الفصل الثاني: خصائص التركيب البلوري

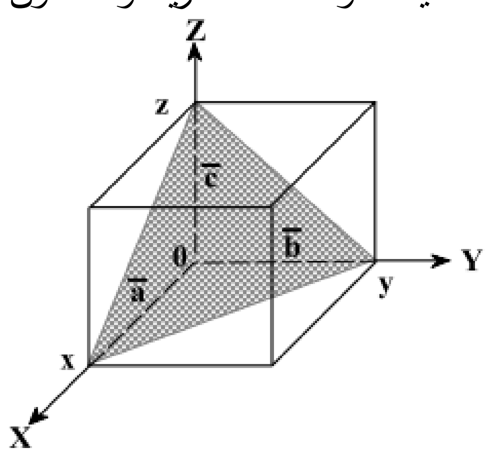
ادلة (معاملات) ميلر للمستويات البلورية *Miller's Indices for Crystal Planes*

تختلف الظواهر الفيزيائية في المواد البلورية وبالتالي اختلاف الخصائص تبعا لاختلاف الاتجاهات او المستويات البلورية بسبب عدم التجانس في خواص البلورة ثلاثية الابعاد. لذلك، عند وصف ظاهرة فيزيائية معينة في البلورات يجب اولا تحديد الاتجاهات او المستويات البلورية التي تقاس فيها تلك الظاهرة.

يمكن وصف المستويات البلورية بواسطة مجموعة من الادلة العددية التي وضعها العالم الانجليزي ميلر عام ١٨٠٠. وعليه، ان ادلة ميلر للمستوي البلوري هي عبارة عن مجموعة مكونة من ثلاثة ارقام تصف مكان واتجاه المستوى في البلورة. ويمكن تعيين هذه الادلة باتباع الخطوات التالية:

١-نفرض ان المحاور الديكارتية (X,Y,Z) تتطابق مع متجهات الاساس للبلورة. ويكون رأس البلورة هو بمثابة نقطة الاصل للمحاور.

٢-نفرض ان نقاط تقاطع المستوى البلوري مع المحاور (X,Y,Z) على امتداد متجهات الاساس a,b,c هي x,y,z. من المحتمل ان تكون قيم x,y,z اعداد صحيحة او اعداد كسرية وقد تكون موجبة او سالبة او مزيج من كل هذه الاحتمالات.



٣-نأخذ مقلوب مجموعة الاعداد x,y,z. قد تكون نتيجة المقلوب تساوي اعداد صحيحة فتبقى كما هي و تمثل بذلك معاملات ميلر. او قد تكون نتيجة المقلوب اعداد صحيحة و كسرية معاً او اعداد كسرية فقط فنقوم بضرب الكسور بـ القاسم المشترك للمقام (جعل المقام =١ دائما).

٤-مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من الخطوة السابقة هي ادلة ميلر و تكتب بين قوسين وبدون فارزة، اي: (h k l).

<u>مثال1</u>: جد معاملات ميلر للمستوي الذي يقطع الاحداثيات الديكارتية عند x=3 , y=2 , z=1.

١–نرسم المستوي. (الرسم كما في الشكل اعلاه)

٢–ناخذ مقلوب اعداد القطوع فنحصل على $\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{1}$

٣–نضرب الكسور الناتجة في القاسم المشترك (هنا =6)، اي ان:

$$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{1}\right)\times 6 = (2,3,6) \qquad \Rightarrow (h\ k\ l) = (2\ 3\ 6)$$

<u>مثال2</u>: جد معاملات ميلر للمستوي الذي يقطع الاحداثيات الديكارتية عند x=2 , y=2 , z=1.

١–نرسم المستوي. (واجب بيتي)

٢–ناخذ مقلوب اعداد القطوع فنحصل على $\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{1}$

٣–نضرب الكسور الناتجة في القاسم المشترك (هنا =2)، اي ان:

$$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{1}\right)\times 2 = (1,1,2) \qquad \Rightarrow (h\ k\ l) = (1\ 1\ 2)$$

<u>مثال3</u>: جد معاملات ميلر للمستوي الذي يقطع الاحداثيات الديكارتية عند x=4 , y=4 , z=2.

١–نرسم المستوي. (واجب بيتي)

٢–ناخذ مقلوب اعداد القطوع فنحصل على $\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{2}$

٣–نضرب الكسور الناتجة في القاسم المشترك (هنا =4)، اي ان:

$$\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)\times 4 = (1,1,2) \qquad \Rightarrow (h\ k\ l) = (1\ 1\ 2)$$

<u>ملاحظة 1:</u> المستوي في المثال رقم3 له نفس معاملات ميلر للمستوي في المثال رقم2 ، لذا يقال ان المستويين يرجعان الى المجموعة نفسها. مجموعة المستويات هي مستويات لها نفس معاملات ميلر ولكنها تختلف بنقاط تقاطعها مع المحاور الديكارتية.

تمرين: اذا قطع مستوي بلوري معين مقدار نصف وحدة خلية باتجاه محور الاساس a $(x = \frac{1}{2})$ وربع وحدة خلية باتجاه محور الاساس b $(y = \frac{1}{4})$ وثلث وحدة الخلية باتجاه محور الاساس c $(z = \frac{1}{3})$. ارسم هذا المستوي.

ملاحظة 2:

١-معاملات ميلر لا ترمز الى مستوي معين فقط، بل تصف ايضا مجموعة من المستويات الموازية له.

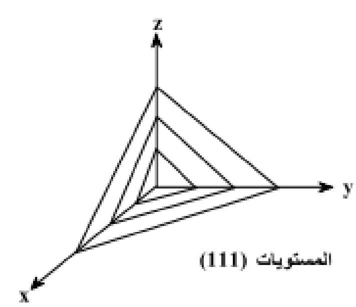
٢-جميع الخواص متساوية بين المستويات المتوازية باتجاه معين و لها نفس معاملات ميلر.

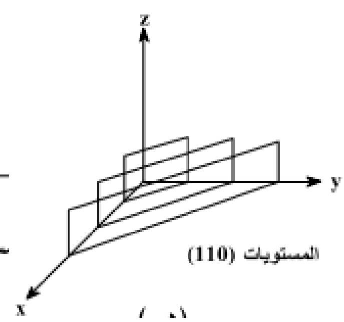
٣-اذا قطع المستوي احد الاحداثيات بالاتجاه السالب للمحور، عندها يرمز لمعامل ميلر المقابل للاشارة السالبة بـ $\bar{h}, \bar{k}\ or\ \bar{l}$

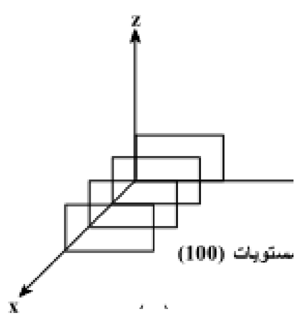
٤-المستوي الموازي لأي احداثي والذي له فاصل يساوي ∞ سيكون له معامل ميلر يساوي صفراً.

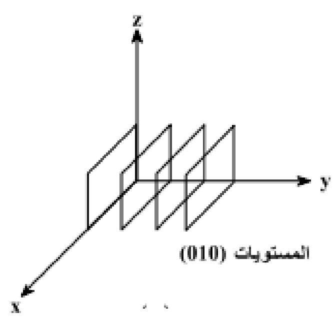
٥-النسبة بين معاملات ميلر هي الاهم وليس قيمة المعامل نفسه، فالمستوي (622) هو نفسه المستوي (311)، المستوي (442) هو نفسه المستوي (221)، المستوي (246) هو نفسه المستوي (123).

لفهم النقاط اعلاه انظر الاشكال التالية:





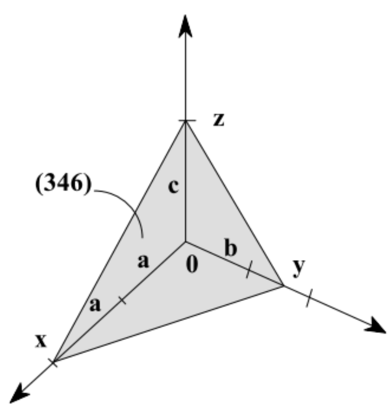




تمرين:

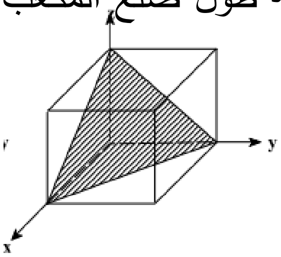
١-ارسم المستوي الذي يقطع المحاور عند النقاط $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$. جد ادلة ميلر له.

٢-جد معاملات ميلر للمستوي الموضح في الشكل المجاور:



تعيين موقع (طريقة رسم) المستويات داخل البلورة المكعبة

يتم تعيين المستويات في البلورة المكعبة بنفس الطريقة السابقة مضافا اليها معرفة طول ضلع المكعب (خلية الوحدة).



(111)

مثال1: ارسم المستوي (111) في بلورة مكعبة طول ضلعها وحدة واحدة.

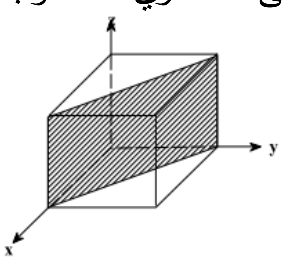
١-نرسم مكعب طول ضلعه وحدة واحدة (=1).

٢-نعيّن المحاور الديكارتية X,Y,Z.

٣-ناخذ مقلوب معاملات ميلر للمستوي البلوري و نستخدم الفارزة للدلالة على ان المعاملات قد تحولت الى ارقام تمثل نقاط تقاطع المستوي مع محاور الاحداثيات، اي ان:

$$\left(\frac{1}{1},\frac{1}{1},\frac{1}{1}\right) = (1,1,1) \qquad \Rightarrow x = 1, y = 1\, , z = 1$$

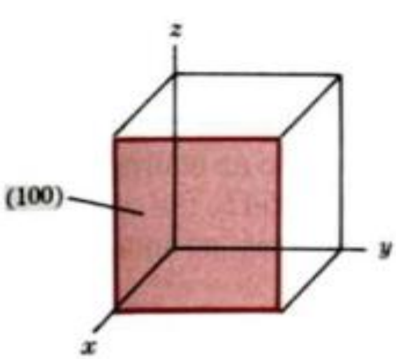
٤-نعيّن النقاط (0,0,1) , (0,1,0) , (1,0,0) ونوصل بينها وبذلك نحصل على المستوي المطلوب تعيينه في البلورة.



مثال2: ارسم المستوي (110) في بلورة مكعبة طول ضلعها وحدة واحدة.

$$\left(\frac{1}{1},\frac{1}{1},\frac{1}{0}\right) = (1,1,\infty) \qquad \Rightarrow x = 1, y = 1\, , z = \infty$$

النقاط هي (0,0,∞) , (0,1,0) , (1,0,0).



مثال3: ارسم المستوي (100) في بلورة مكعبة طول ضلعها وحدة واحدة.

$$\left(\frac{1}{1},\frac{1}{0},\frac{1}{0}\right) = (1,\infty,\infty) \qquad \Rightarrow x = 1, y = \infty\, , z = \infty$$

النقاط هي (0,0,∞) , (0, ∞,0) , (1,0,0).

ملاحظات:

١-علامة ∞ تعني ان المستوي لا يقطع المحور و انما يوازيه الى المالانهاية.

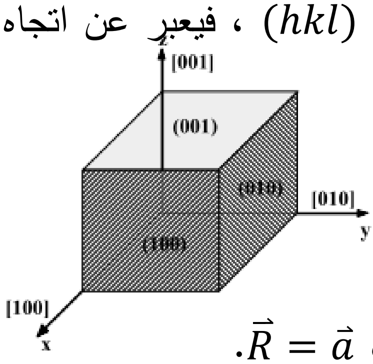
٢–ان معاملات ميلر لأوجه المكعب الستة هي:$(00\bar{1}),(0\bar{1}0),(\bar{1}00),(001),(010),(100)$.
يطلق على هذه المجموعة من المستويات بـ أسرة المستويات و يرمز لها بالرمز $\{100\}$.

تمرين: ارسم المستويات $(110),(1\bar{1}1),(111),(2\bar{1}0),(201)$ في خلية المكعب البسيط.

اتجاهات المستويات البلورية:

نظرا لعدم تجانس الخواص الفيزيائية للبلورات في الاتجاهات المختلفة، وبعد وصف المستويات البلورية بادلة ميلر والتي يرمز لها بالرمز (hkl) سوف نعين **الاتجاهات في البلورة بدلالة ادلة ميلر ويرمز لها** $[\boldsymbol{hkl}]$ أي بين قوسين مربعين. بالصيغة الاتجاهية: $\vec{R} = h\vec{a} + k\vec{b} + l\vec{c}$

ويلاحظ ان ادلة الاتجاه $[hkl]$ هي ادلة الاتجاه العمودي على المستوي (hkl) ، فيعبر عن اتجاه المستوي (111) بالمتجه $[111]$.



مثال: في خلية المكعب البسيط $\boldsymbol{a=b=c}$:

المستوي (100) يكون باتجاه المحور X ويكتب متجه المستوي بالشكل $[100]$، $\vec{R} = \vec{a}$.

المستوي (010) يكون باتجاه المحور Y ويكتب متجه المستوي بالشكل $[010]$، $\vec{R} = \vec{b}$.

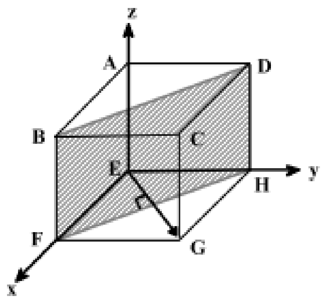
المستوي (001) يكون باتجاه المحور Z ويكتب متجه المستوي بالشكل $[001]$، $\vec{R} = \vec{c}$.

عندما يتوفر لخلية الوحدة (وحدة الخلية) بعض التماثل الدوراني، فربما يوجد العديد من الاتجاهات غير المتوازية والتي تكون متكافئة بالتماثل وبالتالي نجد ان الاتجاهات المتكافئة في البلورة المكعبة هي , [100] [001] , [010]. يرمز الى الاتجاهات المتكافئة [hkl] بالرمز <hkl> .

أن الرمز <100> في البلورة المكعبة يشير الى الاتجاهات التالية:

$$[\mathbf{100}],[\mathbf{010}],[\mathbf{001}],[\bar{\mathbf{1}}\mathbf{00}],[\mathbf{0}\bar{\mathbf{1}}\mathbf{0}],[\mathbf{00}\bar{\mathbf{1}}]$$

والرمز <111> يشير الى اقطار المكعب وهو بالتاكيد لا يكافئ <100>.



مثال: ارسم المستوي (110) والمتجه $[110]$ في المكعب البسيط.

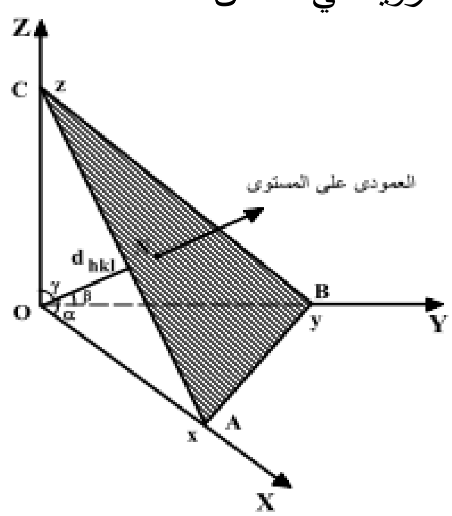
الحل: نرسم مكعب كما تعلمنا سابقا، كما في الشكل المجاور،

تكون النقاط BFHD هي اركان المستوي (110). و المتجه $\overrightarrow{EG}$ هو المتجه العمودي على المستوي المطلوب وله الأدلة $[110]$ ويكون مسقطه على x=1 وعلى y=1 وعلى z=0.

المسافة البينية بين المستويات المتوازية:

تتكون البلورة من عدد من المستويات يفصل بينها مسافة بينية يرمز لها بالرمز d_{hkl} والتي يمكن حسابها للمستويات التي لها نفس معاملات ميلر (متوازية). ان معاملات ميلر للمستوي ABC الموضح بالشكل ادناه هي (hkl) .

بما ان $\overrightarrow{ON}$ عمودي على المستوي ABC وبملاحظة المثلث ONA القائم الزاوية في N فان:



$$\cos\alpha = \frac{ON}{OA} = \frac{d_{hkl}}{OA}$$

وبنفس الطريقة وبملاحظة المثلث ONB ولنفس الأسباب فان:

$$\cos\beta = \frac{ON}{OB} = \frac{d_{hkl}}{OB}$$

وكذلك المثلث ONC فان:

$$\cos\gamma = \frac{ON}{OC} = \frac{d_{hkl}}{OC}$$

وبما ان المستوي يقطع المحاور X,Y,Z بالاحداثيات x=OA, y=OB, z=OC اذن:

$$\cos\alpha = \frac{d_{hkl}}{x} \quad , \quad \cos\beta = \frac{d_{hkl}}{y} \quad , \quad \cos\gamma = \frac{d_{hkl}}{z}$$

وطبقا لقانون جيوب التمام $\mathrm{Cos}^2\,\alpha + \mathrm{Cos}^2\,\beta + \mathrm{Cos}^2\,\gamma = 1$

ومن المعادلات السابقة نحصل على تعبير للمسافة d_{hkl} التي تفصل بين المستويات المتوازية :