العابر (الكامل) والمستقر (الخاص) ويلاحظ أن تأثير الجزء العابر يستمر لفترة قصيرة ثم يختفي ويبقى الجزء المستقر من الحل فقط، وبذلك يكون الاهتزاز بتردد زاوي مساوي للتردد الزاوي للقوة الخارجية (القوة القسرية) أي بتردد زاوي p.

الرنين Resonance:

كل جسم يوجد له تردد عابر وهو تردد زاوي طبيعي وهو أي أنه تردد زاوي طبيعي غير مضمحل ω_0. فعندما تؤثر قوة خارجية دورية تردد زاويتها p مثل $F_0 \cos pt$ ويتساوى التردد الزاوي الطبيعي ω_0 مع التردد الزاوي للقوة الخارجية p يحدث الرنين.

حيث تقوم القوة الخارجية بتزويد الجسم بطاقة تجعله يهتز اهتزازاً قسرياً بسعة كبيرة كما يحدث عند مرور طابور من الجنود يمشي بصورة نظامية على الجسر، أو عند مرور ناقلات ثقيلة بالقرب من جسر أو كما يحدث عند هبوب عواصف شديدة فتسبب اهتزاز البنايات.

لأجل فهم التعريف العلمي للرنين سنحلل الحل الخاص للمعادلة (2).

(أ) السعة عند الرنين

واضح من الحل المبين بالمعادلة (10) أن الجسم يهتز بتردد القوة الخارجية الدورية (التردد الزاوي القسري p) وليس بالتردد الزاوي الطبيعي المضمحل ω_0 وبذلك فإن الحركة الناتجة هي حركة توافقية غير مضمحلة.

المعادلة (11) تمثل سعة الاهتزاز القسري

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + (2rp)^2}} \qquad (11)$$

يلاحظ من معادلة (11) عندما يكون الفرق كبير بين التردد الزاوي الطبيعي غير المضمحل ω_0 وتردد القوة الخارجية p فإن السعة A تكون صغيرة. أما عندما يكون الفرق صغير فإن السعة A تكون كبيرة ونحصل على أكبر قيمة للسعة A عند الرنين وذلك لأن تردد القوة الخارجية p يساوي التردد الزاوي غير المضمحل ω_0 (على اعتبار أن f_0 و r ثوابت). وإن قيمة السعة A عند الرنين تعتمد على عامل الإضمحلال r الذي يقيس مقدار قوة الاحتكاك للمهتز. أن سعة الاهتزاز القسري عند الرنين (السعة العظمى) تساوي:

يحصل الرنين عندما $w_0 = p$ بالتعويض في المعادلة (11)

$$A_{max} = \frac{f_0}{2\gamma w_0}$$

But $2\gamma = \frac{R}{m}$; $f_0 = \frac{F_0}{m}$

$$\therefore A_{max} = \frac{F_0}{R w_0} \quad ---(18)$$

نلاحظ من المعادلة (18) أنه عند الاهتزاز القسري تستطيع كتلة ثابتة ومقاومة الوسط R وتعطي قيمة كبيرة جداً عندما تقترب R من الصفر

* أمثلة عملية على الرنين (ص 253 كتاب الصوت والحركة الموجية عالية د. أحمد سمير) ① رنين عمود الهواء ② رنين الزجاجة ③ رنين الجسور المعلقة

ج) تردد الرنين (p_r): Resonance frequency

لإيجاد تردد الرنين p_r الذي تصل عنده السعة A قيمتها العظمى نستخدم معادلة (11)

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(w_0^2 - p^2)^2 + (2\gamma p)^2}} \quad ---(11)$$

Suppose $(w_0^2 - p^2)^2 + (2\gamma p)^2 = Y \quad ---(19)$

$$\therefore A = \frac{f_0}{\sqrt{Y}}$$

تكون أعظم قيمة للسعة A عندما تكون قيمة Y صغرى، ولإيجاد قيمة الصغرى لـ Y، نفاضل المعادلة (19) نسبة لـ p ونساويها بالصفر

$$\frac{dY}{dp} = 2(w_0^2 - p^2)(-2p) + 8\gamma^2 p = 0 \quad (\div 4p)$$

$$-4p(p^2 - w_0^2 + 2\gamma^2) = 0$$

either $p = 0$ [وهذا لا يمكن (لأنه يعني عدم وجود اهتزاز أصلاً)]

or $p^2 - w_0^2 + 2\gamma^2 = 0 \Rightarrow \boxed{p^2 = p_r^2 = w_0^2 - 2\gamma^2} \quad (20)$

$$\boxed{p = p_r = \sqrt{w_0^2 - 2\gamma^2}}$$

عندما تكون γ صغيرة (أقل من $\frac{w_0}{\sqrt{2}}$) فإن γ^2 تزداد في الصغر وأن γ^2 (γ تربيع) تكون صغيرة جداً ويكون شرط حدوث الرنين ($p = p_r$) هو درجة عالية من الدقة.

Chapter six الفصل السادس

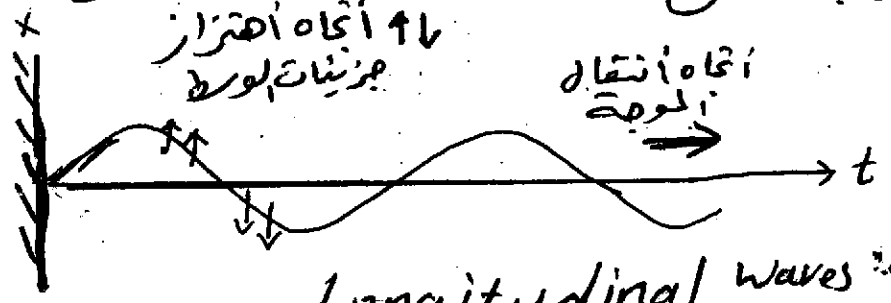
Wave motion: الحركة الموجية

الموجات الميكانيكية:

سبق وأن عرفنا (بالفصل الأول) الموجات الميكانيكية بأنها تحتاج الى وسط مادي لانتقالها وأن هذا الوسط يجب أن يمتلك خاصية المرونة والقصور الذاتي. وكما ذكرنا بأن الموجات الصوتية تصنف ضمن الموجات الميكانيكية. تصنف الموجات الميكانيكية الى صنفين سنبينهما:

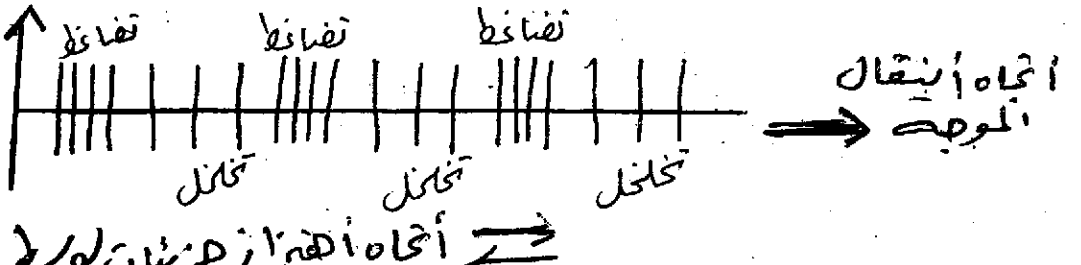
① الموجات المستعرضة Transverse Waves

وهي الموجات التي يكون فيها اتجاه اهتزاز جزيئات الوسط عمودي على اتجاه انتقال الموجة. ومن الأمثلة على ذلك اهتزاز أوتار الآلات الموسيقية، واهتزاز خيط طويل مشدود أفقياً كما مبين بالشكل.



② الموجات الطولية: Longitudinal Waves

وهي الموجات التي يكون فيها اتجاه اهتزاز جزيئات الوسط باتجاه انتشار (أو انتقال) الموجة حيث يكون توزيع الموجة بشكل تضاغط وتخلخل كما يحدث في موجات النابض الكزوني وكذلك موجات الصوت.



الفرق بين سرعة الموجة وسرعة الجسيم (أو الوسط)

عند انتقال موجة في وسط مادي فإن جسيمات ذلك الوسط سوف تهتز حول مواضع توازنها وأن سرعة الجسيم المهتز (أو الوسط) حول موضع التوازن سوف تتغير بين أقصى قيمة لها عند موضع التوازن وأصغر قيمة (تساوي صفر) عند أقصى إزاحة عن موضع التوازن ومهما كان عدد مرات الذهاب والإياب حول موضع التوازن (أي معدل اهتزاز الجسيم والذي يمثل سرعة الموجة) عالياً، فإن سعة حركة الاهتزازية تكون صغيرة جداً، من هنا يمكن القول أن أقصى سرعة لحركة الجسيم (أو الوسط) تكون صغيرة جداً مقارنة مع سرعة الموجة حيث أن سعة حركة الجزيئات في الموجات الصوتية المنتقلة بالهواء لا تتجاوز بضع الأجزاء من الألف للملليمتر الواحد. من كل ذلك يمكن الاستنتاج أن سرعة الموجة مقدار ثابت (المقصود بسرعة الموجة هو عدد مرات الذهاب والإياب حول موضع التوازن في وحدة الزمن) بينما سرعة الجسيم ([redacted]) مقدار متغير بين الصفر وأقصى قيمة. وأن أقصى قيمة لسرعة الجسيم (والتي تحصل عند موقع التوازن) أقل بكثير من سرعة الموجة.

أن الموجة تتقدم باتجاه معين مبتعدة عن مصدر توليدها بينما جسيمات الوسط تتحرك ذهاباً وإياباً على مسار موازٍ أو عمودي لاتجاه تقدم الموجة وذلك حسب صنف الموجة طولية أو مستعرضة.

خواص الحركة الموجية

تتميز الحركة الموجية بالخصائص التالية:

1) تعتبر شكل من أشكال الاضطراب يسببه جسم متحرك (المصدر) في وسط مادي مرن.

2) أن جسيمات الوسط لاتنتقل بتأثير الاضطراب بل تتحرك بحركة دورية حول مواضع توازنها، وأن الذي ينتقل من نقطة الى أخرى هو شكل الاضطراب والذي يمثل شكل الموجة

3) سرعة انتقال الاضطراب (الموجة) مقدار ثابت في وسط ما، ويعتمد على خاصيتي المرونة والقصور الذاتي للوسط (مالم يكن ذلك الوسط مختلفاً). وأن سرعة أنتقال الموجة تختلف عن سرعة جسيمات الوسط الناقل للموجة (وتكون سرعة جسيمات الوسط متغيرة).

4) جسيمات الوسط الناقل للموجة لاتتحرك بطور واحد وأن الجسيم الأقرب للمصدر يبدأ بالحركة قبل الجسيم الأبعد وهكذا.

التمثيل الرياضي للحركة الموجية:

يطلق على الدالة التي تصف الموجة في أي موقع وزمن بـ (دالة الموجة Wave function) والتي يتم أيجادها على أساس حقيقتين هما:

1) الموجة تتقدم بسرعة ثابتة (v)

2) شكل الموجة يبقى ثابتاً ولايتغير أثناء تقدم الموجة.

نفرض لدينا سلك مرن طويل ومشدود أفقياً (أو خيط طويل ومشدود أفقياً) على امتداد محور X، ولنفرض أن السلك أُطلق طرفه طرقة خفيفة وسريعة وتشكلت موجة تتقدم نحو اليمين (كما مبين بالشكل). ولنفرض أن رصد الموجة المتقدمة بدأ من الزمن $t_1 = 0$ وأن قيمة الإزاحة المستعرضة y في النقطة