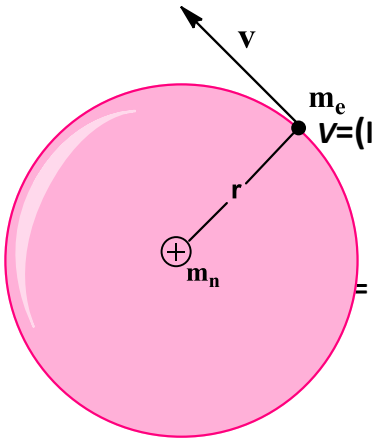
Bohr Theory of the Hydrogen atom □

□نظرية بور حول ذرة الهيدروجين

□صور العالم نيلز بور الألكترون في ذرة الهيدروجين على انه يسلك مسـار دائري حول البروتون



السرعة الخطية للألكترون (linear velocity of the electron) =V

كتلة الألكترون m_e= mass of electron

نصف قطر المدار الدائري = the radius of the circular orbit

كتلة النواة m_n= mass of nucleus

□ولكي يسير الألكترون بانتظام في هذا المسار الدائري يجب أن يتحقق هذين الشرطين:

القوة الطاردة المركزية المتولدة من حركة الألكترون centrifugal force يجب ان تسـاوي مجموع قوى التجاذب بين النواة والألكترون forces of attraction

Centrifugalforce $(f_o) = \frac{m_e v2}{r}$ 12

ولكي يبقى الألكترون في مداره ، هناك قوتي جذب هما جذب الألكترون من قبل البروتون electric force وقوة الثقل الكتلي gravitational force ولأن قوة الجذب بين البروتون والألكترون أكبر بكثير لذى ممكن إهمال قوى الجذب الأخرى

Electric force of attraction $(f_{elec.}) = \frac{Ze^2}{r^2}$ $(Z_H = 1)$ . .

. 13

وبما إن المعادلتين 11 و 12 هما شرط المدار المستقر فإن:

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$$ . . .

. 14

The energy of electron moving in one of Bohr orbits طاقة الألكترون المتحرك في أحد مدارات بور□

إن الطاقة الكلية هي مجموع الطاقة الحركية (kinetic energy T) والطاقة الكامنة (potential energy V)

$E=T+V$ عندما T تعبر عن الطاقة الحركية 15

$T=\frac{1}{2}m_e v^2$ تعبر عن الطاقة الكامنة V 16

$V=\int_{\infty}^{r}\frac{e^2}{r^2}dr=\frac{-e^2}{r}$ 17

$E=\frac{1}{2}m_e v^2 - \frac{e^2}{r}$ 18

$\frac{m_e v^2}{r}=\frac{e^2}{r^2}$ or $m_e v^2=\frac{e^2}{r}$ 19

$E=\frac{1}{2}\frac{e^2}{r}-\frac{e^2}{r}=-\frac{1}{2}\frac{e^2}{r}$ 20

Note : negative charge refer to the fact that for excess energy the electron may transfer from orbit with less r value to another with more r value .

فرضية بور: ***Bohr made a novel assumption that***

إن أهم ماعمله بور في هذه الحسابات هو افترضه بأن الزخم الزاوي **angular momentum** والمساوي الى $m_e vr$ للمسار الدائري للألكترون يمكنه أن يستمر فقط إذا أخذ قيم ثابتة وصحيحة للمدار($\frac{h}{2\pi}$) واحياناً تكتب $\hbar$ حيث :

(h ثابت بلانك, = 6.625×10^{-27}erg.sec.(6.625×10^{-34}JS).

والتعبير الرياضي لفرضية بور هو:

$m_e v\, r=$ $n(\frac{h}{2\pi})$ 21

[n= 1, 2, 3……(all integers (n) صحيحة الى المالانهاية حيث يجب أن تكون جميع القيم لـ to ∞)] وباستخراج قيمة السرعة من المعادلة 21 نحصل على:

$$v = n\left(\frac{h}{2\pi}\right)\frac{1}{m_e r}$$ 22

وبتعويض قيم السرعة من معدلة 22 في شرط المدار المستقر (معادلة 19) نحصل:

$\frac{m_e n^2 h^2}{4\pi^2 m_e^2 r^2}=\frac{e^2}{r}$ 23

$$r=\frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e e^2}$$ 24

من المعادلة رقم 24 ممكن حساب نصف القطر بدلالة المدار n.

ومما تقدم يمكن حساب الطاقة (energy) المتوافقة مع الكترون يسير مدار مسموح به وذلك بتعويض قيمة نصف القطر (r) من المعادلة 24 في المعادلة 20

$$E=-\frac{2\pi^2 m_e e^4}{n^2 h^2} \quad \text{.....25}$$

مثال (١٠-١) / أ- إحسب نصف قطر مدار بور الأول.

ب- إحسب سرعة الكترون في مدار بور الأول لذرة الهيدروجين.

ج- إحسب طاقة الكترون في مدار بور الأول لذرة الهيدروجين

الحل: أ- نصف القطر

A-The radius

$$r=\frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e e^2} \qquad n=1$$

بالتعويض عن المدار بـ

$$r=\frac{(1)^2\,(6.625\text{x}\,10^{-27}\text{erg.sec.})^2}{4((3.1416)^2\,(9.1072x10^{-28}\,g)^2\,(4.8022x10^{-10}abs\ esu)^2}$$

$r = a_o = 0.529\text{X}10^{-8}\ \text{cm} = 0.529\ \text{A}^o$

ب- السرعة

B-The velocity

$$v= n\left(\frac{h}{2\pi}\right)\frac{1}{m_e r}$$ substituting n=1 and $r = 0.529\text{X}10^{-8}$ cm

$$v=(1)\left(\frac{6.625\text{x}\,10^{-27}\text{erg.sec}}{2(3.1416)}\right)\left(\frac{1}{(9.1072x10^{-28}\,\text{g})(0.529\text{X}10-8\ \text{cm})}\right)$$

$v= 2.188\text{x}18^8\ \text{cm sec}^{-1}$

C-The energy ج- الطاقة

$$E=-\frac{2\pi^2 m_e e^4}{n^2 h^2}$$

$$= - \left(\frac{(3.1416)^2 \ (9.1072x10^{-28}\,\mathrm{g})(4.8022x10^{-10}\,abs\ esu)^4}{1^2 x\ 6.625x\ 10^{-27}\,\mathrm{erg.sec}^2} \right.$$

$E = 2.17 \times 10^{-11}$ erg

Ionization Potential for the hydrogen atom جهـد التأين لذرة الهيـدروجيـن

ببســاطة ، إن الطاقة اللازمة لإزالــة الكتــرون من غلاف التكافؤ لذرة في حالتها المستقرة هو جهد التأين الأول ، في الهيدروجين تؤدي عملية إزالة الألكترون من غلافه الى تكوين ايون موجب(H^+) وحسب المعادلة:

$H_{(g)} \rightarrow H^+ + e$

$$\Delta E_H = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2}\left[\frac{1}{n_I^2} - \frac{1}{n_{II}^2}\right] \qquad \text{where } n_I=1 \ ; \ n_{II}=\infty$$

.....26

$$\Delta E_H = I.E = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2}$$

But $a_o = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2}$

$$\frac{1}{a_o} = \frac{4\pi^2 m_e e^2}{h^2}$$

وبضرب المعادلة x (1/2)

$$\frac{1}{2a_o} = \frac{2\pi^2 m_e e^2}{h^2}$$

Thus $\Delta E_H = \frac{e^2}{2a_o}$ where ΔE_H= Ionization potential

$$\Delta E_H = \frac{e^2}{2a_o} = \frac{(4.8022x10^{-10}\,abs\ esu)^2}{2\ x\ 0.529X10{-}8\ cm} = 2.179 \times 10^{-11} \text{ erg}$$

$I.E_H = 2.179 \times 10^{-11}$ erg x 6.241×10^{11} ev = 13.605 ev

نظريــة بور للذرات الشــبيهة بذرة الهيدروجيــن

Bohr theory for atoms similar to hydrogen atom

وللذرات مثل الهيليوم He^{+1} أحادي الشــحنة والليثيوم ثنائي الشــحنة Li^{+2} والتي تمتلك الكترون واحد في غلافها الأول وهي بذلك تشــابه ذرة الهيدروجين.

يمكن ان تكون قوة التجاذب بين شــحنة النواة خاضعة للمعادلة التالية:

$$\frac{m_e v^2}{r} = Z \cdot \frac{e^2}{r^2} \qquad \text{Thus} \qquad r = \frac{m_e v^2}{e^2} \cdot \frac{1}{Z}$$

$$\text{but} \quad v = \frac{n\ h}{2\pi\ m_e\ r} \qquad v^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e{}^2 r^2}$$

$$\text{Thus} \qquad r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e e^2} \cdot \frac{1}{Z}$$

$$E = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2} \ x \ Z^2$$

$$\Delta E = Z^2 \ \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2}\left[\frac{1}{n_I{}^2} - \frac{1}{n_{II}{}^2}\right]$$

$$\Delta E = Z^2 \ \Delta E_H$$

2^{nd} I.E. For He (Z=2) مثال (١ –١١)/ احســب جهد التأين الثاني للهيليوم

$He_{(g)} \rightarrow He^+_{(g)} + e^- \qquad \Delta E = I.E_1$

$He^+_{(g)} \rightarrow He^{2+}_{(g)} + e^- \qquad \Delta E = I.E_2$

$I.E_2 = Z^2\ \Delta E_H = (2)^2 \text{ x } 13.6 \text{ ev} \Longrightarrow I.E_2 = 54.4 \text{ ev}$

The Spectrum of Hydrogen Atom طيف ذرة الهيدروجين

إن الطاقة لألكترون منتقل خلال مستويات ذرة الهيدروجين هي بالتأكيد مساوية لفرق الطاقة بين المستويين اللذين حصل بينهما الإنتقال.

$$E_H = E_{II} - E_I$$

$$E_H = -\frac{2\pi^2 m_e\ e^4}{n_{II}^2 h^2} - \left(-\ \frac{2\pi^2 m_e\ e^4}{n_I^2 h^2}\right)$$

$$E_H = \frac{2\pi^2 m_e\ e^4}{h^2}\left[\frac{1}{n_I^2} - \frac{1}{n_{II}^2}\right]$$

وبتعويض قيمة طاقة الهيدروجين بتردد الضوء من المعادلة الأخيرة نحصل:

$$\upsilon_H = \frac{2\pi^2 m_e\ e^4}{h^3}\left[\frac{1}{n_I^2} - \frac{1}{n_{II}^2}\right] \qquad \text{.....27}$$

$R=\frac{2\pi^2 m_e\ e^4}{h^3}$ من المعادلة رقم 27 وعندما $(n_I= 1\ ;\ n_{II}= \infty)$ يمكن جمع الثوابت ولنرمز لها

وبتعوض قيمة الكتلة بوحدات الغرام وثابت بلانك بوحدات الإرك نحصل على ثانب رايدبرج (R) بدلالة التردد كما يلي:

$$R_H = \frac{2\pi^2 m_e\ e^4}{h^3} = \frac{2(3.1416^2 x\ 9.1085x10^{-28} x\ 4.8029\ x\ 10^{-10})^4}{(6.6252\ x\ 10^{-27})^3}$$

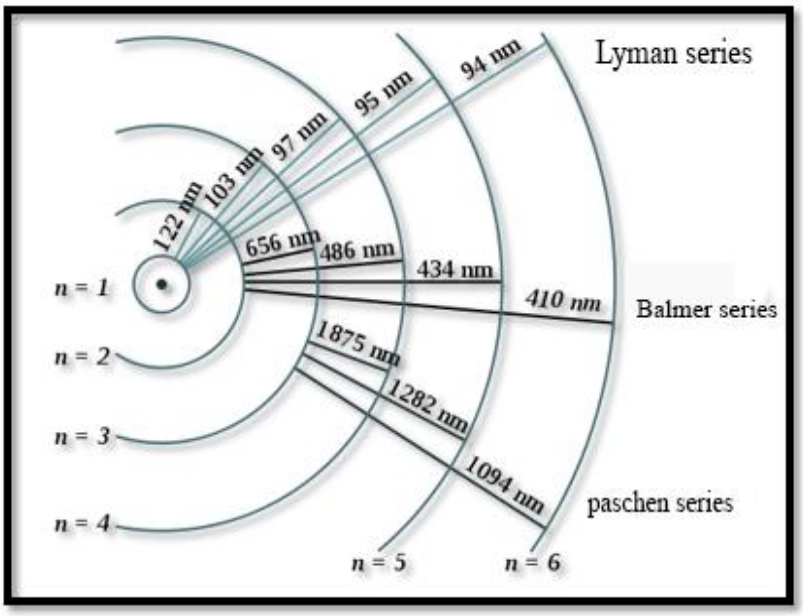
$$R = 3.2889\ x10^{15}\ \text{Cycle / sec}$$

في الحسابات المعتادة يستخدم ثابت رايدبرج بدلالة العدد الموجي **(ῡ)wave number**

بدلاً من التردد ولما كانت العلاقة بين اغلعدد الموجي والتردد هي: $\upsilon_H = c\ \bar{\upsilon}_H$ فˈن ثابت رايدبرج يمكن حسابه كما يلي:

$$R_H = = \frac{3.2898X10^{15}}{2.9979X10^{10}} \frac{cycles/sec}{cm/sec} = 109{,}737\ cm^{-1}$$

(experimental value R_H is 109,677. 518 cm^{-1})



شكل (١ – ١٣) الخطوط الطيفية لذرة الهيدروجين

مثـــال (١ – ١٢) / إحســب العدد الموجي ($\bar{\upsilon}_H$) عند الإنتقال من (n=1) الى (2, 3, 4)

الحل:

$$\bar{\upsilon}_H = 109678\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 82259\ cm^{-1}$$

$$\bar{\upsilon}_H = 109678\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 97492\ cm\text{-}1$$

$$\bar{\upsilon}_H = 109678\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 102823\ cm\text{-}1$$

مثـــال(١ –١٣) / ماهو الطول الموجي لضوء منبعث عندتغير الطاقة من n = 4 الى n = 2 ؟

الحل: ان فرق الطاقة هنا لايعني بالضرورة انتقال الألكترون ولكن فقط كمية الطاقة بين غلافين والأسهل في الحساب اعتبار الغلاف الثاني

$n_1 = 2$ والغلاف الرابع $n_2 = 4$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{n_I^2} - \frac{1}{n_{II}^2}\right]$$

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right] \longrightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right]$$

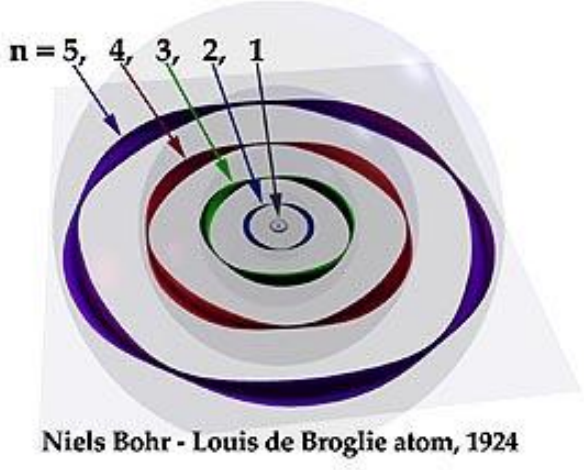
$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}\left[0.250 - 0.0625\right] \longrightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}\left[0.1875\right]$$

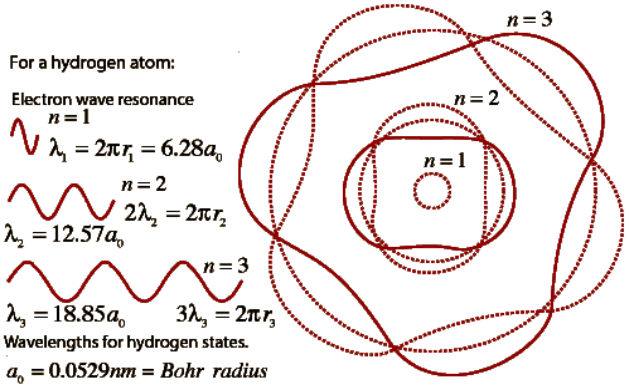
$$\frac{1}{\lambda} = 2.057 \times 10^7\ m^{-1} \longrightarrow \lambda = 4.862 \times 10^{-7}\ m$$

الطبيعة المزدوجــة للألكترون The dual nature of the electron

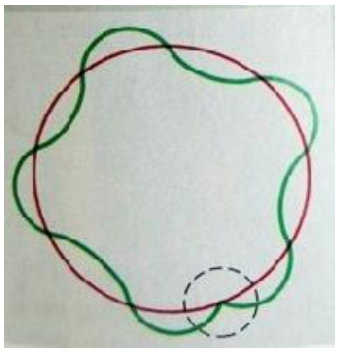
السؤال المطروح هنا لماذا يدور الألكترون حول النواة بمدارات ذات أبعاد ثابتة ؟ لايوجد توضيح لهذه الحقيقة حتى من العالم بور نفسه. في عام 1924 العالم لويس دي برولي Louis de Broglie وضع تفسيراً لتلك الظاهرة وذلك بايضاح ان الموجة الضوئية تسلك كسيل من الدقائق (الفوتونات) ، إذن هذه الألكترونات تسلك سلوك الموجة في حركتها أو مايسمى بالموجة الواقفة.

إن الموجة وفق هذا التفسير تنتقل على طول خيط string بعض النقاط على طول هذا الخيط تسلك كعقد *nodes* أي لاتمتلك تواجد الكتروني أي ان سعة الموجة في هذا المكان صفر .





Allowed orbit



Not allowed orbit

Allowed orbit

اذا لم يكن مسار الالكترون بشكل موجـــة متكاملة فانه وبمرور الوقت يحدث تداخل بالموجات وهذا التداخل هدام لذا تتلاشى. اذن الالكترون يجب ان يســـير بموجة منتظمة او مايطلق عليها بالموجة الواقفة .

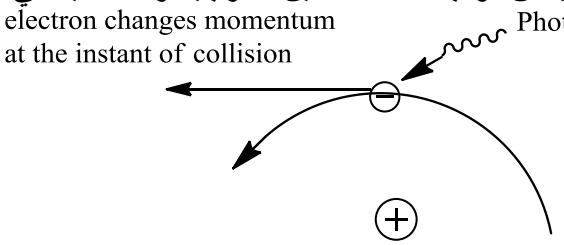
شكل (١ –١٤) الموجة الواقفة

The uncertainty principle مبدء اللادقـــة

اقترح دي برولي De Broglie بأن للألكترون صفات موجية مثل الطول الموجي والتردد وتداخلات الطور.

بينما أوضح ثومســون إن للألكترون صفات الدقائق مثل الكتلة والطاقة والعزم.

بور بدوره وضع مبدء ان كلا الصفتين يكمل احداهما الآخر *principle of complementarity*. وفي هذا المبدء لايمكن تواجد كلا الصفتين الموجية والدقائقية في آن واحد.



إن بالإمكان تحديد موقع الألكترون في لحظة معينة بواسطة مجهر فائق الدقة ذو ضوء ذات أطوال موجية قصيرة جداً أي طاقات عالية جداً (اشعة اكس أو أشعة كاما) لذا فالفوتونات ذات الأطوال الموجية القصيرة تمتلك طاقة عالية جداً .إذا إصطدم أحد هذه الفوتونات بالألكترونات ستحدث استطارة لأشعة كاما وكنتيجة لذلك سيكتسب هذا الألكترون جزءاً من طاقة الفوتون فتتغير سرعة الألكترون وبذلك يحدث تغير بالزخم .

وقد عرف هايزنبرغ Werner Heisenberg هذا المبدء بمبدء اللادقة *uncertainty principle* وكما يلي:

" *It is impossible to specify at any given moment both the position and the momentum of an electron*"

ان الحد الأدنى للادقة هو ثابت بلانك مقسوماً على 4π

$$(\Delta p_x)(\Delta x) \geq \frac{h}{4\pi}$$

Δp_x= uncertainty in momentum مقدار اللادقة في الزخم

Δx =uncertainty in position مقدار اللادقة في الموقع

$$[(\Delta p_x)(\Delta x) \geq \frac{\hbar}{2}$$

عند تطبيق مبدء اللادقة لهايزنبرغ على ذرة الهيدروجين نجد ان حركة الألكترون الدائرية حول النواة بمدارات دائرية محددة كما اعتقد بور حقيقة واذا لم يكن كذلك فبالامكان تحديد موقعه(من تحديد نصف القطر) وزخمه(من خلال طاقة الالكترون الحركية) في آن واحد.

مثال(١ –١٤) / جد مقدار اللادقة في موقع كرة مضرب كتلتها 220 g تتحرك بسـرعة $3x10^3$cm/sec ؟ إفترض ان اللادقة في الزخم واحد الى ترليوم . $(1/10^{12})$.

الحل /

$\rho = mc = 220x\ 3x10^3$

$= 6.6x10^5$ g cm sec^{-1}

$\Delta\ \rho = 6.6x10^5\ x\ (1/10^{12}) = 6.6x10^{-7}$

And the uncertainty in its position

$$6.6x10^{-7}(\Delta x) \geq \frac{6.63x\ 10^{-27}}{4\pi}$$

$\Delta x = 10^{-21}$ cm.

ماذا عن الكترون بكتلة 10^{-27}g ويسير بنفس السرعة التي كانت تسير به كرة المضرب؟

$\rho = mc = 10^{-27}x3x10^3 = 3x10^{-24}$ g cm sec^{-1}

$\Delta\ \rho = 3x10^{-24}\ x\ (1/10^{12}) = 3x10^{-36}$

$$(\Delta x) = \frac{6.63x\ 10^{-27}}{4\pi x3x10^{-36}} = 10^9 \text{ cm (very high uncertainty)}$$

مثال(١ –١٥) / كرة مضرب كتلتها 0.142kg تتحرك بسـرعة $100.0\pm$ 1% mile/h$(44.7\pm$ 1% m/s) ؟ كيف هي دقة جهاز umpire (مقدر الموقع) في معرفة الموقع لتلك الكرة .

الحل /

$\rho = mc$

$\rho = 44.7$ m/s $x10^2$ cm /m x 0.142 kg x1000g/1kg= 634740 gcm/sec

$\Delta\ \rho = 634740x\ 0.01 = 6347.4$

And the uncertaintyin its position

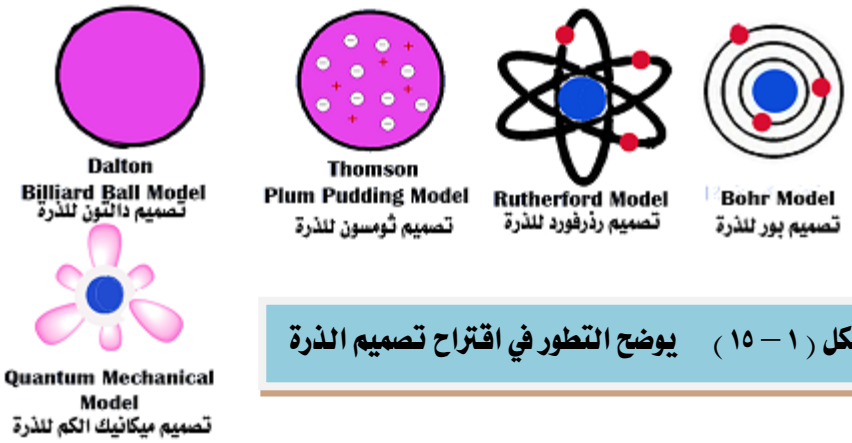
$$(\Delta x) \geq \frac{6.63x\ 10^{-27}}{4\pi\Delta\ \rho} = \frac{6.63x\ 10^{-27}}{4x\ 3.14x6347.4}$$

$\Delta x = 8.3x10^{-32}$ cm.

The need to modify the Bohr theory الحاجة الى تطوير نظرية بور

عرفنا سابقاً ان لكل ذرة خطوط طيف إنبعاث خاصة بها وتكاد ان تكون بمثابة بصمة تميز العنصر عن الآخر، لكن تم ملاحظة إن هذا الطيف يصبح معقد جداً عند وضع تلك الذرة في مجال مغناطيسي magnetic field. هذه الظاهرة phenomenon اطلق عليها تأثير زيمان " Zeeman effect" وهي غير متطابقة مع نظرية بور. ولكن العالم الفيزيائي الألماني سومرفيلد Sommerfeld استطاع أن ينقذ النظرية بإقتراح المدار الأهليجي elliptical بالإظافة الى المدار الدائري الذي يتحرك به الألكترون. دمج نظرية بور وسومرفيلد بما يسمى بـ Bohr-Sommerfeld theory أدى الى وضع تفسير مقنع لظاهرة زيمان. من الجدير بالذكر ان العلماء قبل زيمان إن طيف الإنبعاث في لذرة الهيدروجين تظهر فيه خطوط إضافية ، وإن زيمان أكد إن الطيف يصبح معقد جداً عندما توضع الذرة في مواجهة مسار مجال مغناطيسي واقترح المدار الأهليجي للألكترون بالإضافة الى الدائري وبهذا تكون الزوايا سوف تتغير ويغير معها نصف قطر الأوربتال .

الفيزيائي سومرفيلد إقترح عدد كمي جديد اسـماه الزيماثي Zimathal ورمز له بـ (K) وقال إن لكل عدد كمي رئيسي (n) هناك عدد من الأعدادالكمية الثانوية (K) مثل ($K_1, K_2, K_3, \ldots n$). وهنا يجب ملاحظة ان العدد الكمي الثانوي لايمكن أن يأخذ القيمة صـفر لأن القيمة صـفر تعني ان الألكـترون في مدار خطي ويمر بالنواة. وكذا عندما K= n فالمدار دائري وعندما n= 3 فإن ($K = 1, K = 2, K = 3$) ولأن الأوربتال الثانوي (K_n) يكون قريب احدهما من الآخر فإن طاقة هذه الأوربتالات تكون متقاربة ولذا فإن خطوط طيف الأنبعاث تكون قريبة من بعضها البعض.



شكل (١ – ١٥) يوضح التطور في اقتراح تصميم الذرة

- الأكثر أهمية في هذا الموضوع هو عدم قدرة حتى نظرية بور- سومرفيلد لتوضيح واعطاء تفاصيل الخطوط للذرات متعددة الألكترونات.
- نظرية بور- سومرفيلد غير غادرة على إعطاء إيضاحات عن شدة الخطوط.
- بور أوضح بأن الزخم الزاوي مساوي الى ($n\frac{h}{2\pi}$) بين وجد في الحقيقة ان الزخم الزاوي $\sqrt{l(l+1)}\frac{h}{2\pi}$

ووفقاً لنظرية بور عندما n=1 يكون الزخم الزاوي = $(1x\frac{h}{2\pi})$.

ووفقاً للنظرية الحديثة عندما n=1 يكون الزخم الزاوي = $\sqrt{l(l+1)}$ عندما $(l= 0)$ وعندما $(n= 2)$ فإن $(l= 0, 1)$

إن الزخم الزاوي هي كمية ذات إتجاه وطول هذا المتجه يساوي $(K\frac{h}{2\pi})$ أي ان هناك اتجاهات محددة لأوربتال معين .

فعندما K = 1 يكون للمجال المغناطيسي المسلط على الذرة اتجاهين K=1 (M = +1 , -1) بالأضافة الى الأوربتال الدائري للأوربتال (0).

فعندما K = 1 يكون للمجال المغناطيسي المسلط على الذرة اتجاهين K=2 (M = +2, +1 , -1, -2)بالأضافة الى الأوربتال الدائري للأوربتال (0).

فعندما K = 1 يكون للمجال المغناطيسي المسلط على الذرة اتجاهين K=3 (M = +3, +2, +1 , -1, -2, -3)بالأضافة الى الأوربتال الدائري للأوربتال (0). وفي النظريات الحديثة استخدم الرمز (L) للتعبير عن العدد الكمي الثانوي Secondary quantum number بدلاً من K.

بدون تسليط مجال مغناطيسي ، أكتشف ان للألكترون برم ذو اتجاهين.الأول بإجاه عقرب الساعة 1st one clock wise(+1/2)

بينما يكون الثاني عكس عقرب الساعة .2nd one anti clock wise(-1/2) حيث يكون لهذين الأتجاهين نفس الطاقة ، وعلى العكس من ذلك في وجود المجال المغناطيسي حيث يصبح الطيف أكثر تعقيداً ويكون لكل برم طاقة تختلف عن الآخر.

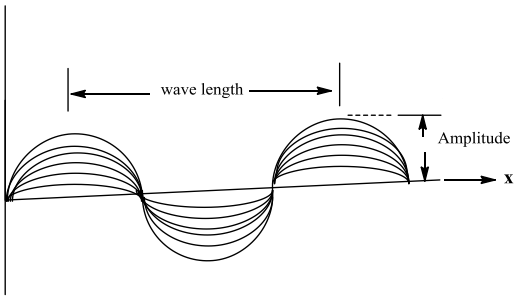
- أخيراً فإن نظرية لم تستطع وضح أي تفسيرات حول التآصر الكيميائي.

الطبيعة الموجية للألكترون The wave nature of the electron

في عام 1926 وضع العالم النمساوي شرودنكر *Erwin Schrodinger* وبإستخدام تقنيات رياضية معقدة ، صيغ ومعادلات تصف سلوك وطاقات الجزئيات الدقيقة جداً عموماً . أن المعادلة المستندة على قانون نيوتن لحركة الدقائق المايكروية Newton's laws of motion. تتضمن المعادلة كلا الصفتن للسلوك الألكتروني فهي تشتمل جزء يتضمن الكتلة mass (m) وسلوك الموجة *wave function* Ψ*(psi)*.

الدالة الموجية نفسها لاتمتلك معناً فيزيائياً والأكثر من ذلك تعطي هذه المعادلة إحتمالية probability لتواجد الألكترون تتناسب مع مربع الدالة الموجية Ψ^2 .

$$\text{Probability}_{(x,y,z)} \propto |\psi_{(x,y,z)}|^2$$



شكل (١ – ١٦) تجربة الخيط الممدود لتوضيح مبدء الإحتمالية لتواجد الألكترون

في لحظة ما ، يمكن تمثيل الانتقال الالكتروني كاهتزاز حبل (مثبت من جهتيه) عند سحبه من الوسط ثم تركه. وهكذا فان احتمال تواجد الالكترون يعبر عنه بمعادلة تفاضليه من الدرجة الثانية.

Mathematical view for wave movement التفسير الرياضي للحركة الموجية

دعنا نقترح ان هذه الحركة كانت بإتجاه واحد وليكن (X direction) وهكذا :

$A=2a \sin\frac{2\pi x}{\lambda} \cos 2\pi \upsilon t$ where A= amplitude ; a= constant ; λ=wave length ; $\upsilon = frequency$; t= time

$$f(x)= 2a \sin\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$A= f(x)\cos 2\pi\upsilon t$$

وبأخذ تفاضل الدرجة الثانية مرة نسبةً الى X ومرة نسبةً الى t نحصل على الحل التالي:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2\upsilon^2}{c^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} f(x)$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} f(x)= 0$$

وبالتعويض عن قيمة λ من معادلة دي برولي $\lambda = \frac{h}{mV}$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} f(x)= 0$$

$\mathscr{H}\psi = E\psi$[eigen functions]

$$\mathscr{H}=\frac{h^2}{2m}\nabla^2\psi + V$$ (∇^2= laplacian operator $= \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$)

Where $\mathscr{H}$ is operator called the **Hamiltonian operator**

وهي تعمل على الطاقةوهي كعملية + التي تعني الجمع و- تعني الطرح وهكذاالعملية التي (تجرى على الطاقة)

(represent the general form of the kinetic and potential energies of the system E is the numerical value of the energy for any particular ψ.

$$\nabla^2\psi_{x,y,z} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E- V)\psi_{x,y,z}= 0$$

معادلة شرودنكر غير المعتمدة على الزمن