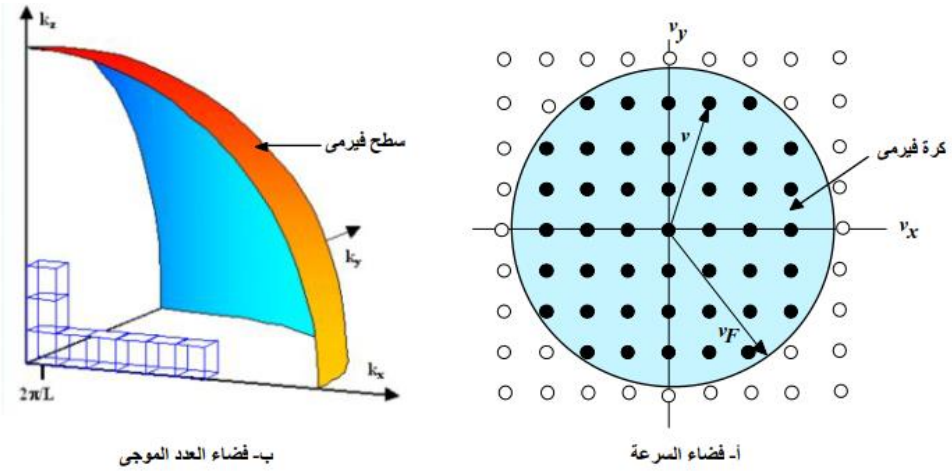


ب- فضاء العدد الموجى أ- فضاء السرعة

تكون سرعة فيرمى كبيرة جدا، فعند التعويض فى المعادلة السابقة بالطاقة نجد أن $E_F = 5\ \text{eV}$ وهى $v_F = \left(2E_F / m^*\right)^{1/2} \approx 10^6\ \text{m.s}^{-1}$ أكبر من سرعة الضوء بمائة مرة.

وهكذا فإن الإلكترونات الموجودة عند سطح فيرمى تتحرك بسرعة كبيرة جدا، بالإضافة إلى أن سطح فيرمى لا يعتمد على درجة الحرارة.

تتعين طاقة فيرمي اساسا بواسطة تركيز الالكترونات، فكلما زاد التركيز كلما ارتفع مستوي الطاقة الاعلى اللازم لتسكين كل الالكترونات وبالتالي تكون طاقة فيرمي اعلا. ويمكن كتابة طاقة فيرمي بالشكال التالي:

$$E_F = \frac{\hbar}{2m^*}\left(3\pi^2 N^{2/3}\right)$$

تاثير سطح فيرمي على التوصيلية الكهربائية

لدراسة تاثير سطح فيرمي على التوصيلية الكهربائية ومقارنتها مع الصورة التقليدية في غياب المجال الكهربائي تتمركز كرة فيرمي عند نقطة الاصل، كما في الشكل (أ) اعلاه، وبسبب عشوائية الحركة للإلكترونات وفي جميع الاتجاهات تكون محصلة التيار الكهربائي صفر في حالة غياب المجال الكهربائي.

عند تطبيق مجال كهربائي بالاتجاه الموجب لمحور x مثلا فان كل الكترون يكتسب سرعة انجرافية (ازاحية) مقدارها $v_d = -\left(\frac{e\tau}{m^*}\right)E$ ، لذا يمكن كتابة معادلة الحركة حسب قانون نيوتن الثاني كما يلي:

$$m^* \frac{dv}{dt} = -eE - m^* \frac{v}{\tau}$$

و تؤدي هذه السرعة الى إزاحة سطح فيرمي عكس اتجاه المجال المطبق وهذه الازاحة تكون صغيرة وان معظم الالكترونات يلغي تأثير بعضها بعضا ولكن يوجد عدد قليل من تأثير الالكترونات لا يتلاشى (الجزء المضلل من الشكل ب أعلاه) وبالتالي ينتج التيار الكهربائي الذي يكون مسؤول عن التوصيلية. وتركيز هذه الالكترونات هو $-eN$ وسرعة كل الكترون هي v_d ، لذا فان كثافة التيار الناتج هي : $J=-e\,N\,v_F$

بالتعويض عن سرعة فيرمي من قانون السرعة الانجرافية $v_d = -(e\tau/m^*)E$ ، نحصل على،

$$J = \frac{Ne^2\tau_F}{m^*}E \text{ ،}$$

حيث τ_F هو زمن تصادم الإلكترون الموجود عند سطح فيرمى. لذلك يمكن كتابة التوصيلية الكهربية على الصورة،

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau_F}{m^*}$$

المعادلة السابقة هي معادلة تقريبية ولا تختلف عن المعادلة التى حصلنا عليها بالطريقة التقليدية فيماعدا انه تم استبدال زمن التصادم τ بزمن تصادم فيرمى τ_F. وهكذا يتبين أن الصورة الحقيقية للتوصيلية الكهربية تختلف قليلا عن الصورة التقليدية التى يفترض فيها أن جميع الإلكترونات تتحرك بسرعة v_d وجميعها تشارك بالتساوي فى حمل التيار فى حين أن التيار يحمل بواسطة عدد قليل فقط وهى الإلكترونات التى تتحرك بسرعة عالية. كما ترى، تعطى كلا الصورتين نفس النتيجة ولكن التصور الأخير هو الأكثر دقة.

يتضح الآن أهمية سطح فيرمى فى ظواهر النقل، حيث أن التيار الكهربي يحمل بواسطة الإلكترونات التى تقع فقط بالقرب من سطح فيرمى، بينما ليس للإلكترونات التى تقع فى العمق علاقة بالتوصيل الكهربي.

التوصيلية الحرارية الالكترونية في المعدن

تتدفق الطاقة الحرارية من الطرف الاعلى درجة حرارة الى الطرف الاقل ويتناسب التيار الحراري مع الميل الحراري، أي ان:

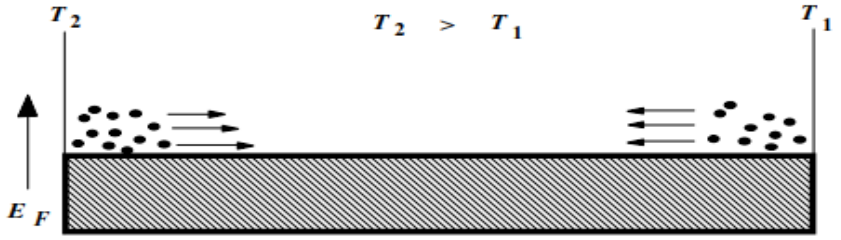
$$Q = -K\frac{dT}{dx}$$

حيث K تسمى التوصيلية الحرارية. فى المواد العازلة تنتقل الحرارة أساسا بواسطة الفونونات، بينما فى المعادن فإنها يمكن أن تنتقل بواسطة كل من الإلكترونات والفونونات. ولهذا يمكن كتابة التوصيلية الحرارية على صورة مجموع مشاركة كل من الإلكترونات والفونونات على النحو،

$$K = K_e + K_{ph},$$

حيث تشير K_e و K_{ph} إلى الإلكترونات والفونونات على الترتيب. فى معظم المعادن تكون مشاركة الإلكترونات فى التوصيل الحراري أكبر من مشاركة الفونونات، حيث $K_{ph} \approx 10^{-2}\ K_e$، لذا سنهمل تأثير الفونونات فى المعالجة الحالية.

يمكن توضيح كيف تحدث عملية التوصيل الحراري بواسطة الإلكترونات بالشكل



مخطط يوضح فيزياء التوصيل الحراري وفيه تقوم الإلكترونات ذات الطاقة الأعلى (الموجودة على اليسار) بنقل الطاقة الحرارية إلى الطرف الأيمن.

عند الطرف الساخن T_2 (على اليسار من الشكل)، تتحرك الإلكترونات فى جميع الاتجاهات ولكن جزء معين منها يتحرك إلى اليمين ويحمل الطاقة الحرارية إلى الطرف البارد T_1 . بالمثل، عند الطرف البارد T_1 (على اليمين من الشكل)، تتحرك الإلكترونات فى جميع الاتجاهات ولكن جزء معين منها يتحرك إلى اليسار ويحمل الطاقة الحرارية إلى الطرف الساخن. وبالرغم من أن عدد الإلكترونات التى تتحرك فى اتجاهين متضادين يكون متساويا، إلا أنه فى المتوسط تكون طاقة الإلكترونات التى تتحرك من اليسار إلى اليمين اكبر من طاقة الإلكترونات التى تتحرك من اليمين إلى اليسار وبالتالي فان المحصلة النهائية تكون انتقال الطاقة إلى اليمين مسببة تيارا حراريا. لاحظ أن الطاقة الحرارية تنتقل بواسطة تلك الإلكترونات القريبة من سطح فيرمى وذلك لان الإلكترونات الأخرى (الموجودة فى العمق) تلاشى تأثير بعضها بعض.

لحساب التوصيلية الحرارية بطريقة كمية نستخدم العلاقة:

$$K = \frac{1}{3} C_V \, l \, v \quad \ldots\ldots (1)$$

، حيث C_V الحرارة النوعية عند حجم ثابت و v سرعة الالكترونات و l متوسط طول المسار الحر للالكترونات. وسوف نعرض حساب التوصيلية الحرارية من خلال علاقة السعة الحرارية C_V طبقا للطريقتين الكلاسيكية (نظرية درود) والكمية (نظرية سمرفيلد) :

اولاً: حسب النظرية الكلاسيكية:

من علاقة التوصيلية الكهربائية نعوض عن طول المسار الحر كالاتي: $l = \frac{m^* v}{N e^2} \sigma \quad \ldots\ldots\ldots (2)$

والسعة الحرارية هي للالكترونات لذا نستخدم علاقة C_e و هي كما يلي: $C_e = \frac{3}{2} N K_B \ldots\ldots (3)$

بتعويض المعادلات (٢) و (٣) في (١): $K_e = \frac{K_B m^* \sigma}{2e^2} v^2 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$ (H.W.)

من النظرية الحركية للغازات: $\frac{1}{2}m^*v^2 = \frac{3}{2}K_BT$ ومنها نحصل على: $v^2 = \frac{3K_BT}{m^*}$ .... (5)

و بعد تعويض المعادلة(٥) في المعادلة (٤)، نحصل على قانون وايدمان– فرانز:

$$\frac{K_e}{\sigma} = \frac{3}{2}\left(\frac{K_B}{e}\right)^2 T \quad \text{..... (6)} \qquad H.W.$$

كما ويمكن اعادة كتابة المعادلة اعلاه للحصول على ثابت لورنتز L، وكما يلي:

$$L = \frac{K_e}{\sigma\, T} = \frac{3}{2}\left(\frac{K_B}{e}\right)^2 = 1.11 \times 10^{-8}\, watt.\frac{\Omega}{(\,^oK)^2} \quad \text{.... (7)}$$

وفي الواقع ان هذه القيمة لثابت لورنتز اقل من القيمة العملية، والسبب يعود هو افتراض النظرية الكلاسيكة ان الالكترونات تساهم في التوصيل الحراري عند درجة حرارة الغرفة، وهذا يناقض الواقع.

ثانيا: حسب النظرية الكمية: هنا ، يجب استبدال كل من: v و l و C_v في العلاقة(١) اعلاه بـ: v_F و l_F و C_e على التوالي:

$$K_e = \frac{1}{3}C_e\, l_F\, v_F \quad \text{..... (8)}$$

و باستخدام تعاريف هذه الرموز:

$$C_e = \frac{\pi^2}{2}NK_B\frac{T}{T_F} \quad , \quad T_F = \frac{E_F}{K_B} \quad , \quad E_F = \frac{1}{2}m^*v_F^2 \quad , \quad l_F = \tau_F\, v_F \quad \text{..... (9)}$$

وبعد تعويض العلاقات من معادلة(٩) في المعادلة (٨)، نجد ان التوصيلية الحرارية للالكترونات هي:

$$K_e = \frac{\pi^2 N K_B^2\, T}{3m^*}\, \tau_F \quad \text{..... (10)} \qquad \text{H.W.}$$

ولايجاد قانون وايدمان –فرانز و ثابت لونتز، نقسم المعادلة(١٠) على قيمة التوصيلية المعرفة طبقا للنموذج الكمي $\left(\sigma = \frac{N\,e^2}{m^*}\,\tau_F\right)$، نحصل على: