجات يحدث انعكاس متتابع لها دون انقلاب ويكون التداخل بناء عند نقطة الاتصال لأن الموجتين لها نفس الطور.

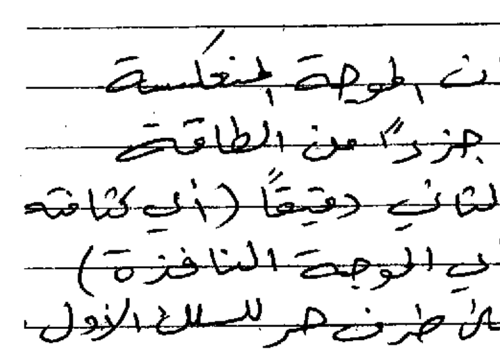
(ج) أنعكاس الموجة عند طرف متحرك لسلك مشدود



لنفرض أن طرف سلك معين كثافته الخطية μ_1 مثبت لطرف سلك آخر كثافته الخطية μ_2 (ولتكن $\mu_2 > \mu_1$) ولنفرض أن الموجة تتقدم نحو اليمين (من μ_1 الى μ_2) كما في الشكل ، فأن جزء من الموجة سوف ينفذ الى السلك الثاني (بنفس طور الموجة الساقطة) وأن جزء آخر من الموجة سوف ينعكس بالسلك الأول ، وأن الموجة المنعكسة تعاني تغيراً بالطور مقداره (180°) . وأن سعة الموجة المنعكسة أقل من سعة الموجة الساقطة لأن الموجة النافذة تحمل معها الجزء من الطاقة .

عندما تكون الكثافة الخطية ($\mu_1 > \mu_2$) فأن الموجة المنعكسة سوف تكون بنفس الطور للموجة الساقطة وأن جزءاً من الطاقة ينتقل الى السلك الثاني وكلما كان السلك الثاني دقيقاً (أي كثافته الخطية صغيرة) فأن الطاقة المنتقلة اليه (أي الموجة النافذة) تكون صغيرة بحيث يمكن اهمالها وبذلك نحصل على طرف حر للسلك الأول

(د) الانعكاس الآني من طرفي سلك محدد الطول :



لو كان لدينا سلك محدد الطول ومشدود من الطرفين وأن الانعكاس يحصل بكلا الطرفين . لنفرض أن موجة تحدث قرب أحد النهايتين فأنها سوف تتقدم الى الطرف الثاني ثم تنعكس وترجع الى الطرف الأول . فلو كان طول السلك l وسرعة الموجة v فأن الزمن اللازم لكي تعود الموجة الى النقطة البداية وبنفس الطور يساوي T حيث ($T = \frac{2l}{v}$) أي أنه بعد زمن T فأن كل نقطة على السلك ستعيد حركتها الأصلية ، أي أن حركة جميع النقاط على السلك هي حركة دورية وأن نمط مثل هذه الحركة يؤدي الى ظهور موجات واقفة على السلك .