(7)

س6) قانون ستوك يذكر أن قوة اللزوجة التي تقاوم حركة كرة نصف قطرها a تتحرك خلال مائع بسرعة V هي $(6\pi \eta a V)$ حيث η يمثل لزوجة المائع.
فإذا كان لديك بندول بسيط طوله $(1m)$ معلق به كرة صغيرة من الألمنيوم نصف قطرها $5mm$ ويهتز البندول بسعات صغيرة. جد الزمن اللازم كي تتنقص سعة اهتزاز البندول عشرة بالمئة علماً أن كثافته الخ $\rho = 2.65 \times 10^{-3}\ Kgm/m^3$

الحل:

$F_R = 6\pi \eta a V$; $l = 1m$; $a = 5mm$; $t = ?$; $A_t = 90\% A$

$r = R/2m$ إذن A تنقص 10%

$$R = 6\pi \eta a = 6\pi \times 1.78 \times 10^{-5} \times (5 \times 10^{-3}) = 1.58 \times 10^{-6}$$

$$m = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 2.65 \times 10^{-3} \times \frac{4}{3}\pi \times (5 \times 10^{-3})^3$$

$$m = 1.4 \times 10^{-10}\ Kgm$$

$$r = \frac{R}{2m} = \frac{1.58 \times 10^{-6}}{1.4 \times 10^{-10}} = 1.13 \times 10^{4}$$

$$A_t = A e^{-rt} \Rightarrow \frac{A_t}{A} = e^{-rt} \Rightarrow \frac{90}{100} = 0.90 = e^{-rt}$$

$$-rt = \ln(0.90) \Rightarrow t = \frac{-1}{r} \ln(0.90)$$

$$t = \frac{-1}{1.13 \times 10^{-4}} \ln(0.9) =$$

$$t = 9.3 \times 10^{-6}\ sec.$$

(س7)

مهتز مضمحل يبدأ أول سعة له ومقدارها 5 cm وتنقص الى 5 mm بنفس الاتجاه بعد اكماله 100 ذبذبة . فاذا كان الزمن الدوري له 2.3 sec . جد : (أ) التناقص اللوغارتمي (ب) زمن الاسترخاء (ج) معامل النوعية .

الحل :

$X_0 = 5\ cm \qquad X_n = 5\ mm = 0.5\ cm$

$n = 100\ cycle \qquad T = 2.3\ sec. \qquad$ (أ) $\Delta = ?$ (ب) $t = ?$ (ج) $Q = ?$

(أ)

$$\Delta = \frac{1}{n} \ln \frac{X_0}{X_n}$$

$$\Delta = \frac{1}{100} \ln\left(\frac{5}{0.5}\right) = \frac{1}{100} \ln(10)$$

$$\Delta = 2.3 \times 10^{-2}$$

(ب)

$$t = \frac{1}{r}$$

$$\Delta = rT \Rightarrow r = \frac{\Delta}{T} = \frac{2.3 \times 10^{-2}}{2.3} = 10^{-2}\ sec^{-1}$$

$$\therefore t = \frac{1}{r} = \frac{1}{10^{-2}} = 100\ sec$$

(ج)

$$Q = \frac{\pi}{rT} = \frac{\pi}{\Delta} = \frac{\pi}{2.3 \times 10^{-2}}$$

$$Q = 136.5$$

س8) مهتز مضمحل معادلة حركته هي : $\frac{d^2y}{dt^2}+10\frac{dy}{dt}+15y=0$. جد الحل العام لهذه المعادلة وأعطي التفسير الفيزياوي لذلك .

الحل :

$$\frac{d^2y}{dt^2}+10\frac{dy}{dt}+15y=0 \quad ---(1)$$

المعادلة التفاضلية للحركة التوافقية المضمحلة هي

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2r\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0 \quad ---(2)$$

من مقارنة المعادلتين (1) و (2) نحصل على :

$$\boxed{\omega_0^2=15} \Rightarrow \omega_0=\sqrt{15}\ Hz$$

$$2r=10 \Rightarrow r=5 \Rightarrow \boxed{r^2=25}$$

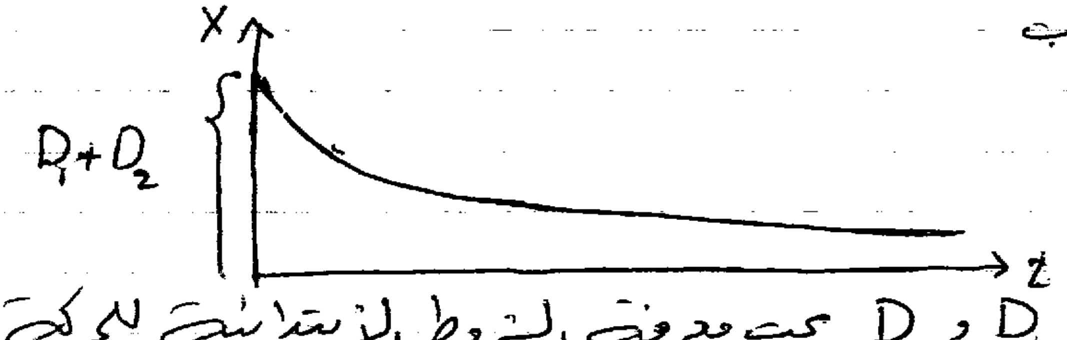
نستنتج أن $\omega^2<r^2$ - أي أن الحركة هي زائدة الاضمحلال (الحالة الرابعة) . أي أن الجسم يعاني من مقاومة احتكاكية كبيرة وأن الجذر $\sqrt{r^2-\omega^2}$ يكون مقدار حقيقي موجب فيكون الحل العام للمعادلة (1) هو

$$X=e^{-rt}\left[D_1e^{\sqrt{r^2-\omega_0^2}\,t}+D_2e^{-\sqrt{r^2-\omega_0^2}\,t}\right]$$

$$X=e^{-5t}\left[D_1e^{\sqrt{25-15}\,t}+D_2e^{-\sqrt{25-15}\,t}\right]$$

$$X=e^{-5t}\left[D_1e^{\sqrt{10}\,t}+D_2e^{-\sqrt{10}\,t}\right] \quad ---(3)$$

أن الجسم لا يسلك سلوك اهتزازي بل أن الجسم عندما يزاح بإزاحة ابتدائية مقدارها (D_1+D_2) ويترك حراً فإنه سيرجع الى موضع توازنه بعد زمن لا نهائي أي أنه يعود ببطء شديد الى موضع توازنه بعد زمن طويل جداً ويتوقف عن الحركة لأن المقاومة كبيرة ولا تسمح له بالتذبذب



لإيجاد D_1 و D_2 يجب معرفة الشروط الابتدائية للحركة .

(10)

(س9

جسم كتلته 0.2 kgm معلق بنهاية نابض مرن له ثابت مقداره 80 N/m . اذا كان الجسم يعاني مقاومة تتناسب طرديا bV حيث V هي سرعة الذبذبة بالمتر لكل ثانية و b مقدار ثابت .

أ) أكتب معادلة الحركة للمهتز .

ب) اذا كان التردد المخمد هو $\frac{\sqrt{3}}{2}$ من قيمة التردد الطبيعي غير المخمد فما هي قيمة الثابت b

ج) ما هي قيمة ثابت النوعية Q للمهتز ، وما هو مقدار التناقص في سعة الاهتزاز بعد انجاز (10) هزات

الحل :

$m = 0.2\ kgm \quad K = 80\ N/m \quad F_R = bV \quad f = \frac{\sqrt{3}}{2} f_0$

$\because F_R = RV \xrightarrow{\text{ولدينا}} F_R = bV \Rightarrow R = b$

(أ) المعادلة التفاضلية للاهتزاز المخمد هي

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \overset{2r}{\frac{R}{m}} \frac{dx}{dt} + \overset{w_0^2}{\frac{K}{m}} x = 0$$

$$\therefore \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{0.2} \frac{dx}{dt} + \frac{80}{0.2} x = 0$$

∴ معادلة الحركة للمهتز هي :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{0.2} \frac{dx}{dt} + 400x = 0$$

(ب) $w_0^2 = \frac{K}{m} = \frac{80}{0.2} = 400 \Rightarrow w_0 = 20\ Hz$

$\because f = \frac{\sqrt{3}}{2} f_0 \Rightarrow \therefore w = \frac{\sqrt{3}}{2} w_0 \Rightarrow W = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20 = 10\sqrt{3}$

$W^2 = 300\ Hz^2$

$\because W^2 = w_0^2 - r^2 \Rightarrow r^2 = w_0^2 - W^2 = 400 - 300 = 100$

$\Rightarrow r = 10$

$r = \frac{R}{2m} = \frac{b}{2m} \Rightarrow b = 2mr = 2 \times 0.2 \times 10 = 4\ kg/$

(ج) $Q = \frac{wm}{R} = \frac{20 \times 0.2}{4.62} = 0.866$

$\Delta = rT = r\frac{2\pi}{w} = 10 \times \frac{2\pi}{20} = \pi = 3.14$

(11)

س 15 :) علق جسم كتلته 5 kgm من طرف نابض عمودي فاحدث استطالة 62.5 cm ، ثم سحب الجسم بعد ذلك الى الاسفل مسافة 3 cm وترك .

ا) عين موضع الجسم في اية لحظة زمنية ، اذا تعرض لقوة معيقة تساوي عددياً 4 مرات قدر سرعته الآنية .

ب) ما هي طبيعة حالة الحركة ؟

الحل :

$m = 5\ kg \quad A = 3\ cm \quad F_R = 4V \quad \underset{\text{الاستطالة}}{X} = 62.5\ cm$

ا) $F = KX \Rightarrow K = \frac{F}{X} = \frac{mg}{x} = \frac{5\times 9.8}{62.5\times 10^{-2}\ m} = 93\ N/_m$

$w_0^2 = \frac{k}{m} = \frac{93}{5} = \boxed{18.6} \Rightarrow w_0 = 4.31\ Hz$

$F_R = 4V = RV \quad ; \quad R = 4$

$r = \frac{R}{2m} = \frac{4}{2\times 5} = 0.4 \Rightarrow \boxed{r^2 = 0.16}$

ب) $\because\ w_0^2 > r^2$

$\therefore$ الحركة هي حركة توافقية حرة مضمحلة (ناقصة الاضمحلال) وتكون معادلتها التفاضلية كما يلي :

$$\frac{d^2X}{dt^2} + 2r\frac{dx}{dt} + w_0^2 X = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.8\frac{dx}{dt} + 0.186X = 0$$

ويكون الحل للمعادلة هو

$$X = e^{-rt}(C\sin wt + B\cos wt)$$

$$W = \sqrt{w_0^2 - r^2} = \sqrt{18.6 - 0.16} = \sqrt{18.44} = 4.29\ Hz$$

$$\therefore\ X = e^{-0.4t}(C\sin 429t + B\cos 429t)$$

اما الثوابت B و C يمكن ايجادها من الشروط الابتدائية للحركة