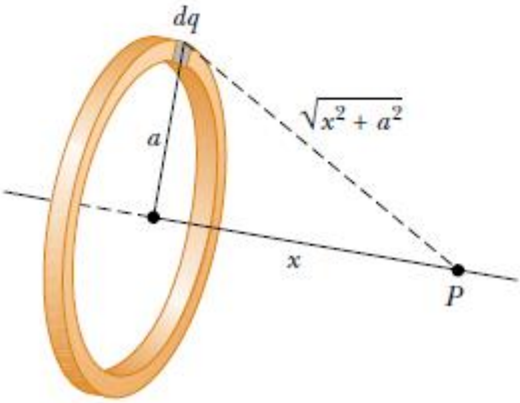
Electric Potential Due to a Uniformly Charged Ring



شكل (٤-٢): حلقة دائرية مشحونة والمطلوب حساب E و V عند النقطة p.

الشحنة موزعة بانتظام على طول الحلقة فإن كل جزء من الشحنة يبعد بمقدار $(x^2 + a^2)^{1/2}$ عن النقطة P الواقعة على محور الحلقة، شكل (٤-٢)، لهذا فإن الجهد V عند النقطة P يساوي :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

ومن التماثل نجد أن المجال عند نقطة محورية يتجه في اتجاه المحور، وعندئذ فإن تدرج الجهد $\frac{dV}{dx}$ يساوي شدة المجال عند هذه النقطة.

$$\therefore E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x^2 + a^2)^{1/2}}\right)$$

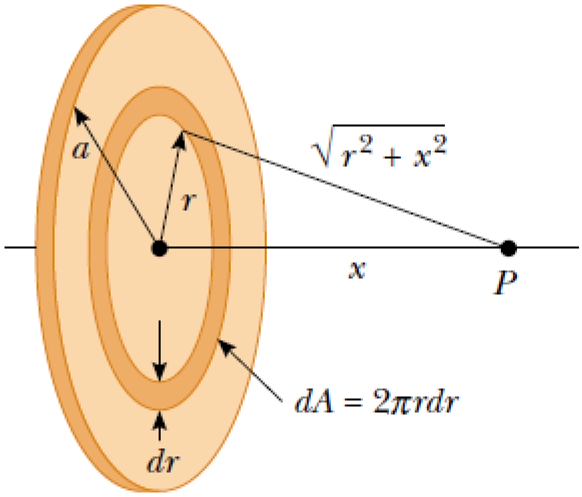
$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Electric Potential Due to a Uniformly Charged Disk

قرص مشحون بشكل غير منتظم له نصف قطر مقداره a وكثافة شحنته السطحية 0 . أوجد

(A) الجهد الكهربائي

(B) قيمة المجال الكهربائي على طول المحور المركزي العمودي على القرص



: **(A) Solution** نختار نقطة مثل P تبعد بمسافة مقدارها x من مركز القرص
ان المساحة السطحية للقرص هي $dA = 2\pi r\, dr$. ومن خلال تعريف كثافة الشحنة السطحية فأن الشحنة على القرص هي $dq = \sigma\, dA = \sigma 2\pi r dr$. و عليه يكون الجهد على النقطة P بسبب القرص هو

$$dV = \frac{k_e dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{k_e \sigma 2\pi r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

حيث ان x ثابتة وان r متغيره.وللايجاد الجهد الكهربائي الكلي عند P هذا يعني ان نكامل dV من $r = 0$ to $r = a$:

$$V = \pi k_e \sigma \int_0^a \frac{2r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \pi k_e \sigma \int_0^a (r^2 + x^2)^{-1/2}\, 2r\, dr$$

This integral is of the common form $\int u^n\, du$ and has the value $u^{n+1}/(n+1)$, where $n = -\frac{1}{2}$ and $u = r^2 + x^2$. This gives

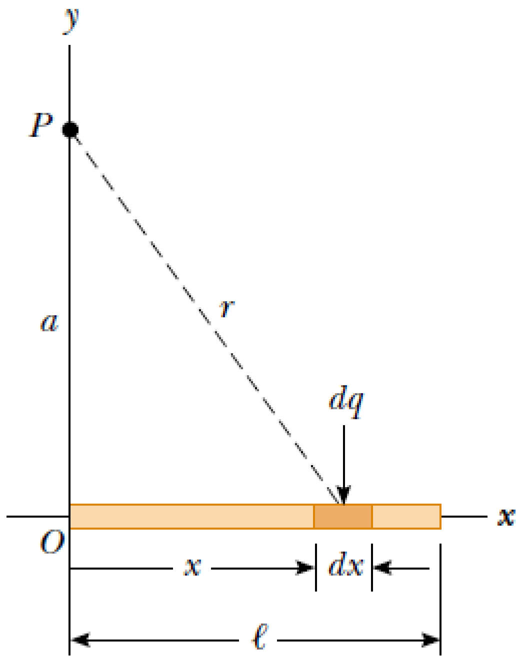
$$V = \boxed{2\pi k_e \sigma \left[(x^2 + a^2)^{1/2} - x\right]}$$

Solution (B)

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \boxed{2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}\right)}$$

Electric Potential Due to a Finite Line of Charge

عصا بطولℓ مثبتة على طول المحور x axis تحمل شحنة كلية Q وكثافة شحنة خطية منتظمة مقدارها $\lambda = Q/\ell$. أوجد الجهد الكهربائي عند النقطة P المثبتة على المحور y axis تبعد بمسافة عن مقدارها a عن نقطة الاصل كما فب الشكا أدناه .



Solution

أن العنصر الذي طولة dx يحمل شحنة مقدارها $dq = \lambda\, dx$

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V = k_e\lambda \int_0^{\ell} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k_e \frac{Q}{\ell} \int_0^{\ell} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

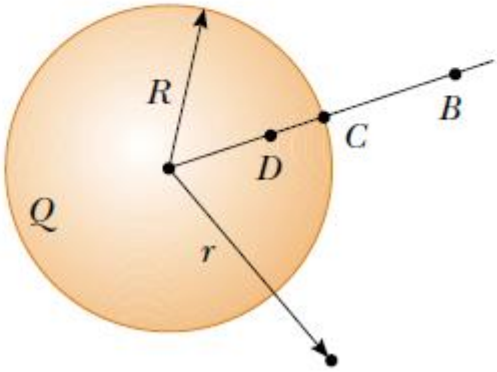
وان نتيجة التكامل هي

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$$

$$V = \frac{k_e Q}{\ell} \ln\left(\frac{\ell + \sqrt{\ell^2 + a^2}}{a}\right)$$

Electric Potential Due to a Uniformly Charged Sphere

أيجاد الجهد الكهربائي لجسم كروي موصل مشحون



A) أيجاد الجهد الكهربائي لنقطة خارج الجسم الكروي الموصل r >R نأخذ الجهد يساوي صفر عند $r = \infty$

$$E_r = k_e \frac{Q}{r^2} \qquad (\text{for } r > R)$$

الكرة الموصلة تحمل شحنه q+ وعلية يمكن ان نكتب

$$V_B - V_A = k_e Q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

$$V_B - 0 = k_e Q \left[\frac{1}{r_B} - 0 \right]$$

$$V_B = \boxed{k_e \frac{Q}{r}} \qquad (\text{for } r > R)$$

وبسبب ان الجهد مستمر عند r=R

$$V_C = k_e \frac{Q}{R} \qquad (\text{for } r = R)$$

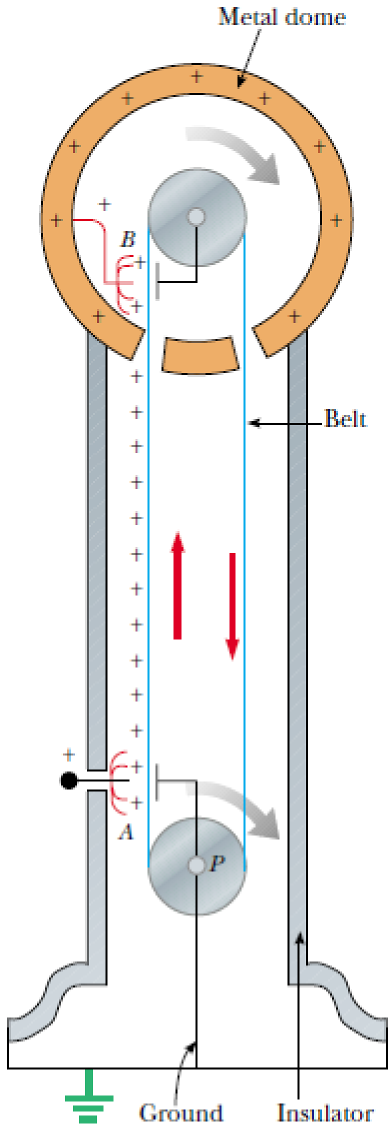
(B) لنجد الجهد عند نقطة خارج الكرة الموصلة المشحونة r < R

$$E_r = \frac{k_e Q}{R^3} r \qquad (\text{for } r < R)$$

Applications of Electrostatics

The Van de Graaff Generator: مولد فان دي كراف

يعتبر مولد فان دي كراف الذي صممة العالم Robert J. Van de Graaff (1901–1967) في 1929 من التطبيقات المهمة لظاهرة توزيع الشحنة على السطح الخارجي لموصل .



يستعمل هذا الجهاز في الحصول عل الالكترونات أو البروتونات ذات الطاقة العالية جدا قد تصل الى 10MeV . أن الفكرة الاساسية التب بني عليها عمل مولد فان دب كراف هي عند وضع موصل مشحون في تماس مع السطح الداخلي لكرة مجوفة موصلة فان جميع الشحنة التب يحملها الموصل المشحون تنتقل الى الكرة المجوفة .أن الشحنة المتجمعة على الكرة المجوفة وبالتالي الجهد الكهروستاتيكي المتكون بسببها يمكن ان تتزايد بدون حدود بتكرار العملية .في مولد فان دي كراف يستعمل حزام دوار لانتقال الشحنه الى الكرة المعدنية المجوفة وهو حزام مصنوع من مادة عازلة يمر فوق بكرتين عازلتين .