$$L = \frac{K_e}{\sigma\, T} = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{K_B}{e}\right)^2 = 2.44 \times 10^{-8}\, watt.\frac{\Omega}{(\,^oK)^2} \quad \ldots. (11) \qquad \text{H.W.}$$

فشل نموذج الالكترون الحر:

الآن نذكر بشئ من الاختصار بعض الصعوبات التى تواجه النموذج من خلال النقاط التالية:

(أ) يفترض النموذج أن التوصيلية الكهربية تتناسب مع تركيز الإلكترونات لكن تظهر المعادن ثنائية التكافؤ توصيلية اقل منها فى حالة المعادن أحادية التكافؤ بالرغم من حقيقة أن المعادن الثنائية تملك تركيز إلكترونات اكبر من المعادن أحادية التكافؤ .

(ب) تبين قياسات سطح فيرمى انه غير كروي الشكل غالبا وهذا يتعارض مع النموذج حيث يتوقع أن يكون سطح فيرمى كروي الشكل.

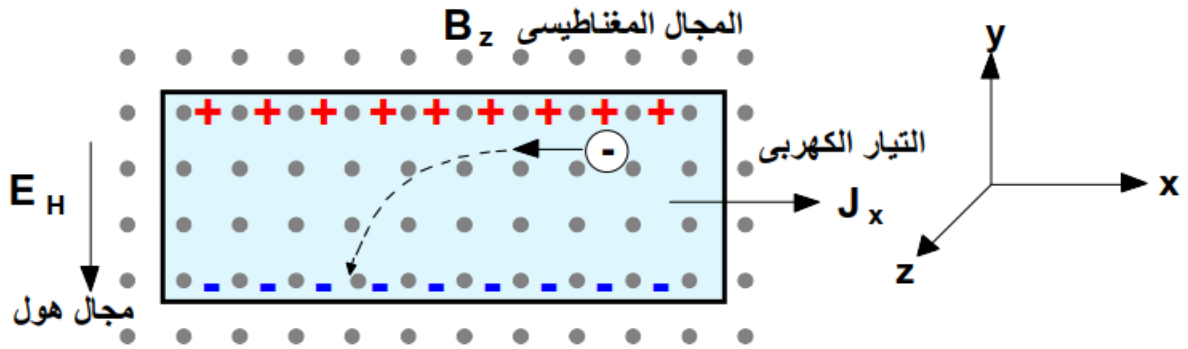
(ج) الحقيقة التى تطيح بهذا النموذج هي أن بعض المعادن تظهر قيم موجبة لثابت هول مثل الزنك بدلا من القيم السالبة كما يتوقع هذا النموذج.

حركة الالكترونات فى المجال المغناطيسي ELECTRON MOTION IN A MAGNETIC FIELD

يولد تطبيق مجال مغناطيسي على المعدن العديد من التأثيرات والتى تنتج من إلكترونات التوصيل، مثل تأثير هال (Hall's effect) والذي يستخدم فى فحص خصائص إلكترونات التوصيل.

تأثير هال HALL'S EFFECT

عندما يمر تيار كهربائي كثافته J_x، فى سلك بأتجاه محور x تحت تأثير مجال مغناطيسي عمودي على هذا الاتجاه شدته B_z يتولد مجال كهربائي عمودي على كل من التيار الكهربائي والمجال المغناطيسي، أي فى اتجاه محور y . تعرف الظاهرة السابقة بتأثير هال ويمكن توضيحها بالشكل الاتي:



رسم تخطيطي لتأثير ومجال هال

لفهم هذا التأثير نفترض أولا حالة ماقبل تطبيق المجال المغناطيسي. فى هذه الحالة يتدفق التيار الكهربائي فى الاتجاه الموجب لمحور x وهذا يعنى أن إلكترونات التوصيل تتحرك بسرعة انجراف v فى الاتجاه السالب لمحور x . عند تطبيق المجال المغناطيسي فإن الإلكترونات تقع فى نفس الوقت تحت تأثير قوة لورنتز (Lorentz force) مقدارها $\vec{F} = -\mathrm{e}(\vec{v} \times \vec{B})$ وتسبب هذه القوة انحناء لحركة الإلكترونات فى الاتجاه الأسفل كما هو مبين بالشكل اعلاه. ومع مرور الوقت تتكدس الإلكترونات على السطح السفلى وتتولد نتيجةً للاستقطاب شحنات موجبة مساوية على السطح العلوي. يولد تراكم الشحنات السالبة والموجبة على السطحين السفلى والعلوي مجالا كهربائيا يسمى مجال هال.

لحساب مجال هال افترض أن قوة لورنتز التى تؤدى إلى تراكم الشحنات فى المكان الأول تكون فى الاتجاه السالب لمحور y وتعطى بالعلاقة: $\mathrm{F}_L = \mathrm{e}\, \mathrm{v}_x\, \mathrm{B}_z$

اختفاء الإشارة السالبة (نتيجة الضرب الاتجاهي) من المعادلة السابقة يعنى أن F_L تكون سالبة وذلك لان v_x فى الاتجاه السالب لمحور x ، كما موضح في الشكل السابق. ينتج المجال المتكون، من الشحنة الموجودة على السطح، قوة تعاكس قوة لورنتز. تستمر عملية تراكم الشحنة حتى تتساوى قوة هال (F_H) تماما مع قوة لورنتز ونحصل على حالة اتزان. عند هذه الحالة تكون $F_L = F_H$ وبالتالي نحصل على،

$$-F_H = -e\, v_x\, B_z \quad \text{,so, dividing by } -e, \quad E_H = v_x\, B_z$$

ويسمى هذا المجال بمجال هال.

أحيانا يكون من المفيد التعبير عن هذا المجال بكميات قابلة للقياس ولذلك يتم التعبير عن السرعة v_x بدلالة كثافة التيار:

$$J_x = N(-e)v_x$$

وهذا يؤدى إلى ان المجال:

$$E_H = \frac{-1}{Ne} J_x B_z$$

يتضح من معادلة مجال هال انه يتناسب طرديا مع كل من كثافة التيار وشدة المجال المغناطيسي ويعرف ثابت التناسب $\left(\frac{E_H}{J_x B_z}\right)$ هذا بثابت هال ويرمز له عادة بالرمز R_H. وهكذا يكون ثابت هال على الصورة:

$$R_H = -\frac{1}{N\,e}$$

تعتبر النتيجة السابقة مهمة جدا من الناحية العملية. وبما أن ثابت هال يتناسب عكسيا مع كثافة الإلكترونات (N) فإن هذا يعنى أننا يمكننا تعيين N بواسطة قياس جهد هال عمليا وتعتبر هذه الطريقة هي الطريقة القياسية لتعيين تركيز الإلكترونات فى المادة. ومن الناحية العملية فان هذه التقنية ذات اهمية عملية لأنه، بخلاف N ، فان الكمية الأخرى التى يعتمد عليها ثابت هال هي شحنة الإلكترون (e −) وهى ثابت فيزيائي أساسي وقيمته معروفة بدقة.

من السمات الأخرى المفيدة لثابت هول والتى تعطى معلومات إضافية عن المادة هي أن إشارة الثابت تحدد نوع حاملات التيار، حيث تدل الإشارة السالبة على حاملات التيار هي الإلكترونات (كما في الفلزات)، بينما تدل الإشارة الموجبة على أن حاملات التيار هى الفجوات الموجبة (كما في اشباه الموصلات) حيث يمكن كتابة معامل هال للفجوات التي تركيزها *P* كما يلي:

$$R_H = \frac{1}{P\,e}$$

يبين التحليل السابق سمة مهمة لعملية انتقال الإلكترونات فى وجود المجال المغناطيسي وهى أن التيار نفسه المتدفق فى اتجاه محور x لا يتاثر بالمجال المغناطيسي. ولهذا فإن المقاومة الكهربائية لا تعتمد على المجال المغناطيسي.

المعدن	ثابت هول	المعدن	ثابت هول
Na	-2.50	Au	-0.72
Li	-1.7×10^{-10}	Cd	$+0.60$
Cu	-0.55	Zn	$+0.30$
Ag	-0.84	Al	-0.30

قيم ثابت هال بوحدات فولت.م^{3} / أمبير.ويبر مقاسه فى درجة حرارة الغرفة لبعض المعادن الشائعة