الفصل الاول

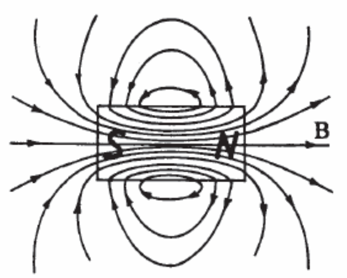
يمكن فهم الخواص المغناطيسية بنظرية المجال الكهربي التي درست في الفصول السابقة حيث تعد المنطقة التي تحيط بالمغناطيس أو الأسلاك أو الدوائر التي تمر فيها تيارات كهــربية منـطقـة مجال مغنـاطيسي (magnetic field) ويمكن تخطيط المجـال المغناطيسي كما في شكل (١ـ٥) بواسطة خطوط تأثير مغناطيسي (induction lines) تشبه خطوط القوى الكهربية ويدل اتجاه المماس لخط التأثير المغناطيسي على اتجاه المجال عند نقـطـة الـتـماس ـ كـما تتخـذ كثـافـة خطـوط التـأثـير المغناطيسي دلالـة على شـدة المـجــال H (magnetic field intensity) أو كثـافــة الـفـيـض المـغـنـاطيسي (الحـث المغـنـاطيسي) B (magnetic induction) تسمى عدد خطوط الفيض التي تنفذ من خلال سطح dS بالتـدفق المغنـاطيسي Φ (magnetic flux) وهـو العدد الكلي لخطوط التأثير (القوى) التي تخترق سطحا ما أي أن:

$$\Phi = \int B.\cos\theta\, dS = \int \vec{B}.d\vec{S} \quad .... \quad (١١ - ٥)$$

حيث θ هي الـزاوية بين العمـودي على dS وخطوط القوى، وإذا كان الحث المغناطيسي B منتظما وعموديا على سطح مساحته S فإن:

$$\Phi = B\,.\,S \qquad ... \quad (١ب - ٥)$$

ويكون الحث المغناطيسي منتظما إذا ثني المغناطيس الدائم ليصبح على الشكل (٢ـ٥) بحيث يكون القطبان N و S متقابلين.



شكل (١ـ٥): خطوط التأثير (القوى) للمغناطيسية لمغناطيس دائم (permanent magnet).

(٥-٢) قانون بيوت وسافارت

The Biot - Savart Law

إذا كان dl تمثل عنصرا طوليا متناهيا في الصغر (infinitesimal) من سلك يحمل تيارا كهربيا قدره I فإن عنصر الحث المغناطيسي dB عند النقطة P ، كما في شكل (٣-٥) التي تبعد مسافة r من dl ، يتناسب تناسبا طرديا مع التيار I وعنصر الطول dl و $\sin\theta$ وعكسيا مع مربع المسافة الواقعة بين dl والنقطة P التي يراد قياس الحث المغناطيسي عندها أي أن :

$$dB \propto \frac{I dl \sin\theta}{r^2}$$

أو

$$dB = K_m \frac{I dl \sin\theta}{r^2} = K_m \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad \ldots\ldots \quad (٥\text{-}٣)$$

حيث تمثل θ الزاوية بين dl و r.

وقد استنتجت هذه المعادلة نتيجة للتجارب والقياسات المعملية التي قام بها العالمان بيوت Jean Baptiste Biot وسـافـارت Felix Savart عام ١٨٢٠م ولـذلـك سميت باسميهما، قانون بيوت وسافارت ، أما K_m فهو ثابت التناسب وتعتمد قيمته على اختيار وحدات القياس وقيمته في النظام العالمي (.S.I) هو:

$$K_m = \frac{\mu_o}{4\pi} = 10^{-7}\ \text{Wb/A . m} \quad \ldots\ldots \quad (٥\text{-}٤)$$

$$\therefore \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{Wb/A . m}$$

ويُحصل من المعادلتين (٣-٥) و(٤-٥) على :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٥\text{-}٥)$$

وتكتب هذه المعادلة في النظام الجاووسي بالصورة التالية :

$$\vec{dB} = \frac{1}{c} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

ولكي يحسب الحث المغناطيسي B الكلي لدائرة مغلقة C عند نقطة P يؤخذ تكامل المقدار dB لكامل الدائرة المغلقة، كما في الشكل (٥ـ٣).

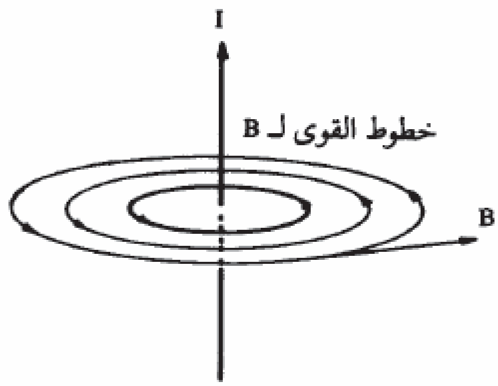
$$\therefore B = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_c \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (٥\text{ـ}٦)$$

ويمكن التعبير عن الحث المغناطيسي B بدلالة كثافة التيار J. فحسب المعادلة (٤ـ٤) يكون:

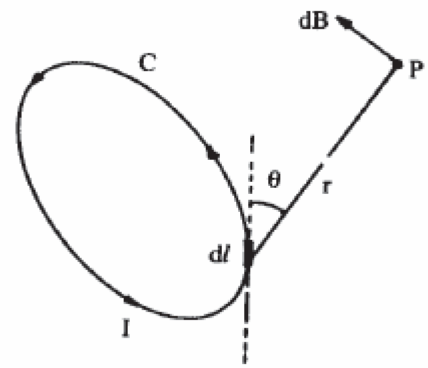
$$I dl = JS dl = J dV \quad \cdots \quad (٥\text{ـ}٧)$$

حيث S مساحة مقطع السلك و dV الحجم. وبالتعويض في المعادلة (٥ـ٦) يُحصل على:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} \times \vec{r}}{r^3} dV \quad \cdots\cdots\cdots \quad (٥\text{ـ}٨)$$



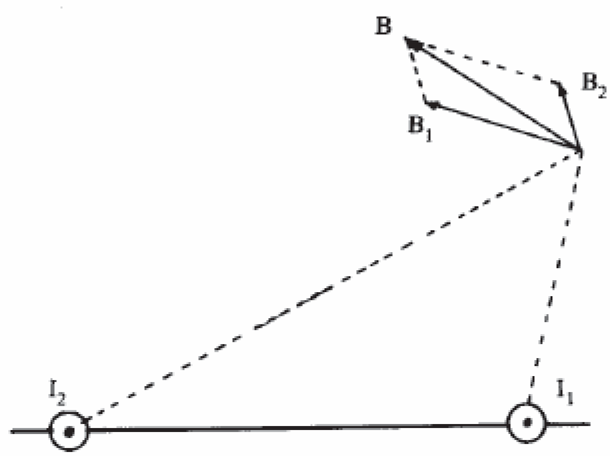
شكل (٥ـ٤): موصل مستقيم يمر به تيار شدته I فينشأ عنه مجال مغناطيسي تكون خطوط القوى له عبارة عن دوائر مغلقة مركزها الموصل.



شكل (٥ـ٣): تابع لقانون بيوت وسافارت.

وبدراسة المجال المغناطيسي حول موصل مستقيم يمر به تيار كهربي I بواسطة إبرة مغناطيسية صغيرة نجد أن خطوط القوى المحيطة بالموصل عبارة عن دوائر مغلقة مركزها الموصل وفي مستوى عمودي عليه واتجاهها يعين بقاعدة اليد اليمنى، بحيث يشير الإبهام إلى اتجاه التيار ويشير اتجاه الأصابع الأخرى حول السلك إلى اتجاه خطوط القوى المغناطيسية، كما في شكل (٥-٤)، بينما يمثل المماس عند أي نقطة على خط القوة اتجاه الحث المغناطيسي B.

إذا كان هناك مجالات مغناطيسية ناتجة عن مصادر تيارية (current sources) فإنه يمكن جمعها جمعا اتجاهياً للحصول على محصلة المجالات، كما حصل ذلك بالنسبة للمجال الكهربي الناتج عن شحنات مختلفة كما ورد في البند (٤-١).



شكل (٥-٥): مستقيمان موصلان يمر في أحدهما تيار قيمته I_1 وفي الآخر I_2 فنحصل على مجالين مغناطيسيين حثهما B_1 ، B_2 ومحصلتهما B بحيث يكون $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

ولذلك إذا كان لدينا دوائر مغلقة تمر بها التيارات $I_1, I_2, I_3, \ldots\ldots, I_n$ بحيث تعطى كل دائرة مجالا مغناطيسيا قيمها على التوالي $B_1, B_2, B_3, \ldots\ldots, B_n$ فإن محصلة هذه المجالات، كما في شكل (٥-٥)، هي :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \ldots. + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i \quad \cdot\cdot \quad (٥\text{-}٩)$$

وحسب المعادلة (٥-٦) فإن :

$$B_i = \frac{\mu_0}{4\pi} I_i \int \frac{d\vec{l}_i \times \vec{r}_i}{r_i^3} \quad \ldots\ldots \quad (٥-١٠)$$

(٥-٤) قانون أمبير الدوائري

Amperes Circuital Law

ينص هذا القـانون على أن التكامل الخطي (line integral) للحث المغناطيسي حول مسـار مغلق اختياري يساوي مجموع التيارات داخل هذا المسار مضروبا في معامل نفاذية الفراغ μ_0 أي أن:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_c B \cos\theta \, dl = \mu_0 \Sigma I \qquad \ldots \quad (٥-١٦)$$

وصيغة هذه المعادلة في النظام الجاووسي هي:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} \Sigma I$$

حيث dl عنصر الطول من المسار المغلق C و θ الزاوية بين dl و B.

~~ولإثبات هذا القانون نتبع ما يلي:~~

بفرض أن الحث المغناطيسي B ناتج عن تيار I مار في دائرة مغلقة 'C ، كما في شكل (٥-٦)، وحسب المعادلة (٥-٦) فإن قيمة B هي:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}' \times \vec{r}}{r^3}$$

ويضرب طرفي المعادلة في dl يُحصل على :

$$\vec{B} . d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{(d\vec{l}' \times \vec{r}) . d\vec{l}}{r^3} \quad .... \quad (٥\text{-}١٧)$$

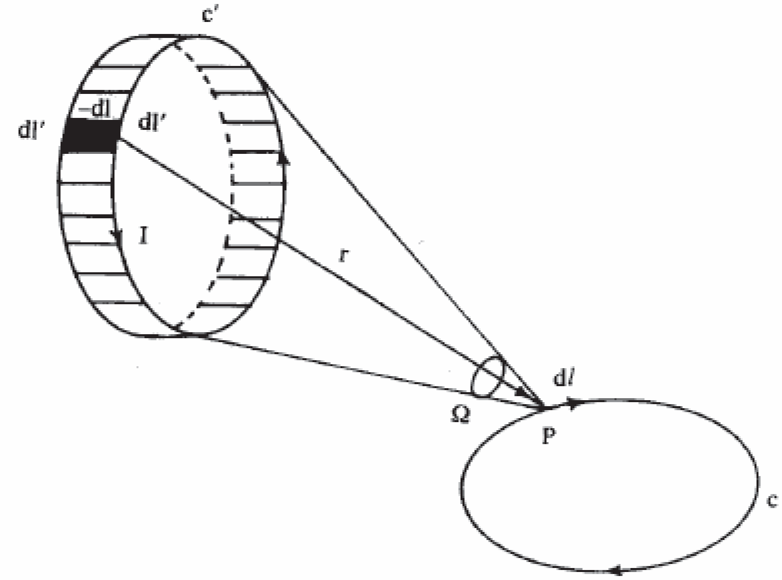
حيث dl عنصر من مسار اختياري C كما في الشكل (٦-٥). وبإجراء التكامل حول المسار C ، وإجراء التبديل بين $d\vec{l}$ و $d\vec{l}'$ و $\vec{r}$ ، حسب المعادلة (١٦-٢) ملحق ٢ ، يُحصل على :

$$\oint_C \vec{B} . d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \oint_{C'} \frac{(d\vec{l} \times d\vec{l}') . \vec{r}}{r^3} \quad ... \quad (٥\text{-}١٨)$$

$$\oint_C \vec{B} . d\vec{l} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \oint_{C'} \frac{(-d\vec{l} \times d\vec{l}') . \vec{r}}{r^3} \quad .. \quad (٥\text{-}١٩)$$

وحسب ما ورد في البند (٣-٢) ملحق ٢ فإن $dl' \times dl$ تمثل مساحة متوازي مستطيلات، إضافة إلى ما ورد في البند (٩-٢) ملحق ٢ ، فإنه يمكن معالجة المعادلة (١٩-٥) على أساس الزوايا المجسمة.

إذا فرض أن النقطة P ، شكل (٦-٥)، تقع على المسار المغلق C ، فإن مسار دائرة المصدر C' (source circuit) ستقابله (subtend) زاوية مجسمة عند تلك النقطة فإذا أجري التكامل على المسار C فإن النقطة P ستحصل على مجموعة متتالية من الإزاحات، كل إزاحة تساوي dl ، فإذا أزيحت P مسافة قدرها dl فإن مسار الدائرة C' ستتكون له مناظر (aspects) مختلفة حسب الرؤية عند النقطة P ولذلك فإن الزاوية المجسمة المقابلة لـ C' عند وضع جديد لـ P ستتغير إلى قيمة جديدة قدرها $\Omega' = \Omega + d\Omega$ ولذلك فإن $d\Omega$ تمثل التغير في قيمة الزاوية المجسمة المقابلة لـ C' عند النقطة P الناتج عن إزاحة النقطة P بـ dl.



شكل (٦ـ٥) : حساب التغير في الزاوية المجسمة المقابلة عند النقطة الناتجة عن إزاحة الدائرة C'.

يمكن الحصول على التغير نفسه إذا تُخيل أن النقطة P ثابتة وأزيحت كل نقطة من مسار الدائرة C' مسافة قدرها $-dl$ ولذلك يمكن القول إن $d\Omega$ تمثل التغير في قيمة الزاوية المجسمة الناتج عن ثبوت النقطة P وإزاحة كل نقطة من C' بـ $-dl$. وبالرجوع إلى الشكل (٦ـ٥) نجد أن الجزء المخطط يمثل مساحة قدرها :

$$dS = -d\vec{l} \times d\vec{l}'$$

وحسب ما ورد في البند (٢ـ٩)، ملحق ٢ ، فإن المقدار الموجود تحت التكامل في المعادلة (١٩ـ٥) يمثل زاوية مجسمة مقدارها $d\vec{S} \cdot \vec{r} / r^3$ مقابلة للمساحة dS عند النقطة P وتساوي التغير في الزاوية المجسمة عند النقطة P الناتجة عن إزاحة dl' مسافة قدرها $-dl$. ولذلك إذا أجري التكامل على المسار C' في المعادلة (١٩ـ٥) فالنتيجة تمثل مجموع توزيع dl' للمسار C' كاملا ومنه فإن :

$$d\Omega = \oint_{c'} \frac{(-d\vec{l} \times d\vec{l}') \cdot \vec{r}}{r^3} = \oint \frac{dS\cos\theta}{r^2} \quad . \quad (٥ـ٢٠)$$

وذلك حسب تعريف الزاوية المجسمة بالمعادلة (٢ـ٤٧) ملحق ٢ .

وبالتعويض في المعادلة (٥ـ١٩) من المعادلة (٥ـ٢٠) يُحصل على:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint d\Omega \quad \cdots\cdots \quad (٥ـ٢١)$$

وحسب المعادلة (٢ـ٥٠) ملحق ٢، فإن قيمة هذا التكامل، للزاوية المجسمة، يساوي 4π.

وبذلك تصبح المعادلة (٥ـ٢١) بالصورة التالية:

$$\therefore \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \cdots\cdots \quad (٢٢\text{أ} - ٥)$$

تسمى المعادلة (٥ـ٢٢) **بقانون أمبير الدوائري** أو **بقانون أمبير**. والاشارة السالبة أو الموجبة التي تسبق $\mu_0 I$ تعتمد على اتجاه المسار والتيار I المار بالدائرة C. فإذا اختير اتجاه التكامل للمسار C بحيث يمثل العمودي عليه n الاتجاه الموجب كما في الشكل (٥ـ٧) وكان اتجاه التيار في الدائرة C مع اتجاه n فإن قيمة $\mu_0 I$ موجبة. أما إذا كان ضده فإن قيمة $\mu_0 I$ سالبة.

إذا كان هناك أكثر من تيار داخل المسار المغلق C فإن المعادلة (٢٢أ ـ ٥) تصبح:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \Sigma I \quad \cdots\cdots \quad (٢٢\text{ب} - ٥)$$

وهو المطلوب.