توصيل المكثفات على التوالي Capacitors in series

يوضح شكل (٦أ ـ ٣) ثلاث مكثفات سعاتها C_1 , C_2 , C_3 متصلة على التوالي كما يوضح الشكل أيضا توزيع الشحنة نفسها q على ألواح المكثفات الثلاثة والجهود V_1 , V_2 , V_3 على التوالي.

فإذا كان فرق الجهد الكلي بين طرفي المجموعة بين النهايتين A و B هو V فإنه من الواضح أنّ:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

ولكـن:
$$V = \frac{q}{C} , \quad V_1 = \frac{q}{C_1} , \quad V_2 = \frac{q}{C_2} , \quad V_3 = \frac{q}{C_3} \quad ,\ldots\ldots$$

حيث C هي السعة المكافئة للمجموعة.

$$\therefore \frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} + \ldots\ldots + \frac{q}{C_n}$$

$$\therefore \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots\ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (٣\text{-}٩)$$

ويلاحظ أن السعة الكلية دائما أقل من سعة أي من المكثفات المتصلة على التوالي.

توصيل المكثفات على التوازي Capacitors in parallel

وفي هذه الحالة فإن فرق الجهد بين لوحي كل من المكثفات له القيمة نفسها V.

والشحنة الكلية q عند النقطتين A و B تساوي مجموع الشحنات التي على المكثفات.

فإذا كانت C هي السعة المكافئة و C_1 و C_2 و C_3 سعات المكثفات المتصلة على التوازي كما في شكل (٦ب ـ ٣) وكانت الشحنة على هذه المكثفات هي q_1 ، q_2 ، q_3 على الترتيب فإن:

$$q = CV , \quad q_1 = C_1V , \quad q_2 = C_2V , \quad q_3 = C_3V$$

$$\because q = q_1 + q_2 + q_3$$

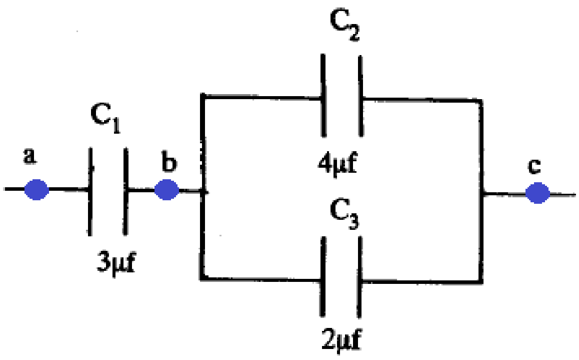
$$\therefore CV = C_1V + C_2V + C_3V = (C_1 + C_2 + C_3)\, V$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \quad .. \qquad (٣\text{-}١٠)$$

أي أنـه إذا وصلت مجموعة من المكثفات على التوازي فإنه يمكن استبدالها بمكثف واحد سعته هي مجموع سعات مكثفات المجموعة.

مـــثـــال

في الـدائـرة التالية احسب الشحنة على كل مكثف وكذلك احسب الجهد عند النقطة b علما بأن الجهد عند a يساوي 1200 فولت بينها النقطة C متصلة بالأرض .



الحـــــل المكثفان C_2 و C_3 متصلان على التوازي :

التوازي : $\therefore\ C = C_2 + C_3 = 4 + 2 = 6\,\mu F$

هذه السعة المكافئة متصلة على التوالي مع C_1 وبذلك تكون السعة المكافئة للمجموعة C_0 هي كالتالي :

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \therefore C_0 = 2\mu F$$

وتكون الشحنة على هذه المكثفة المكافئة هي : $Q = C_0 V = 2 \times 10^{-6} \times 1200 = 2.4 \times 10^{-3}\, C$

وهذه الشحنة Q تساوي الشحنة Q_1 على المكثف C_1 وتساوي أيضا مجموع الشحنتين للمكثفين C_2 و C_3.

$$\therefore V_{ab} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2.4 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-6}} = 800\, V$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = 800\ V, \quad \Rightarrow \because V_a = 1200\ V \Rightarrow \therefore V_b = 400\ V$$

$$V_{bc} = V_b - V_c = 400 - 0 = 400\ V$$

وبذلك فإن :

$$Q_2 = C_2 V_{bc} = 4 \times 10^{-6} \times 400 = 1.6 \times 10^{-3}\, C$$

$$Q_3 = C_3 V_{bc} = 2 \times 10^{-6} \times 400 = 0.8 \times 10^{-3}\, C$$

$$\therefore Q_2 + Q_3 = (1.6 + 0.8) \times 10^{-3} = 2.4 \times 10^{-3}\, C$$

مـثـال ا) احسب السعة المكافئة لمجموعة المكثفات المتصلة و الواردة في الشكل (أ) .
ب) احسب شحنة وجهد كل مكثف إذا كان فرق الجهد بين النقطتين a و b هو 10V.

الحـــل $C_{gh}=3+5=8\mu F$ & $C_{ij}=20+10=30\mu F$

وتصبح الدائرة كما في الشكل (ب)

$$\frac{1}{C_{eh}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{8+4+3}{24}=\frac{15}{24}=\frac{5}{8} \Rightarrow \therefore C_{eh}=\frac{8}{5}=1.6\,\mu C$$

$$\frac{1}{C_{il}}=\frac{1}{30}+\frac{1}{10}+\frac{1}{5}=\frac{1+3+6}{30}=\frac{10}{30} \Rightarrow \therefore C_{il}=\frac{30}{10}=3\,\mu C$$

وتصبح الدائرة كما في شكل (جـ)

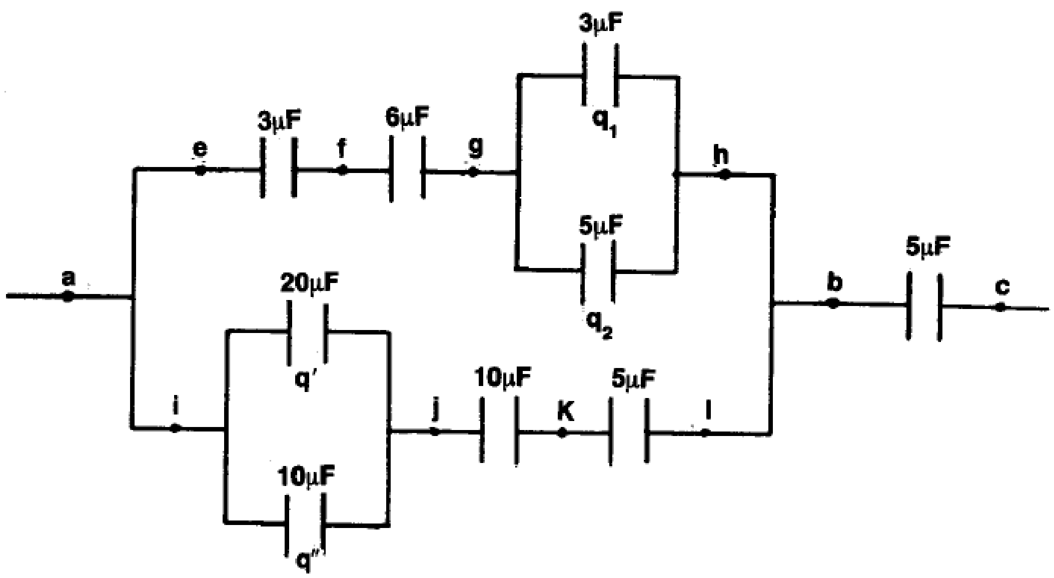
$$C_{ab}=C_{eh}+C_{il}=1.6+3=4.6\mu F$$

وتصبح الدائرة كما في شكل (د)

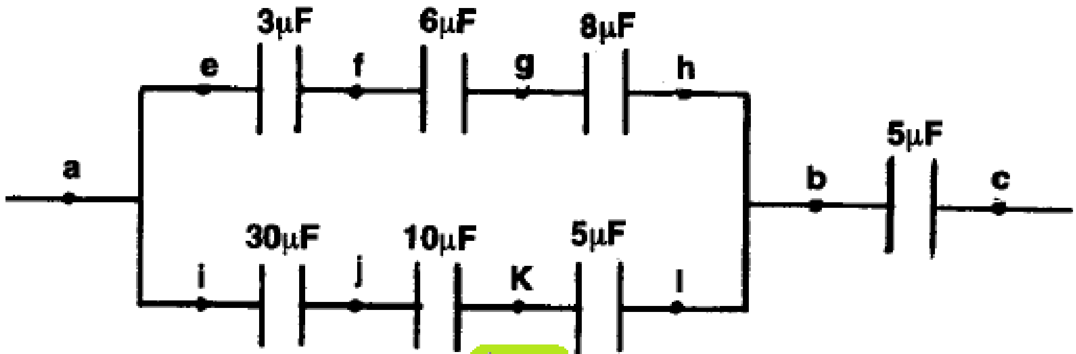
$$\frac{1}{C_{ac}}=\frac{1}{4.6}+\frac{1}{5} \Rightarrow \therefore C_{ac}=2.4\mu F$$

وتمثل هذه القيمة السعة المكافئة للدائرة (أ)، وتصبح الدائرة كما شكل (هـ) .

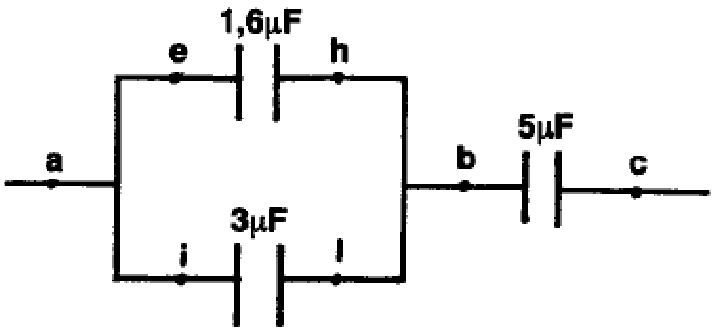
$$q_{ab}=C_{ab}\times V_{ab}=4.6\times 10^{-6}\times 10=4.6\times 10^{-5}\,C$$



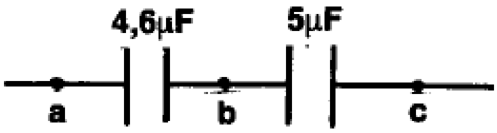
(أ)



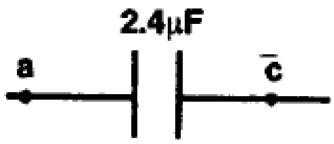
(ب)



(جـ)



(د)



(هـ)

وحسب خاصية التوصيل على التوالي فهذه الشحنة نفسها بين طرفي المكثف الواقع بين النقطتين b و c والمكثف المكافىء بين النقطتين a و c.

$$V_{bc}=\frac{q_{ab}}{C_{bc}} \Rightarrow V_{bc}=\frac{4.6\times10^{-5}}{5\times10^{-6}}=9.2\text{ V} \Rightarrow V_{ac}=\frac{4.6\times10^{-5}}{2.4\times10^{-6}}=19.2\text{ V}$$

$$q_{eh}=C_{eh}\times V_{ab}=1.6\times10^{-6}\times10=1.6\times10^{-5}C \Rightarrow q_{il}=C_{il}\times V_{ab}=3\times10^{-6}\times10=3\times10^{-5}C$$

وواضح أن $q_{ab}=q_{eh}+q_{il}$ ، وشحنة كل مكثف متصل على التوالي في الفرع eh هي q_{eh} وكذلك شحنة كل مكثف متصل على التوالي في الفرع il هي q_{il}.

$$V_{ef}=\frac{1.6\times10^{-5}}{3\times10^{-6}}=\frac{16}{3}=5.33\text{ V}$$

$$V_{ef}=\frac{1.6\times10^{-5}}{3\times10^{-6}}=\frac{16}{3}=5.33\ V \Rightarrow V_{fg}=\frac{1.6\times10^{-5}}{6\times10^{-6}}=\frac{16}{6}=2.67\ V \Rightarrow V_{gh}=\frac{1.6\times10^{-5}}{8\times10^{-6}}=2V$$

$$\therefore q_1=3\times10^{-6}\times2=6\times10^{-6}C \Rightarrow \therefore q_2=5\times10^{-6}\times2=10\times10^{-6}C$$

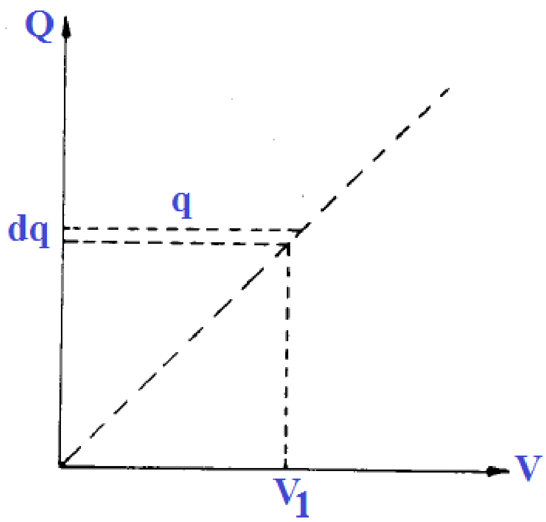
$$V_{jk}=\frac{3\times10^{-5}}{10\times10^{-6}}=3V \Rightarrow V_{kl}=\frac{3\times10^{-5}}{5\times10^{-6}}=6V \Rightarrow V_{il}=\frac{3\times10^{-5}}{30\times10^{-6}}=1V$$

$$\therefore q'=20\times10^{-6}\times1=20\times10^{-6}C \Rightarrow \therefore q''=10\times10^{-6}\times1=10\times10^{-6}C$$

Energy of a charge Capacitor طاقة مكثف (متسعة)مشحون

عنـد تقـريب شحنـات من بعضهـا يجب بذل شغل ضد قوى التنافر الحاصلة بين الشحنات وهذا الشغل يختزن على شكل جهد.

وإذا فرض أن مكثفا ما قد اكتسب شحنـة قدرهـا q عند توصيله ببطارية فإن هذه الشحنـةِ يكتسبهـا عن طريق مرور الإلكترونات الحرة من الطرف الموجب إلى الطرف السالب للمكثف. وإذا افترض أن شحنـة المكثف تتنـاسب طرديا مع فرق الجهد بين طرفيه، أي أن العلاقة بين q و V تكون خطا مستقيما كما في شكل (٧-٣) فإنه عنـد وصـول الجهد بين طرفي المكثف إلى القيمة V_1 تكون شحنة المكثف قد وصلت



شكل (٧-٣): العلاقة بين شحنة المكثف Q والجهد المسلط عليه.