الحل:

أوزان الطلبة X_i	عدد الطلبة n_i	C_i	$X_i\, n_i$
$]55-50]$	2	52,5	105
$]60-55]$	5	57,5	287,5
$]65-60]$	12	62,5	750
$]70-65]$	16	67,5	1080
$]75-70]$	14	72,5	1015
$]80-75]$	8	77,5	620
$]85-80]$	3	82,5	247,5
المجموع	60	/	4105

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{7} n_i c_i}{\sum n_i} = \frac{4105}{60} = 68{,}42$ ، ومنه فإن متوسط أوزان الطلبة هو 68,42 كلغ.

3- خصائص المتوسط الحسابي:

أ- يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة.

مثلا: تتكون أسرة من 5 أفراد، تبلغ أعمارهم على الترتيب: 55، 49، 13، 11، 10.

المتوسط الحسابي هو : $\bar{X} = \frac{55+49+13+11+10}{5} = \frac{138}{5} = 27{,}6$

نلاحظ أن النتيجة المحصل عليها لا تمثل أي قيمة من القيم المدروسة، وبالتالي نستنتج أنه لا يمكن استعمال المتوسط الحسابي في مثل هذه الحالات، لأنه من المفروض أن تكون قيم المتغير الإحصائي متمركزة حول النتيجة المحصل عليها.

ب- يستعمل المتوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية أي القابلة للقياس.

ج- لا يمكن حساب المتوسط الحسابي في حالة البيانات المفتوحة (أقل من، أكثر من).

د- مجموع انحرافات القيم عن متوسطها يساوي دائما الصفر. $\boxed{\sum(X_i - \bar{X}) = 0}$

$$\sum(X_i - \bar{X}) = \sum X_i - \sum \bar{X}$$
$$\sum(X_i - \bar{X}) = \sum X_i - n\bar{X} = n\bar{X} - n\bar{X} = 0$$

تدل هذه الخاصية على أن المتوسط الحسابي يقع في مركز البيانات.

هـ- مجموع مربع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي أقل من مجموع مربعات انحراف نفس القيم عن أي قيمة أخرى، أي: $\boxed{\sum(X_i - \bar{X})^2 < \sum(X_i - X_\alpha)^2}$ حيث: $\bar{X} \neq X_\alpha$

تدل هذه الخاصية على أن المتوسط الحسابي أقرب إلى البيانات X_i من أي قيمة أخرى.

مثلا: إذا كانت لدينا القيم التالية: 24، 8، 6، 16، 14، 4، أثبت صحة الخاصيتين د ، هـ؟

نفرض أن النقطة المختارة هي: $X_\alpha = 10$ ولدينا: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{6} X_i}{n} = \frac{72}{6} = 12$

القيم x_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - X_\alpha)$	$(X_i - X_\alpha)^2$
24	12	144	14	196
8	−4	16	−2	4
6	−6	36	−4	16
16	4	16	6	36
14	2	4	4	16
4	−8	64	−6	36
$\sum X_i = 72$	$\sum(X_i - \bar{X}) = 0$	$\sum(X_i - \bar{X})^2 = 280$	$\sum(X_i - X_\alpha) = 12$	$\sum(X_i - X_\alpha)^2 = 304$

بالنسبة للخاصية الأولى نلاحظ من خلال الجدول أن: $\sum(X_i - \bar{X}) = 0$ وهو المطلوب.

أما بالنسبة للخاصية الثانية فمن خلال مقارنة النتائج المتحصل عليها في الجدول أعلاه نجد: $304 < 280$

ينتج عن ذلك: $\sum(X_i - \bar{X})^2 < \sum(X_i - X_\alpha)^2$.

ثانيا– المنوال:

يعرف المنوال على أنه القيمة الأكثر تكرارا من بين مجمل القيم المعطاة، ويرمز لها بــ: M_o.

1– حساب المنوال في حالة سلسلة إحصائية:

قيمة المنوال للبيانات: 12، 16، 10، 12، 17، 9 هي: $M_o = 12$ لأنها الأكثر تكرارا من غيرها.

قيمة المنوال للبيانات: 10، 15، 18، 13، 10، 15، 16 هي: $M_o = 10$ و $M_o = 15$.

البيانات التالية: 14، 16، 9، 17، 13 ليس لها منوالا.

2– حساب المنوال في حالة توزيع تكراري لمتغير إحصائي منفصل:

يستنتج مباشرة من جدول التوزيع التكراري، مع الإشارة إلى أنه يمكننا أن نجد أكثر من منوال، كما يمكننا ألا نجد ولا منوال.

مثا(3–6): البيانات التالية تمثل عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 35 مسكن ببلدية سطيف.

الجدول(3–3): عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 35 مسكن ببلدية سطيف

عدد الغرف X_i (قيم المتغير)	عدد المساكن n_i (التكرار)
1	3
2	8
3	13
4	5
5	6
المجموع	35

المنوال في هذا التوزيع هو: $M_o = 3$

الشرح:

أغلبية السكنات تحتوي على 3 غرف.

3- حساب المنوال في حالة توزيع تكراري لمتغير إحصائي مستمر:

إذا كان لدينا جدول توزيع تكراري على شكل فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب المنوال:

- تحديد الفئة المنوالية: وهي الفئة التي تقابل أكبر تكرار عندما تكون أطوال الفئات متساوية، أو الفئة التي تقابل أكبر تكرار معدل عندما تكون أطوال الفئات غير متساوية.

- حساب المنوال بطريقة المد الداخلي:

$$M_o = Lim_{M_o} + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right] \times A_{M_o}$$

حيث:

Lim_{M_o}: الحد الأدنى للفئة المنوالية، Δ_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة لها.

Δ_2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة لها، A_{M_o}: طول الفئة المنوالية.

مثال(3-7): أحسب قيمة المنوال لبيانات المثال(3-5)؟

أوزان الطلبة X_i	عدد الطلبة n_i
$]55 - 50]$	2
$]60 - 55]$	5
$]65 - 60]$	12
$]70 - 65]$	16
$]75 - 70]$	14
$]80 - 75]$	8
$]85 - 80]$	3
المجموع $\sum n_i$	60

بما أن أطوال الفئات متساوية فإن الفئة المنوالية هي: $[65 - 70]$

وبالتالي فإن: $\Delta_1 = 16 - 12 = 4$ ، $\Delta_1 = 16 - 14 = 2$

ومنه :

$$M_o = Lim_{M_o} + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right] \times A_{M_o}$$

$$M_o = 65 + \left[\frac{4}{4+2}\right] \times 5 = 68{,}33$$

أغلبية الطلبة وزنهم يقدر بـ: 68,33 كلغ.

4- تحديد المنوال بيانيا:

يحدد المنوال بيانيا بواسطة المدرج التكراري، وهذا بإتباع الخطوات التالية:

أ- نرسم المدرج التكراري للتوزيع.

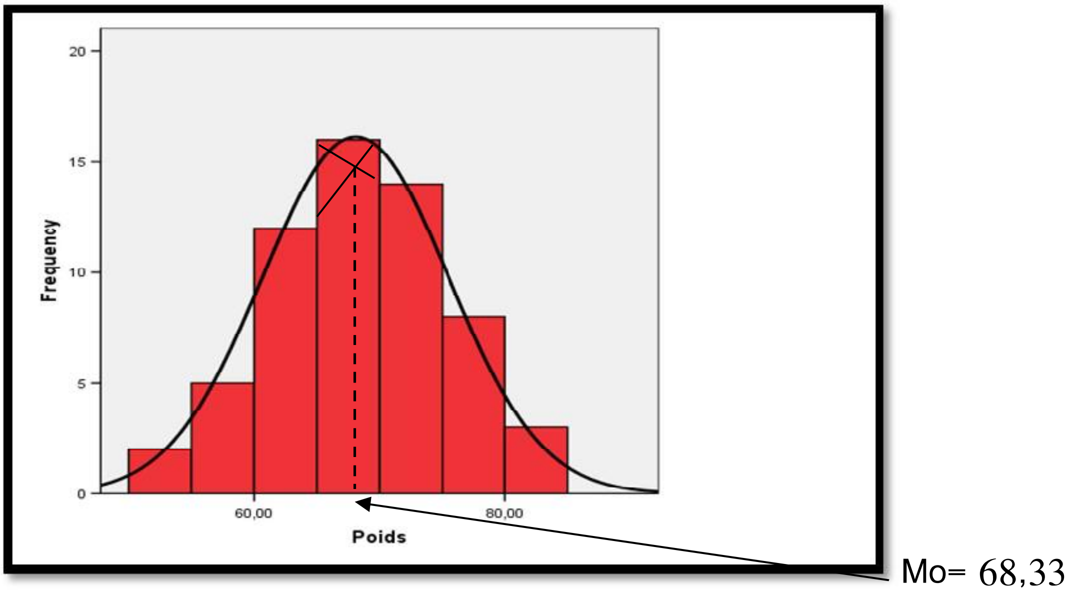
ب- نصل بخط مستقيم رأس الحد الأعلى للفئة المنوالية برأس الحد الأعلى للفئة السابقة لها.

ج- نصل بخط مستقيم رأس الحد الأدنى للفئة المنوالية برأس الحد الأدنى للفئة اللاحقة لها.

د- من تقاطع الخطين السابقين نسقط عمودا على المحور الأفقي ونقطة تقاطعه مع المحور الأفقي تمثل تقديرا لقيمة المنوال بيانيا.

مثال(3-8): حدد قيمة المنوال بيانيا للمثال السابق؟

الحل:



الشكل(3−1): أوزان 60 طالبا بالكيلوغرام في أحد أقسام الـ LMD بكلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير بجامعة سطيف

ثالثا− الوسيط:

الوسيط هو أحد مقاييس النزعة المركزية الذي يأخذ بعين الاعتبار رتبة القيم، ويعرف الوسيط على أنه القيمة التي تقسم البيانات إلى جزئين متساويين بحيث تكون قيم المتغير الإحصائي مرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا، ونرمز له بالرمز $\boldsymbol{M_e}$

1− حساب الوسيط في حالة سلسلة إحصائية أو توزيع تكراري لمتغير إحصائي متقطع:

لحساب الوسيط في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

أ− ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا.

ب− إذا كان عدد البيانات n عددا فرديا فإن الوسيط هو القيمة التي رتبتها $\frac{n+1}{2}$ أي: $\boxed{M_e = X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}$

ج− إذا كان عدد البيانات n عددا زوجيا فإن الوسيط هو متوسط القيمة التي رتبتها $\frac{n}{2}$ والقيمة التي رتبتها $\frac{n}{2}+1$ أي: $\boxed{M_e = \frac{X_{\left(\frac{n}{2}\right)} + X_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}}$

مثال(3−9): أحسب الوسيط للسلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

− السلسلة الأولى: (1، 2، 5، 4، 3، 6، 7، 7، 5، 1،3، 9)

− السلسلة الثانية: (1، 0، 2,5، 3، 5، 5,5، 1، 6، 7,5)

الحل:

− السلسلة الأولى: (1، 1، 2، 3، 3، 4، 5، 5، 6، 7، 7، 9)