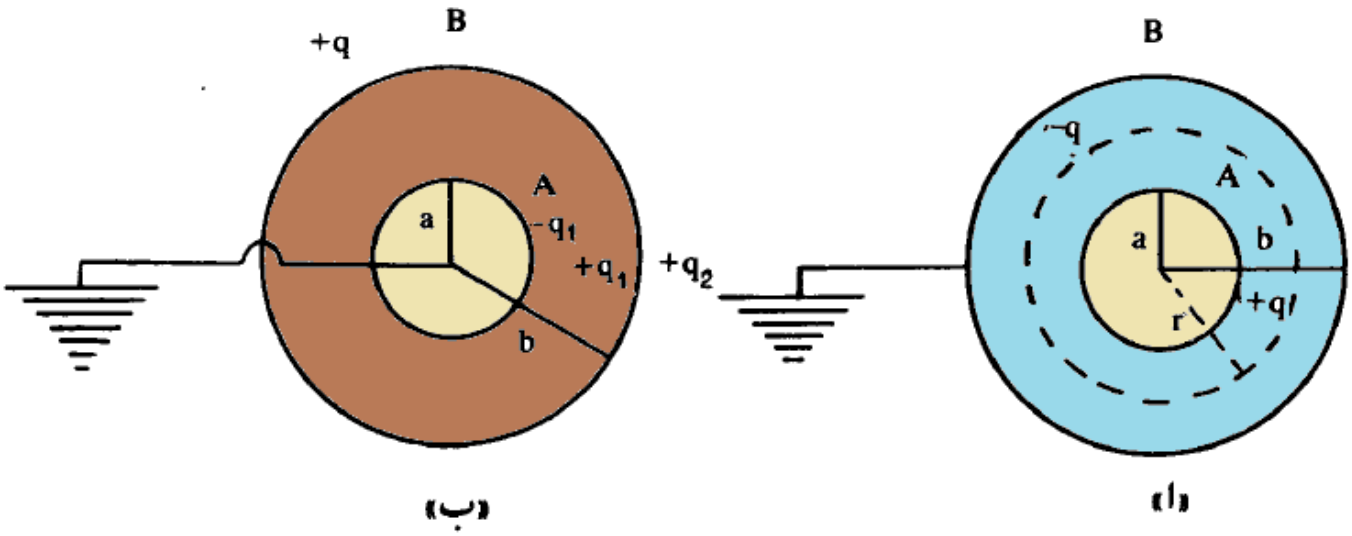


شكل (٣-٣): أ ـ كرته الخارجية متصلة بالأرضي ب ـ كرته الداخلية متصلة بالأرضي.

ويكون فرق الجهد بين الكرتين هو:

$$V = -\int_b^a E \cdot dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

وتكون السعة لهذا المكثف هي :

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{(b-a)} \qquad (٣-٦)$$

أما إذا كانت الشحنة على الكرة الخارجية (B)q+ والداخلية (A) متصلة بالأرض فإن الشحنة q تتوزع على كل من سطحي B. وإذا فُرض أن q_1+ هي الشحنة على السطح الداخلي للكرة B و q_2 بقية الشحنة على السطح الخارجي بحيث يكون: $q = q_1 + q_2$ ، كما في شكل (٣ب ـ ٣)، فإن الشحنة q_1+ الواقعة على السطح الداخلي من B تؤثر على السطح الخارجي من A بشحنة قدرها q_1− والشحنة q_1+ تتسرب إلى الأرض. على هذا يتكون لدينا مكثفان أحدهما بين الكرة A والسطح الداخلي من B وسعته:

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{(b-a)}$$

والآخر بين السطح الخارجي من B والأرض وسعته حسب العلاقة (٣-٣) هي :

$$C_2 = 4\pi\varepsilon_0 b$$

$$\therefore C = C_1 + C_2 = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{ab}{b-a} + b\right) = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{b^2}{b-a}\right) \quad (٣-٧)$$

- **المكثف الاسطواني**

يتكون من اسطوانتين متحدتي المركز نصفا قطريهما a و b على الترتيب وطول كل منهما l ونفرض أن الشحنة على الاسطوانة الداخلية $-q$ وعلى الاسطوانة الخارجية $+q$ [شكل (٣-٤)].

ولنفرض سطحا جاوسيا اسطوانيا نصف قطره r وطوله l ففي هذه الحالة يكون لدينا :

$$\int E\cos\theta\, dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

وحيث إن خطوط القوى متعامدة على سطح جاوس فإنه يمكن كتابة هذه المعادلة كالتالي :

$$\therefore E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r}\frac{q}{l} \Rightarrow \therefore V = -\int_b^a E\, dr = \int_a^b E\, dr = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{l}\int_a^b \frac{dr}{r}$$

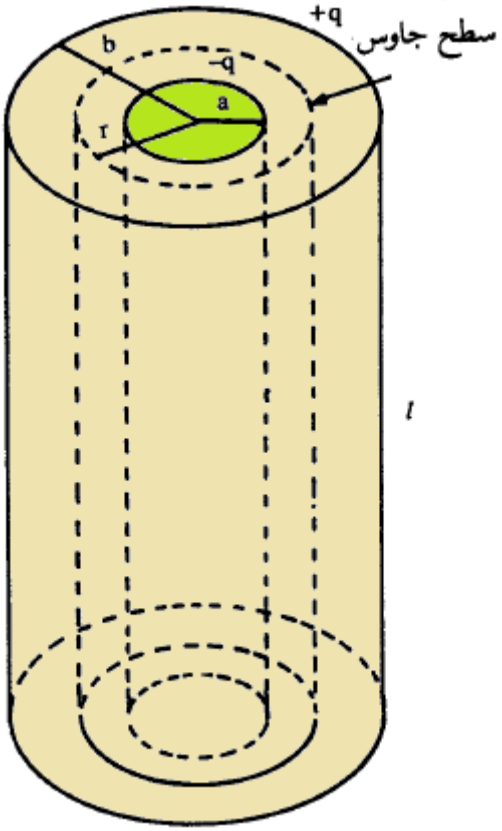
$$V = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{l}\ln\frac{b}{a}$$

وبذلك فإن سعة المكثف الاسطواني هي :

$$\therefore C = \frac{q}{V} = 2\pi\varepsilon_0 \frac{l}{\ln(b/a)} \quad \ldots\ldots \quad (٣-٨)$$

ونستنتج من المعادلات (٥ب - ٣)، (٣-٧) و (٣-٨) أن السعة الكهربية تعتمد على الشكل الهندسي لنوع المكثف.

$$\therefore E \int_0^{2\pi r l} dS = E\, 2\pi r l = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

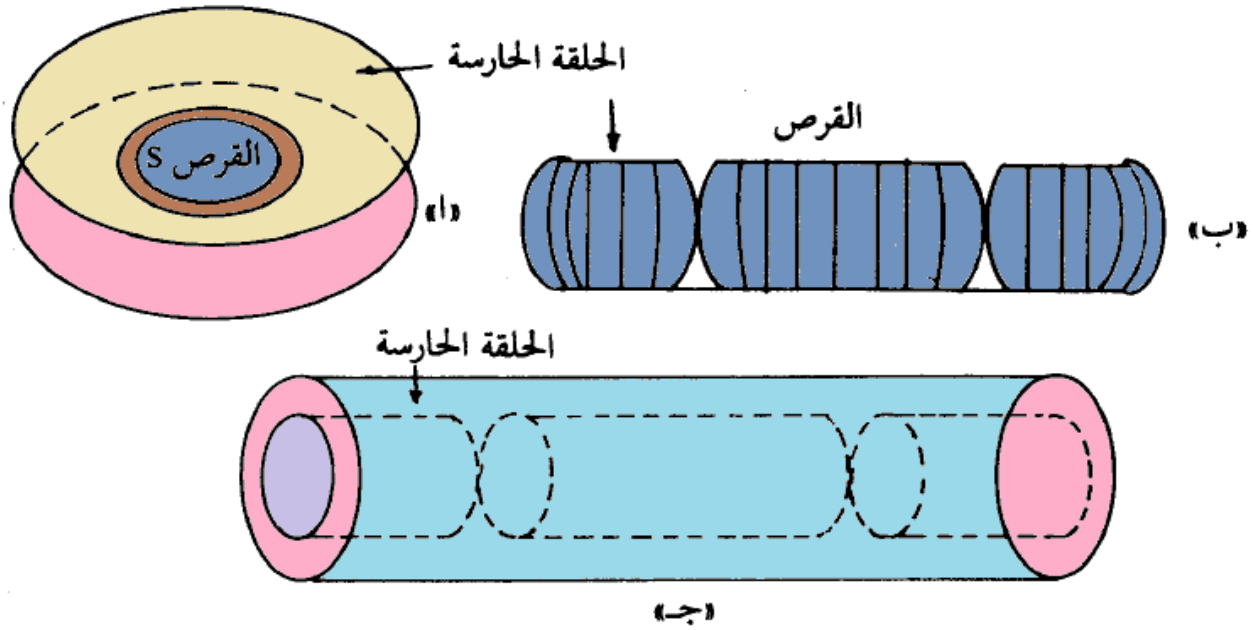


شكل (٤-٣) : مكثف اسطواني .

- **المتسعة (المكثف) ذو الحلقة الحارسة Guard ring capacitor**

حسبت سعة المكثف المستوي السابق ذكره دون أن نأخذ بعين الاعتبار تأثير حواف المكثف على خطوط القوى وافترض أنها خطوط مستقيمة ومتوازية ولذلك فالمعادلات السابقة مقربة لأن خطوط القوى عند حواف المكثف غير منتظمة ولضمان انتظام المجال بين لوحي المكثف استعمل العالم لورد كلفن (Lord Kelvin) صفيحة دائرية على شكل قرص يحيط به حلقة دائرية تسمى بالحلقة الحارسة (guard ring) بحيث يكون مجموع مساحتيهما يساوي مساحة الصفيحة الدائرية الأخرى للمكثف [شكل (٥أ - ٣)] كما يوضح شكل (٥ب - ٣) مقطعا عرضيا لهذا المكثف .

ويشحن القرص والحلقة دائما بالجهد نفسه ويكون تفريغ القرص منفصلا عن الحلقة بحيث يمكن قياس شحنة القرص بصورة مستقلة ويوضح الشكل (٥ب ـ ٣) أن التهدب يصبح خارج حواف الحلقة الحارسة ويكون بذلك المجال E والكثافة السطحية σ منتظمتين خلال مساحة القرص. كما تنطبق هذه الحالة على المكثف الاسطواني حيث يوضح الشكل (٥جـ ـ ٣) الحلقة الحارسة لهذا المكثف.



شكل (٥ـ٣): أ و ب ـ مكثف مستوى دائري ذو حلقة حارسة جـ ـ مكثف اسطواني ذو حلقة حارسة.

مـثـال ١

مكثف متوازي اللوحين مصنوع من مادة الألومنيوم، المسافة بين لوحيه 1mm ماذا يجب أن تكون مساحة (S) كل من اللوحين كى تكون سعته $1\ \mu F$ و $1\ pF$:

الحـل

$$\because S = \frac{Cd}{\varepsilon_0} \Rightarrow S_1 = \frac{(10^{-12})(10^{-3})}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^{-4}\ m^2$$

$$S_2 = \frac{(10^{-6})(10^{-3})}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^{2}\ m^2$$

مـثـال ٢

ما هي القيمة العظمى للشحنة الواقعة على مكثف سعته $0.002\,\mu F$ ومساحة كل من لوحيه $100cm^2$ دون أن يحدث تأين للفراغ . علما بأن التأين يحدث إذا زادت قيمة المجال الكهربي عن $30000V/cm$.

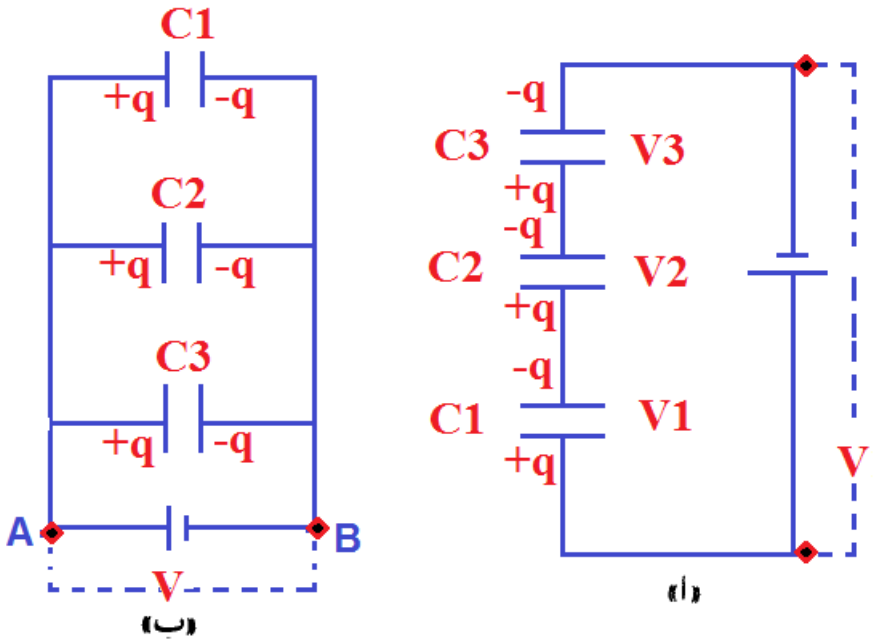
الحـــل إذا فرض أن q_{max} هي القيمة العظمى للشحنة و V_{max} هى الجهد المسلط بين طرفي المكثف الذي سعته C ومساحة كل من لوحيه S والمسافة بينهما d.

$$\therefore q_{max} = CV_{max} \Rightarrow \because E_{max} = \frac{V_{max}}{d} \quad \& \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \Rightarrow \therefore q_{max} = E_{max}\,\varepsilon_0 S$$

$$= (3 \times 10^{6})\,(8.85 \times 10^{-12})\,(1.0 \times 10^{-2}) \Rightarrow = 2.66 \times 10^{-7}\,C$$

توصيل (المكثفات) المتسعات Connection of capacitors

يمكن توصيل المكثفات بعدة طرق مختلفة للحصول على سعات أكبر أو أصغر من القيم الأساسية لكل مكثف على حده . والقيمة الجديدة لسعة المكثفات المتصلة تمثل السعة المكافئة لها حسب نظام توصيل الدائرة .



شكل (٦-٣) : أ ـ ثلاث مكثفات C_1 ، C_2 ، C_3 متصلة على التوالي . ب ـ متصلة على التوازي