الفصل الرابع

(٥-١٠-٢) مدارات الجسيمات المشحونة في المجالات المغناطيسية

Orbits of charged particles in magnetic fields

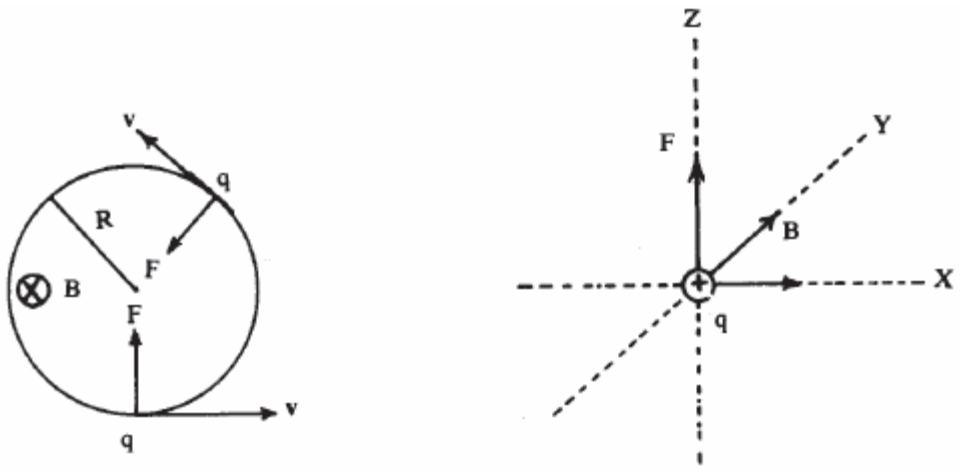
إذا وضع جسيم مشحون بشحنة موجبة (+q) في مجال مغناطيسي منتظم B وكانت سرعته v في اتجاه عمودي على المجال، كما في شكل (٢٥-٥)، فإنه سيتأثر بقوة، حسب المعادلة (٩٩-٥)، مقدارها:

$$F = q v B \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٥-١٠٤)$$

ويكون اتجاهها إلى أعلى طبقا لقاعدة اليد اليسرى. ولما كانت القوة عمودية على السرعة فإنها لا تغير من مقدار هذه السرعة ولكنها تغير من اتجاهها فيتغير موضع الجسيم واتجاه القوة المؤثرة عليه بينما تظل مقادير الكميات q ، v ، B ثابتة.

وهكذا فإن الجسيم يتحرك بتأثير قوة ثابتة المقدار وتتجه دائما في الاتجاه العمودي على اتجاه السرعة. ولذا فإن مسار هذا الجسيم يكون على شكل دائرة نصف قطرها R، ونتيجة لهذه الحركة الدورانية تخضع الشحنة q لقوتين متعاكستين إحداهما القوة المغناطيسية F متجهة إلى مركز الدوران. والأخرى قوة طرد مركزية F′ مقدارها:

$$F = ma = m \frac{v^2}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٥-١٠٥)$$



شكل (٢٧ـ٥): شحنة موجبة q+ متحركة سرعتها v وضعت في مجال مغناطيسي منتظم حثه B بحيث كان اتجاه v عمودي على اتجاه B.

وتبقى الشحنة q متحركة في مسارها الدائري إذا تساوت F و F′ ولذلك يُحصل من المعادلتين (١٠٤ـ٥) و(١٠٥ـ٥) على :

$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{Bq} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (٥\text{ـ}١٠٦)$$

$$\because\ v = \omega R$$

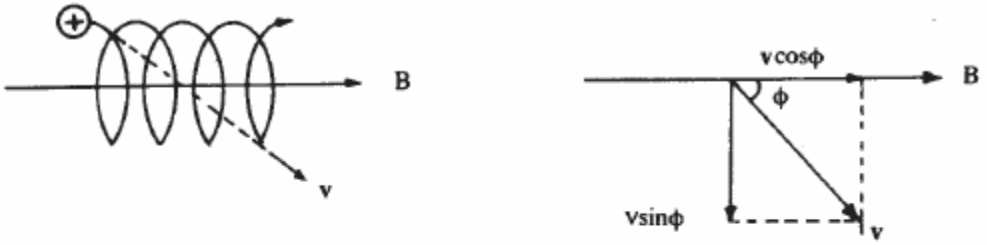
$$\therefore\ \omega = \frac{qB}{m} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (٥\text{ـ}١٠٧)$$

حيث m كتلة الجسيم و ω سرعته الزاوية (angular velocity).

وإذا كان اتجاه السرعة غير متعامد على اتجاه المجال ولكنه يصنع زاوية ϕ فإن هذا سيؤدي إلى دوران الشحنة في مسار حلزوني محوره متفق مع اتجاه المجال كما في شكل (٢٨ـ٥) ويكون نصف قطر مقطع الحلزون :

$$R = \frac{mv\sin\phi}{Bq} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (٥\text{ـ}١٠٨)$$

حيث $v\sin\phi$ تمثل المركبة العمودية للسرعة والتي تؤدي إلى المسار الدائري أما المركبة الأخرى $v\cos\phi$ فلن تتأثر بهذا المجال ويظل اتجاهها ثابتا في اتجاه المجال أي في اتجاه المحور الحلزوني. وهذه المركبة هي التي تؤدي إلى جعل شكل المسار حلزونيا.



شكل (٢٨-٥): يماثل الشكل (٢٧-٥) عدا أن اتجاه السرعة v ليس متعامدا على اتجاه المجال ولكنه يصنع زاوية قدرها ∅

مـــثـــال (٩-٥)

يتحـــرك إلكـترون على المحـور x بسرعـة **قدرهـا** 1.00×10^7 m/s سلط مجال مغناطيسي قيمة حثه B تساوي 2.50×10^{-4}N/A.m في اتجاه المحور z.

ا ـ احسب قيمـة واتجـاه القـوة المغنـاطيسية على الإلكـترون ومـا هي قيمـة المجال الاستاتيكي الذي تحتاجه للحصول على قوة استاتيكية مساوية للقيمة نفسها.

ب ـ احسب نصف قطر المدار.

جـ ـ احسب السرعة الزاوية.

الحـــــل

$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B} = q\,(v_x\,\vec{i} \times B_z\,\vec{k}) = q\,v_x\,B_z\,(\vec{i} \times \vec{k})$$

$$\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$$

$$\vec{F}_m = -q\,v_x\,B_z\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_m = -(-1.602 \times 10^{-19})\,(1.00 \times 10^7)\,(2.5\times10^{-4})j = (4.0\times10^{-16}\text{N})\vec{j}$$

ومعنى ذلك أن قيمة القوى تساوي 4.0×10^{-16} نيوتن واتجاهها على محور y وفي الاتجاه الموجب. أما المجال الكهربي الناتج عن مقدار القوة نفسه فهو:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{4\times10^{-16}}{1.6\times10^{-19}} = 2.50\times10^3\text{V/m}$$

$$R = \frac{mv^2}{F_m} = \frac{9.11\times10^{-31}\times10^{14}}{4\times10^{-16}} = 2.28\times10^{-1}\text{m} = 0.228\text{m}$$

$$\omega = \frac{qB}{m} = \frac{1.602\times10^{-19}\times2.5\times10^{-4}}{9.11\times10^{-31}} = 4.4\times10^{7}\ \text{rad/s}$$

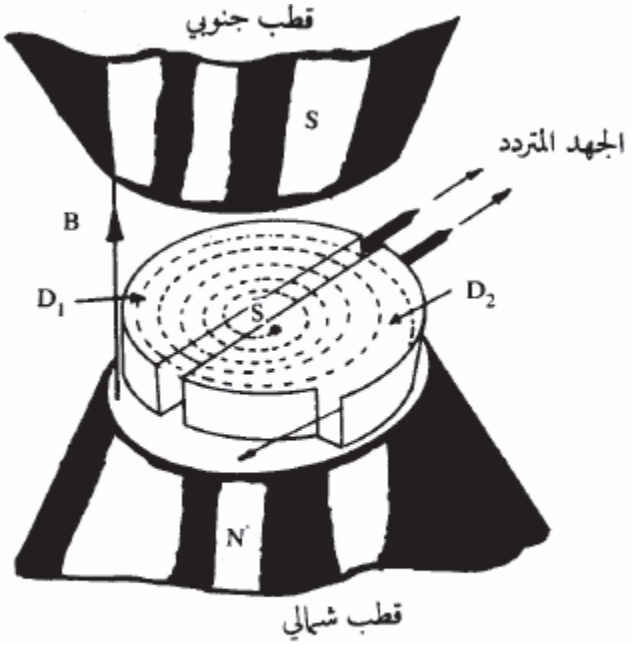
(٥-١١) تطبيقات على حركة الشحنة في مجال مغناطيسي

(٥-١١-١) *السيكلوترون Cyclotron*

جهاز السيكلوترون يعتبر من الوسائل المستخدمة لكي تكتسب الجسيمات المشحونة سرعة عالية جدا وبالتالي طاقة عالية جدا يستفاد منها في قذف الذرة لإجراء تفاعلات نووية صناعية. وتم صنعه لأول مرة عام ١٩٣١م صنعه كل من الدكتور ارنست لورنس (Ernest O. Lawrence) والدكتور استانلي لفنجستون (Stanley Livingston) في جامعة كاليفورنيا. وتقوم نظريته على تعجيل البروتونات بواسطة مجال كهربي قوي وجعل مسارها في شكل دائري بواسطة مجال مغناطيسي منتظم شديد.

ويتركب هذا الجهاز من حجرتين منفصلتين معدنيتين D_1 و D_2 على شكل حرف D ، شكل (٢٩-٥)، يسلط بينهما فرق جهد متردد V ويوضع منبع الجسيمات المشحونة S في مركز الجهاز وهذه الجسيمات عبارة عن إيونات موجبة مثل البرتون والديوترون (deuterons) ويسلط مجال مغناطيسي،حثه المغناطيسي B،عموديا على مستوي الرسم فتبدأ الإيونات الموجبة في السير (بتأثير المجال المذكور) في مسار دائري نصف قطره R ، فإذا فرض أن m كتلة الإيون الموجب الذي شحنته q وسرعته v ، فإن R تحدد من المعادلة (١٠٦-٥).

ويضبط تردد مصدر الجهد V بحيث ينعكس اتجاهه في اللحظة التي ينتقل فيها الإيون الموجب من D_1 إلى D_2 وبالعكس. ومعنى هذا أنه لو كان D_1 سالب الجهد، D_2 موجب الجهد فإن الإيون الموجب الشحنة سيتجه أثناء دورانه إلى D_1 وحينما يتم نصف دورة داخل D_1 يدخل إلى D_2 التي يتغير جهدها عند هذه اللحظة إلى جهد سالب وبهذا يظل الإيون في دورانه منطلقا بسرعة أكبر، وهكذا يتم تعجيل الإيون بوساطة فرق الجهد V بين الحجرتين وذلك في كل مرة ينتقل فيها الإيون بين الحجرتين وبهذا تزداد السرعة v تدريجيا وبالتالي يزداد نصف قطر المسار R ، طبقا للعلاقة السابقة، تدريجيا حتى يخرج الإيون في النهاية بطاقة عالية جدا قد تصل إلى عشرة ملايين إلكترون فولت أو أكثر رغم أن فرق الجهد المسلط لا يتعدى عشرة كيلوفولت.



شكل (٢٩-٥): السيكلوترون

ويلاحظ هنا أن السرعة الزاوية التي يتحرك بها الإيون الموجب لا تعتمد على كل من نصف قطر المسار R وسرعة v ولكن تعتمد فقط على الحث المغناطيسي B والنسبة بين شحنة الإيون وكتلته q/m.

بفرض أن أقصى سرعة وصل إليها الإيون الموجب عندما كان بالقرب من حافة نصف العلبة D_1 وقبل خروجه من الفتحة الجانبية المخصصة لذلك هي v_{max}. وطبقا للعلاقة (٥-١٠٦) نجد أن هذه السرعة القصوى تعطى بالمعادلة:

$$v_{max} = BR' \frac{q}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٥ - ١٠٩)$$

حيث R' في هذه الحالة تساوي نصف قطر D_1.

ولكن متوسط الطاقة الحركية للإيون الموجب تعطى بالعلاقة:

$$W_{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

وبالتعويض من المعادلة (٥-١٠٩) عن v_{max} نُحصل على:

$$W_{max} = \frac{1}{2} m \left(\frac{q}{m}\right)^2 B^2 R'^2$$

ولكن هذه الطاقة الحركية القصوى يمكن معادلتها بالطاقة المكتسبة للإيون الموجب نتيجة لعملية التعجيل.

أي أن:

$$\because W_{max} = qV$$

$$\therefore V = \frac{1}{2} \frac{q}{m} B^2 . R'^2 \quad \ldots\ldots \quad (٥-١١٠)$$

وهذا هو فرق الجهد المطلوب لإنتاج طاقة الحركة نفسها في دفعة واحدة. فإذا كانت الإيونات عبارة عن بروتونات فإن:

$$\frac{q}{m} = 9.6 \times 10^7 \text{ C/kg}$$

وهذا هو فرق الجهد المطلوب لإنتاج طاقة الحركة نفسها في دفعة واحدة. فإذا كانت الإيونات عبارة عن بروتونات فإن:

$$\frac{q}{m} = 9.6 \times 10^7 \text{ C/kg}$$

وكانت قيمة الحث المغناطيسي B ونصف القطر هما:

$$B = 1.3 \text{ Wb/m}^2$$

$$R' = 0.48 \text{ m}$$

فبالتعويض في المعادلة (٥-١١٠) يُحصل على الجهد التالي:

$$V = \frac{1}{2} \times 9.6 \times 10^7 \times (1.3)^2 \times (0.48)^2$$

$$\therefore V = 19 \times 10^6 \text{ V}, \quad \text{or} \quad 19 \text{ million V}$$

وهذا يبين أنه يلزم لتعجيل الإيونات للحصول على الطاقة الحركية نفسها للإيونات المندفعة خارج الجهاز فرق جهد يساوي تسعة عشر مليونا من الفولت وهذا الجهد العالي لا يمكن الحصول عليه إلا بواسطة بعض الأجهزة الحديثة مثل جهاز فان دي جراف (Van de Graaf generator) الذي يمكنه توليد جهد يصل إلى حوالي ١٠ مليون فولت فقط.

ملحوظة

حيث إن الإيون لابد وأن تكون سرعته الزاوية ثابتة حتى يصل الإيون إلى مدخل كل حجرة في اللحظة نفسها التي ينعكس عندها جهد الحجرتين. فإن معنى هذا أن تظل m, q, B حسب العلاقة (٥-١٠٧) ثابتة ولكن m سوف تزداد بازدياد السرعة (v) أثناء التعجيل المتواصل، طبقا للنظرية النسبية لأينشتين مما يؤدي إلى التعارض مع نظرية عمل الجهاز.

وهذا التغيير في الكتلة يكون واضحا في حالة الإلكترونات ولهذا لا يستخدم الجهاز في تعجيل الإلكترونات.