4. وحدات قياس الزوايا:

- النظام الستيني .
- النظام المئوي .
- النظام الدائري .

أ) النظام الستيني:

وفيه تساوي الدائرة 360 درجة ستينية وتساوي الزاوية القائمة فيه 90 درجة ستينية . ويرمز لهذا النظام في الحسابات الالكترونية بالرمز DEG وهو اختصار لكلمة Degree اي درجة ستينية.

1 درجة ستينية = 60 دقيقة ، 1 دقيقة = 60 ثانية

مثال: زاوية = 30 درجة ، 15 دقيقة ، 20 ثانية

تكتب: $30^{\circ}\,15^{'}\,20^{''}$

ب) النظام المئوي:

وفيه تساوي الدائرة 400 درجة مئوية وتساوي الزاوية القائمة فيه 100 درجة مئوية . ويرمز لهذا النظام في الحسابات الالكترونية بالرمز GRA وهو اختصار لكلمة Gradient التي تعني درجة مئوية.

1 درجة مئوية = 100 دقيقة ، 1 دقيقة = 100 ثانية

يرمز للدرجة المئوية بـ (^{g}) وللدقيقة المئوية بـ (^{c}) وللثانية المئوية بـ (^{cc})

مثال: زاوية = 30 درجة ، 15 دقيقة ، 20 ثانية

تكتب: 30.1520^{g}

جـ) النظام الدائري:

وفيه تساوي الدائرة 2π حيث π هي نسبة ثابتة تساوي النسبة بين محيط الدائرة وقطرها وقيمتها $(\frac{22}{7})$ او (3.14) ، وتساوي الزاوية القائمة في هذا النظام $\frac{\pi}{2}$ درجة دائرية.

جدول يبين العلاقة بين الانظمة الثلاثة

	درجة ستينية	درجة مئوية	درجة دائرية
الدائرة	360	400	2π
نصف الدائرة	180	200	π
الزاوية القائمة	90	100	$\frac{\pi}{2}$
ربع الدائرة	45	50	$\frac{\pi}{4}$

امثلة:

1) حول الزاوية 135° الى النظام الدائري؟

$$135\ \times \frac{2\pi}{360} = 2.35619\,rad \div \pi = 0.75\pi$$

2) حول الزاوية اعلاه الى النظام المئوي؟

$$135\ \times \frac{400}{360} = 150^{g}$$

3) حول الزاوية 375.2349^{g} الى النظام الستيني؟

$$375.2349\ \times \frac{360}{400} = 337.71141° = 337°42'41.1"$$

337.71141

D = 337

0.71141 × 60 = 42.6846

M = 42

0.6846 × 60 = 41.1

S = 41.1

ملاحظة

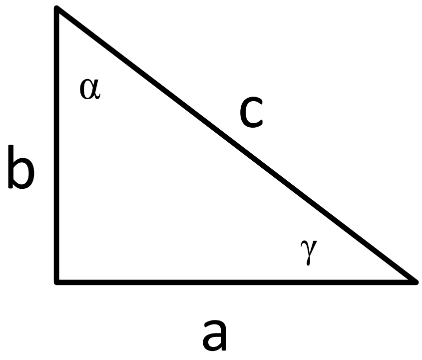
يمكن استخدام العلاقات التالية للتحويل بين الزوايا الستينية والدائرية:

$$\boldsymbol{\theta^{r} = \frac{\theta^{\circ} \times \pi}{180^{\circ}}}$$

$$\boldsymbol{\theta^{\circ} = \frac{\theta^{r} \times 180^{\circ}}{\pi}}$$

$$\boldsymbol{\theta^{g} = \frac{\theta^{\circ} \times 200}{180}}$$

العلاقات الهندسية للمثلث القائم الزاوية:



•جيب الزاوية: جا $= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ $\sin(\alpha) = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}}$

•جيب تمام الزاوية: جتا $= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ $\cos(\alpha) = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}}$

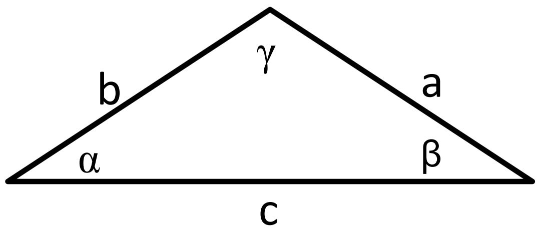
•ظل الزاوية: ظا $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\tan(\alpha) = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$

•نظرية فيثاغورس: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$

•مساحة المثلث قائم الزاوية: $\boldsymbol{A = \frac{1}{2}(a \times b)}$

العلاقات الهندسية للمثلث غير قائم الزاوية:

1. قاعدة جيب التمام (تستخدم لحساب طول ضلع بمعلومية الضلعين الاخرين والزاوية بينهما):



مثال: جد طول الضلع c اذا علمت ان:

a = 50 cm , b = 70 cm , $\gamma = 125°$

الحل:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab(cos\gamma)$$

$$c^2 = 50^2 + 70^2 - 2 \times 50 \times 70 \times (cos125)$$

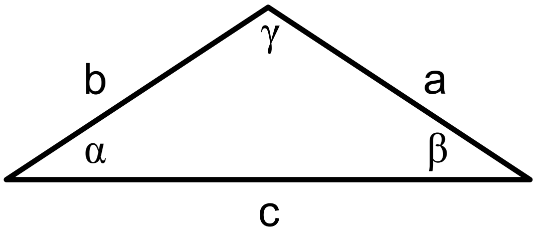
$$c^2 = 11415.03505$$

$$c = \sqrt[2]{11415.03505} \ = 106.841cm$$

•يمكن استخدام نفس المعادلة لحساب الزوايا الداخلية بمعلومية اطوال الاضلاع:

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

2. قاعدة الجيب (تستخدم لحساب زاوية بمعلومية ضلعين وزاوية مقابلة لاحدهما):



$$\frac{\mathrm{a}}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{b}}{\sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma}$$

بتطبيق المثال السابق:

$$\frac{\mathrm{a}}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{c}}{\sin\gamma} \rightarrow \frac{50}{\sin\alpha} = \frac{106.841}{sin125}$$

$sin\alpha = 0.383350982 = 22°32'29.06" \quad \rightarrow sin^{-1}$ بالحاسبة

- وتستخدم ايضاً لحساب طول ضلع بمعلومية زاويتين وضلع مقابل لاحداهما.

3. المساحة:

أ) بمعلومية اطوال الاضلاع:

$h =$ نصف محيط المثلث

$$h = \frac{a+b+c}{2}$$

وتحسب المساحة باستخدام المعادلة:

$$A = \sqrt{h(h-a)(h-b)(h-c)}$$

بتطبيق المثال السابق:

$$h = \frac{50+70+106.841}{2} = 113.4205\ cm$$

$$A = \sqrt{113.4205(113.4205-50)(113.4205-70)(113.4205-106.841)}$$

$$A = 1433.522\ \mathrm{cm}^2$$

ب) بمعلومية ضلعين والزاوية بينهما:

$$A = \frac{1}{2} a.b.sin\gamma$$

$$A = \frac{1}{2} \times 50 \times 70 \times sin125 = 1433.516\ \mathrm{cm}^2$$