Electrical potential الجهد الكهربائي

Electrostatic potential energy

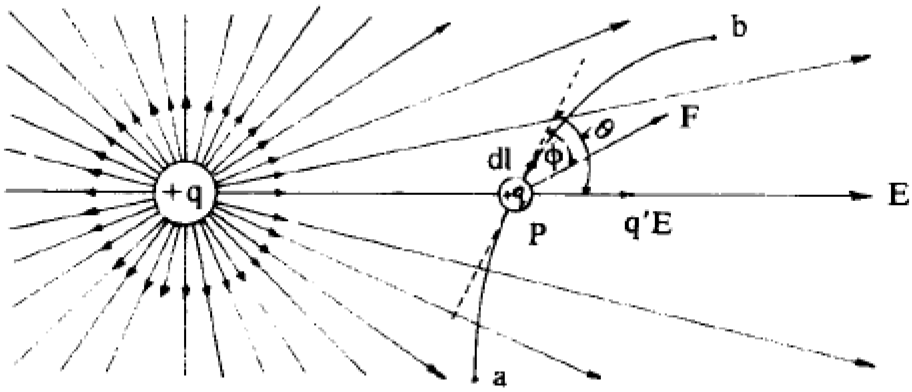
إذا وضعت شحنة موجبة قدرها $+q'$ في مجال كهربي شدته E ، كما في شكل (١ـ٢)، فإنها سوف تتحرك في اتجاه المجال تحت تأثير قوة كهربية قدرها $q'E$ ولكن إذا أثر على الشحنة بقوة أخرى خارجية F «غير كهربية» فإن الشحنة q' ستتحرك في اتجاه محصلة القوتين F و $q'E$. وحيث إن $q'E$ تختلف من نقطة لأخرى فإن الشحنة ستتخذ المنحنى ab مسارا لها (مثلا). فإذا كانت الزاوية بين $q'E$ والمماس لهذا المنحنى هي θ والزاوية بين F والمماس لها هي ϕ فإنه بتحليل هاتين القوتين في اتجاه عمودي وآخر مواز للمماس، كما هو موضح بشكل (١ـ٢)، يمكن الحصول على :

أ ـ المحصلة العمودية للقوى (resultant normal forces) :

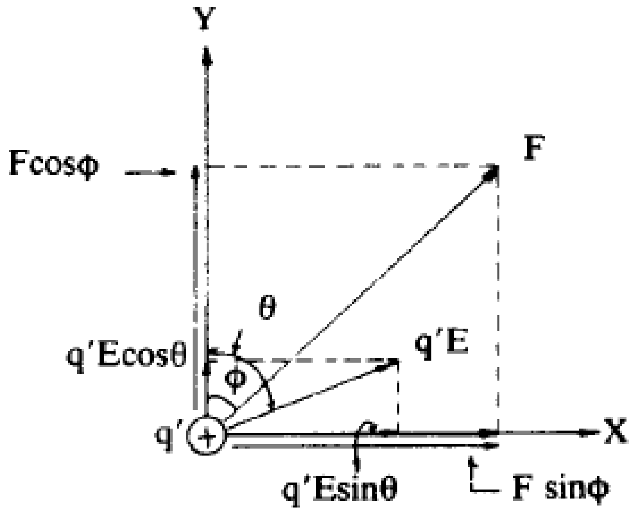
$$\Sigma F_n = F \sin\phi + q'E \sin\theta \qquad \ldots\ldots \quad (١ـ٢)$$

ب ـ ومحصلة القوى المماسية (resultant tangential forces)

$$\Sigma F_t = F \cos\phi + q'E \cos\theta \qquad \ldots\ldots \quad (٢ـ٢)$$



«أ»



شكل (١-٢): أ - 'q وقعت في مجال شدته E ناتج عن الشحنة +q فتأثرت بقوة قدرها q′E ثم خضعت الشحنة 'q لقوة أخرى خارجية F فتحركت الشحنة في اتجاه محصلة القوتين فاتخذت المسار ab.

ب - تحليل القوتين q′E ، F إلى مركباتهما.

فالقوى العمودية على المسار عبارة عن قوى جذب مركزي تغير من اتجاه سرعة الشحنة ولكن لا تغير من مقدارها. بينما القوى التماسية تزيد في عجلة الشحنة على طول مسارها ويتحدد مقدارها من قانون نيوتن الثاني (Newton's second law) وبذلك تكون محصلة القوى التماسية المعطاة بالمعادلة (١-٢) بالصيغة التالية:

$$F \cos \phi + q'E \cos \theta = ma \qquad ..... \quad (٣-٢)$$

حيث m كتلة الشحنة، أما العجلة a فتعطى بالعلاقة التالية:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dl}{dl} = \frac{dl}{dt} \cdot \frac{dv}{dl} = v \frac{dv}{dl}$$

حيث v سرعة الشحنة و dl عنصر طولي على المسار.

وبالتعويض في المعادلة (٣-٢) يمكن الحصول على:

$$F\cos\phi + q'E\cos\theta = mv \frac{dv}{dl}$$

أو

$$F \cos\phi \, dl + q'E \cos\theta \, dl = mvdv$$

أو

$$F \cos\phi \, dl = mvdv - q'E \cos\theta \, dl \qquad (٢-٤)$$

وتوضح أهمية الحدود الثلاثة في هذه المعادلة المناقشة التالية :

١ ـ يمثل الحد الموجود في الطرف الأيسر من المعادلة الأخيرة ($F \cos\phi \, dl$) الشغل الذي تبذله القوة الخارجية F لنقل الشحنة مسافة dl فإذا رمز لهذا الشغل بالرمز dW فإن :

$$dW = F \cos\phi \, dl \quad \ldots\ldots \quad (٢-٥)$$

٢ ـ يمكن كتابة الحد الثاني (mvdv) على الصورة $d(\frac{1}{2} m v^2)$ وهو يمثل الزيادة في طاقة الحركة للشحنة d(KE).

$$d(KE) = mvdv = d\left(\frac{1}{2} mv^2\right) \cdots \quad (٢-٦)$$

٣ ـ أما الحد الثالث ($-q'E \cos\theta \, dl$) فهو الشغل المبذول ضد القوة $q'E$ التي تؤثر على الشحنة (الإشارة السالبة تعني أن الشغل يبذل ضد القوة الكهربية)، حيث إن الشغل الذي تبذله القوة $q'E$ يساوي ($+q'E \cos\theta \, dl$) أي أن هذا الحد يمثل زيادة طاقة الوضع للشحنة d(PE).

$$d(PE) = -q'E \cos\theta \, dl \quad \ldots\ldots \quad (٢-٧)$$

لذلك فالمعادلة (٢-٤) تمثل العلاقة بين الشغل والطاقة لجسم مشحون يتحرك في مجال كهربي والتي يمكن كتابتها كالتالي :

$$dW = d(KE) + d(PE)$$

وبمكاملة المعادلة (٢-٤) على طول المسار من النقطة a إلى النقطة b نحصل على :

$$\int_a^b F \cos\phi \, dl = \int_{v_a}^{v} mvdv - \int_a^b q'E \cos\theta \, dl \cdots \quad (٢-٨)$$

ومن الـواضـح أن التكامل الأول يساوي الشغل الكلي W الذي تبذله القوة الخارجية F على الشحنة ويعرف بالتكامل الخطي (line integral) ومعناه أنه عند كل عنصر طولي dl على المسار يوجد حاصل ضرب $F\cos\theta$ و dl ثم تجمع حواصل الضرب لكل عناصر المسار بين النقطتين a و b. وتختلف معنى النهايتين a و b عن حدود التكامل المعتادة، إذ أنهما يدلان هنا فقط على نقطتين على المسار. ومن الواضح أن هذا التكامل لا يمكن حساب قيمته إلا إذا علم كيف تتغير القوة الخارجية مقدارا واتجاها.

$$\therefore W = \int_a^b F \cos\phi \, dl \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (٢\text{-}٩)$$

أما التكامل الأول من اليمين في المعادلة (٢-٨) فمن الممكن حسابه بصرف النظر عن كيفية تغير القوى، وحدا هذا التكامل v_a و v_b هما سرعتا الشحنة عند النقطتين a و b أي أن:

$$\int_{v_a}^{v_b} mvdv = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2 = KE_b - KE_a \quad \cdots \quad (٢\text{-}١٠)$$

وهذا التكامل يمثل الزيادة الكلية في طاقة حركة الشحنة.

والتكامل الأخير تكامل خطي يمثل الشغل المبذول ضد القوة التي يؤثر بها المجال أو الزيادة الكلية في طاقة الوضع $PE_b - PE_a$

$$\therefore -\int_a^b q' E \cos\theta \, dl = PE_b - PE_a \quad \cdots \quad (٢\text{-}١١)$$

وتمثل هذه النتيجة الفرق بين طاقتي الوضع للشحنة q' عند النقطتين a و b في مجال كهربي استاتيكي. ولحساب طاقتيّ الوضع عند نقطة واحدة فقط فإنه يجب الاتفاق على نقطة الإسناد التي تكون عندها طاقة الوضع مساوية للصفر.

هذه النقطة غالبا تختار في ما لا نهاية ولذلك فإن طاقة وضع الشحنة تساوي صفرا إذا ما ابتعدت كثيرا عن الشحنات التي تنتج المجال. وإذا ما انتقلت الشحنة من

ما لا نهاية إلى نقطة ما فإن الشغل المبذول ضد القوى المؤثرة عليها بواسطة المجال يساوي طاقة وضعها عند هذه النقطة ، فإذا فرض أن النقطة q' تقع في ما لا نهاية وفرض أن $P\,E_a = 0$ فإن المعادلة (١١-٢) تصبح :

$$PE = -\int_{\infty}^{b} q'\,E\cos\theta\, dl \quad \cdots\cdots \quad (٢\text{-}١٢)$$

ولما كانت q' أي نقطة في المجال، كان من الأنسب عدم كتابة حدود التكامل

$$PE = -\int q'\,E\cos\theta\, dl \quad \cdots\cdots \quad (٢-١٣أ)$$

وهكذا يمكننا تعريف طاقة الوضع عند نقطة ما في مجال كهربي بأنها الشغل الذي تبذله الشحنة q' ضد القوة الناتجة عندما تنتقل من ما لانهاية إلى هذه النقطة .

ويرمز عادة لطاقة الوضع بالرمز U.

$$\therefore U = -\int q'\,E\cos\theta\, dl = -q'\int \vec{E}\cdot d\vec{l} \quad (٢-١٣ب)$$

و هذه المعادلة تسمى **Change in electric potential energy of a system.**

Potential and Potential Energy:

الجهد يصف المجال فقط بالاعتماد على جسيمة الشحنة الاختبارية الموضوعة في المجال بينما طاقة الجهد تصف نظام شحنة المجال المعتمدة على التفاعل بين المجال و الجسيمة المشحونة الموجودة في المجال.

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$$

Potential difference between two points

Potential Differences in a Uniform Electric Field

لنفرض لدينا مجال كهربائي منتظم مباشرة على طول محور الصادات السالب كما مبين في الشكل a ودعنا نحسب فرق المجال بين نقطتين A and B المفصولتين بواسطة المسافة $|s|= d$ حيث ان S خطوط المجال المتوازية . المعادلة 3 تعطى