الفصل الثاني

(٥ـ٥) تطبيقات لحساب المجال المغناطيسي

Applications of Magnetic Field

(٥ـ٥ـ١) المجال المغناطيسي الناتج عن تيار يمر في موصل مستقيم

Magnetic field due to a current in a straight conductor

يتضح من البنود السابقة أن الحث المغناطيسي B يمكن حسابه بطرق مختلفة ستُطبق لبعض الدوائر الكهربية البسيطة كلما كان ذلك ممكنا.

لحساب الحث المغناطيسي B الناتج عن مرور تيار كهربي I في سلك رفيع مستقيم عند نقطة تقع خارجه مثل النقطة P شكل (٩ـ٥) نتبع ما يلي :

ا ـ باستعمال قانون بيوت وسافارت

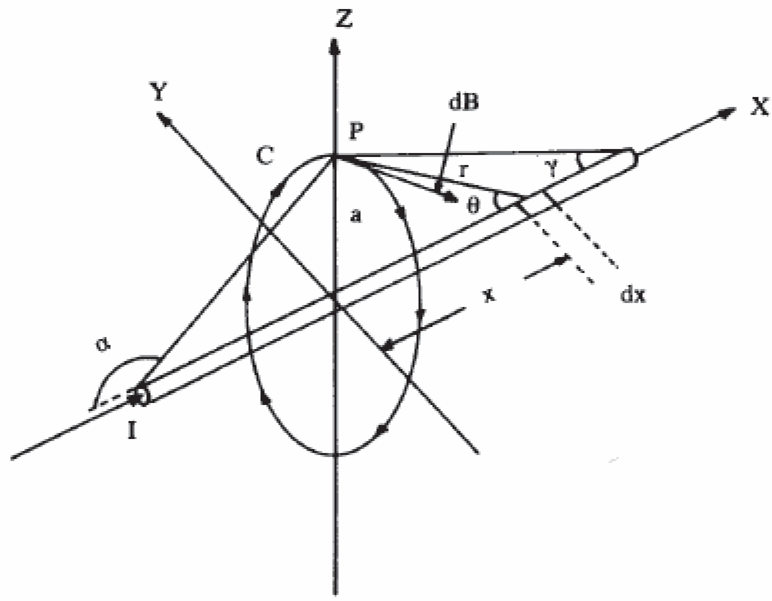
يقسم السلك إلى أجزاء صغيرة طول كل جزء dx فيكون الحث المغناطيسي عند النقطة P الناتج عن مرور التيار I في هذا الجزء هو dB ويعطى بالمعادلة (٣ـ٥) حيث :

$$dB = K_m \frac{I dx \sin\theta}{r^2}$$

ويكون الحث الناتج عن كامل السلك هو:

$$B = K_m \int \frac{I dx \sin\theta}{r^2} \qquad \ldots\ldots \quad (٥\text{ـ}٢٩)$$

حيث r المسافة بين dx و P ، θ الزاوية بين dx و r ، كما في الشكل (٩ـ٥).



شكل (٩ـ٥): حساب الحث المغناطيسي B ، عند النقطة P الناتج عن مرور تيار كهربي I في موصل مستقيم، باستخدام قانون بيوت وسافارت.

فإذا استعملت المحاور الديكارتية لتحديد اتجاه عنصر الحث المغناطيسي dB بحيث يقع التيار I على محور x ويأخذ الاتجاه الوارد في الشكل (٩-٥) وتقع P على محور z فإن dB يقع في المستوى yz ويتخذ الاتجاه العمودي على المستوى xz ، الذي يقع فيه كل من r و dx ، ومماس لخط القوة C.

ولتسهيل حساب التكامل يُستبدل المتغير x بالزاوية θ ، وبالعودة إلى الشكل (٩-٥) يمكن الحصول على:

$$r = a\csc\theta \quad , \quad x = a\cot\theta$$

$$\therefore dx = -a\csc^2\theta\, d\theta$$

وبالتعويض في المعادلة (٢٩-٥) يكون:

$$B = -K_m \frac{I}{a}\int_{\alpha}^{\gamma} \sin\theta\, d\theta = K_m \frac{I}{a}[\cos\theta]_{\alpha}^{\gamma}$$

$$\therefore B = K_m \frac{I}{a}(\cos\gamma - \cos\alpha) \quad \cdots\cdots \quad (٥\text{-}٣٠)$$

فإذا كان السلك طويلا جدا بالمقارنة إلى المسافة a ، ولم تكن النقطة P قريبة من أي من طرفي السلك فإن:

$$\gamma = 0 \quad , \quad \alpha = \pi$$

$$\therefore B = 2K_m \frac{I}{a} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a} \quad \cdots\cdots \quad (٥\text{-}٣١)$$

يمكن الوصول إلى النتيجة (٣١-٥)، وذلك بإجراء التكامل في المعادلة (٢٩-٥) باستبدال الزاوية θ بالمتغير x كالتالي:

من الرسم يمكن الحصول على:

$$r = (x^2 + a^2)^{1/2} \quad , \quad \sin\theta = \frac{a}{r}$$

وبالتعويض في المعادلة (٢٩-٥) نحصل على:

$$B = K_m I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a\,dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

هذا النوع من التكامل خاص ويمكن إجراؤه بتطبيق المعادلة (٢٥) بند (٣ـ٨) ملحق ٣.

$$\therefore B = K_m \frac{I}{a}\left[\frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}\right]_{-\infty}^{\infty} = 2K_m \frac{I}{a} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}$$

ب ـ باستعمال قانون أمبير الدوائري

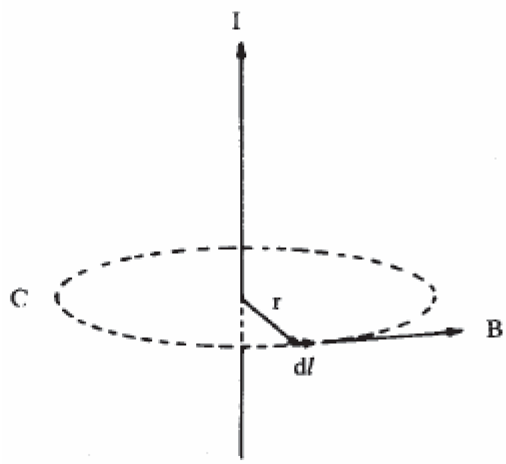
إذا مر تيار كهربي I في موصل مستقيم فإن خطوط القوى المغناطيسية حول الموصل عبارة عن دوائر مركزها الموصل نفسه. فإذا أعتبر أن إحدى هذه الدوائر تمثل مسارا مغلقا حول التيار وكان نصف قطر هذا المدار r ، كما في الشكل (١٠ـ٥)، فإن اتجاه $\vec{B}$ هو اتجاه $d\vec{l}$ نفسه، مماس لخطوط القوى. وبتطبيق المعادلة (٢٢ـ٥) يُحصل على:

$$B\int_0^{2\pi r} dl = \mu_0 I$$

$$\therefore B\,2\pi r = \mu_0 I$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

وهي المعادلة (٣١ـ٥) نفسها.



شكل (١٠ـ٥): حساب المجال المغناطيسي الناتج عن مرور تيار كهربي في سلك مستقيم باستخدام قانون أمبير.

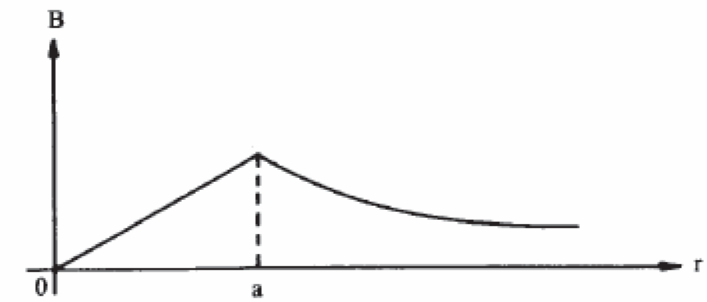
إذا كان للسلك سمك نصف قطره a وكانت كثافة التيار J منتظمة خلال مقطعه الداخلي فإن التيار داخل الأسطوانة (حيث $r<a$)، سيكون $\pi r^2 J = I(\pi r^2/\pi a^2)$.

وبتطبيق قانون أمبير داخل الاسطوانة يُحصل على:

$$B\,2\pi r = \mu_0 I\,\frac{r^2}{a^2}$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \quad , \quad r \leqslant a \quad \ldots\ldots \quad (٥\text{-}٣٢)$$

ويوضح الشكل (٥-١١) العلاقة بين B ، r داخل الاسطوانة وخارجها .



شكل (٥-١١): **العلاقة بين** B و r داخل الاسطوانة وخارجها .