مقرر ف 303 النظرية الكهرومغناطسية

الفصل الرابع Chapter Four

معادلات ماكسويل وانتشار الموجات الكهرومغناطيسية في الاوساط المختلفة

Sequence: 4

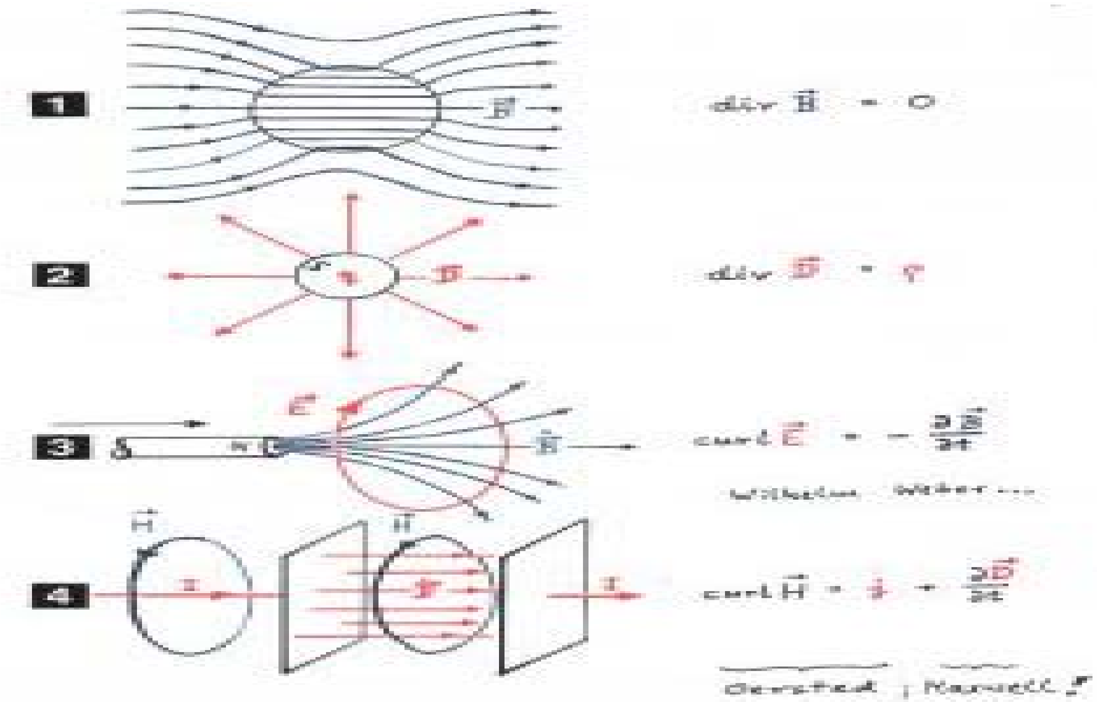
مدرس المقرر : د. وائل عبد اللطيف كديمي

- المقدمة
- معادلة ماكسويل الاولى
- معادلة ماكسويل الثانية
- معادلة ماكسويل الثالثة
- معادلة ماكسويل الرابعة
- تفسيرات معادلات ماكسويل

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	(1)	Gauss' Law
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	(2)	Gauss' Law for magnetism
$\nabla \times \mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	(3)	Faraday's Law
$\nabla \times \mathbf{H} = \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$	(4)	Ampère-Maxwell Law

المقدمة

ذكرنا أن عالم الفيزياء والرياضيات الاسكتلندي الفذ جيمس كلارك ماكسويل James Clerk Maxwell (1831-1879م) قد تمكن في عام 1860م من صياغة جميع القوانين المتعلقة بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية وتفاعلهما مع بعضهما البعض ومع الشحنات والتيارات الكهربائية التي تنتجها في أربع معادلات تفاضلية فقط.



معادلة ماكسويل الاولى

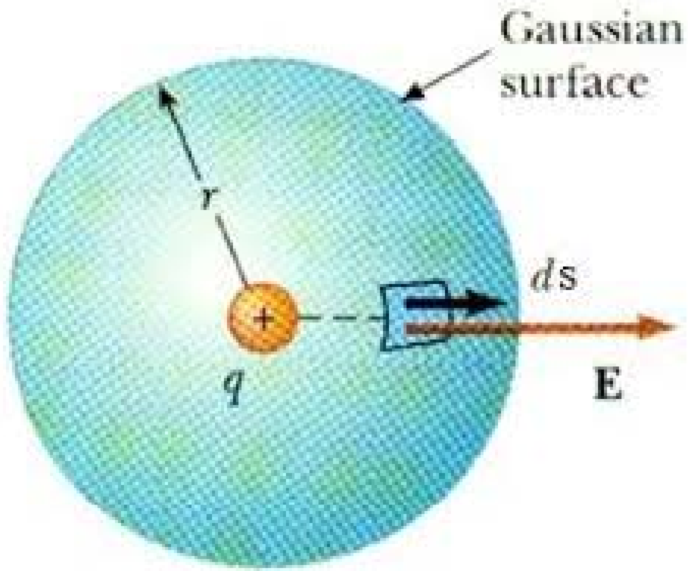
المعادلة الأولى ما هي إلا قانون جاوس بشكله التفاضلي والذي مفاده أن أي شحنة كهربائية نقطية في الفضاء لا بد أن تولد حولها مجالا كهربائيا تنطلق خطوطه من مكان الشحنة ويكون هذا المجال ساكنا لا يتغير مع الزمن إذا كانت الشحنة ساكنة ومتغيرا مع الزمن إذا كانت متغيرة.

$\emptyset_e = \frac{q}{\epsilon 0}$ ------------ (1)

$Also \quad \emptyset_e = \int \vec{E}.d\vec{A}$ ------ (2)

Comparing equation (1) and (2) we have

$\int \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon 0}$ ---------- (3)



معادلة ماكسويل الثانية

المعادلة الثانية فما هي إلا قانون جاوس للمغناطيسية بشكله التفاضلي والذي ينص على أنه لا وجود للشحنات المغناطيسية وعليه فإن خطوط المجال لا بد وأن تكون منغلقة على نفسها.

Maxwell's equations of electromagnetism

- The second Maxwell equation is Gauss's law for magnetic fields from Chapter 27:

Gauss's law for $\vec{B}$: $$\overbrace{\oint \vec{B}\cdot d\vec{A}}^{\text{Flux of magnetic field through any closed surface ...}} = 0 \leftarrow \text{... equals zero.}$$

$$\int \vec{B}.\overrightarrow{dA}=0 \quad \text{..................} \quad (4)$$

It is the integral form of Maxwell's second equation.

Applying divergence theorem

$$\int \left(\vec{\nabla}.\vec{B}\right)dV=0$$

This implies that:

$$\vec{\nabla}.\vec{B}=0$$

It is called differential form of Maxwell's second equation.

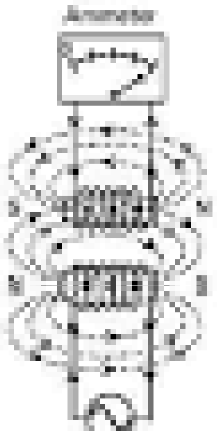
معادلة ماكسويل الثالثة

المعادلة الثالثة فما هي إلا قانون فارادي للحث حيث قام ماكسويل بتحويله من شكله التكاملي إلى شكله التفاضلي أو النقطي ومفاد هذه المعادلة أن المجال المغناطيسي المتغير مع الزمن يولد حوله مجالا كهربائيا تتناسب قيمته وتوزعه في الفضاء مع معدل تغير كثافة المجال المغناطيسي مع الزمن وكذلك اتجاهه في الفضاء.

Maxwell's 3rd Equation.

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Maxwell's third equation is Faraday's Law. This equation tells us that electric field lines (E) CURL around changing magnetic fields (B) and that changing magnetic fields induce electric fields.



$$EMF = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\int_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S} = \int_S \frac{-d\mathbf{B}(t)}{dt} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\Rightarrow \boxed{\nabla \times \mathbf{E} = \frac{-\partial \mathbf{B}(t)}{\partial t}}$$

معادلة ماكسويل الرابعة

<u>المعادلة الرابعة</u> فهي شكل معدل لقانون أمبير فبعد أن قام ماكسويل بتحويله من شكله التكاملي إلى شكله التفاضلي أضاف إليه حدا جديدا أطلق عليه اسم تيار الإزاحة displacement current وهذه الإضافة هي من أهم إسهامات ماكسويل في مجال الكهرومغناطيسية حيث مكنته من التنبؤ بوجود الأمواج الكهرومغناطيسية ، وبإضافة تيار الإزاحة لمعادلة أمبير أصبح مفاد معادلة ماكسويل الرابعة أن التيار الكهربائي أو المجال الكهربائي المتغير مع الزمن يولد حوله مجالا مغناطيسيا تتناسب قيمته وتوزعه في الفضاء مع قيمة واتجاه التيار وكذلك مع معدل تغير شدة المجال الكهربائي مع الزمن واتجاهه في الفضاء

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

Electric current density vector

Induced magnetic flux density vector

Electric permittivity of free space

$$\underbrace{\nabla \times}\vec{B} = \mu_0\left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

Del cross operator means to take the curl

Magnetic permeability of free space

The rate of change of the electric field

تفسيرات معادلات ماكسويل

وفي عام 1865م تمكن ماكسويل من خلال دمج المعادلات الثالثة والرابعة وهما قانون فارادي وقانون أمبير المعدل الحصول على معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية وعندما حل هذه المعادلة تبين له أن المجالات الكهربائية والمغناطيسية لا بد وأن تنتشر على شكل موجات في الفضاء وبهذا فقد أثبت وتنبأ من خلال التحليل الرياضي البحث وجود ما يسمى بالموجات الكهرومغناطيسية electromagnetic waves .

ويمكن لنا من خلال تمعن معادلات ماكسويل وبدون حلها أن نستشف ونستنتج معظم ظواهر الكهرومغناطيسية وخاصة حقيقة وجود الموجات الكهرومغناطيسية ففي حالة (فإن المعادلة الأولى تؤكد وجود مجالρوجود شحنات كهربائية ساكنة فقط) كهربائي ساكن فقط ولا وجود للمجال المغناطيسي حيث أن الطرف الأيمن من المعادلة الرابعة يساوي صفر.

تفسيرات معادلات ماكسويل

وفي حالة وجود تيار كهربائي ثابت فقط (J) فإن المعادلة الرابعة تؤكد وجود مجال مغناطيسي ساكن فقط ولا وجود للمجال الكهربائي حيث أن الطرف الأيمن من المعادلة الأولى يساوي صفر. وفي حالة وجود شحنات كهربائية متغيرة فقط فإن المعادلة الأولى تؤكد وجود مجال كهربائي متغير وهذا المجال الكهربائي المتغير سيولد مجالا مغناطيسيا متغيرا كما هو واضح من المعادلة الرابعة حيث أن الحد الثاني من طرفها الأيمن لا يساوي صفر. إن هذا المجال المغناطيسي المتولد من المجال الكهربائي الذي ولدته الشحنة الكهربائية ابتداءا سيولد بدوره مجالا كهربائيا جديدا حوله كما هو واضح من المعادلة الثالثة وهكذا تتوالى هذه السلسلة حيث يقوم كل من نوعي المجال بتوليد الأخر حسب المعادلتين الثالثة والرابعة وبهذا سيمتلئ كامل الفضاء بهذه المجالات الكهربائية والمغناطيسية المتفاعلة والتي أطلق عليها ماكسويل اسم الموجات الكهرومغناطيسية.

تفسيرات معادلات ماكسويل

إن مثل هذه الموجات يمكن أن نحصل عليها أيضا من تيار كهربائي متغير فقط كما هو واضح من المعادلة الرابعة حيث سيولد هذا التيار مجالا مغناطيسيا متغيرا يقوم بدوره بتوليد مجال كهربائي متغير تبعا للمعادلة الثالثة وهكذا دواليك. لقد تحققت نبوءة ماكسويل بوجود الموجات الكهرومغناطيسية على يد عالم الفيزياء الألماني هينرتش هيرتز Heinrich Hertz (1857-1894 م) وذلك في عام 1887م حيث تمكن من توليد الموجات الكهرومغناطيسية باستخدام أشكال بسيطة من الهوائيات. ومنذ أن صاغ ماكسويل قوانين الكهرومغناطيسية في معادلاته الأربع لم يتم إضافة إلا الشيء القليل إلى علم الكهرومغناطيسية النظري. أما في المجال التطبيقي فقد تم استخدام هذه المعادلات بشكل كبير من قبل المهندسين الكهربائيين لحل كثير من المسائل كانتشار الموجات في الأوساط المختلفة كخطوط النقل ومرشدات الموجات والألياف الضوئية وفي تصميم هوائيات الإرسال والاستقبال وفي تطبيقات أخرى لا حصر لها