القطوع المخروطية

تعريف: المسافة بين نقطتين تعرف المسافة بين النقطتين (x_1,y_1) ، (x_2,y_2) حسب القانون الآتي:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

تعريف: المسافة بين نقطة ومستقيم: تعرف المسافة بين النقطة والمستقيم $ax+by+c=0$ حسب القانون الآتي:

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

تعريف: منتصف المسافة بين النقطتين (x_1,y_1) ، (x_2,y_2) هي النقطة

$$\left(\frac{x_2+x_1}{2},\frac{y_2+y_1}{2}\right)$$

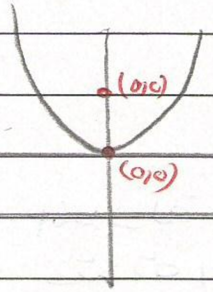
القطع المكافئ: وهو مجموعة جميع النقاط في المستوي والتي تكون بعدها عن نقطة ثابتة يساوي بعدها عن مستقيم ثابت تسمى النقطة الثابتة البؤرة أي بؤرة القطع focus ويسمى المستقيم الثابت دليل القطع والعمودي على محور القطع والقطع المكافئ يكون متناظر حول محوره الذي يحوي البؤرة ورأس القطع.

لحساب معادلة القطع المكافئ هنالك أربعة حالات وهي:

1- اذا كانت البؤرة تقع على الجزء الموجب من المحور y ولتكن $(0,c)$ والدليل $y=-c$ والشكل $p(x,y)$ أي نقطة على القطع المكافئ (من نقاط القطع) المنحني نطبق التعريف

أي أن المسافة بين P والبؤرة يساوي بين P والدليل $y+c=0$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2} = \frac{|0\cdot x+1\cdot y+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = |y+c|$$



بالتربيع

$$\sqrt{x^2+(y-c)^2}=\sqrt{(y+c)^2}$$

$$x^2+(y-c)^2=(y+c)^2$$

$$x^2+y^2-2cy+c^2=y^2+2cy+c^2$$

$$\boxed{x^2=4cy} \quad \text{.......} \quad (1)$$

المعادلة (1) معادلة قطع مكافئ متناظر حول المحور y ($x=0$) (محور القطع).

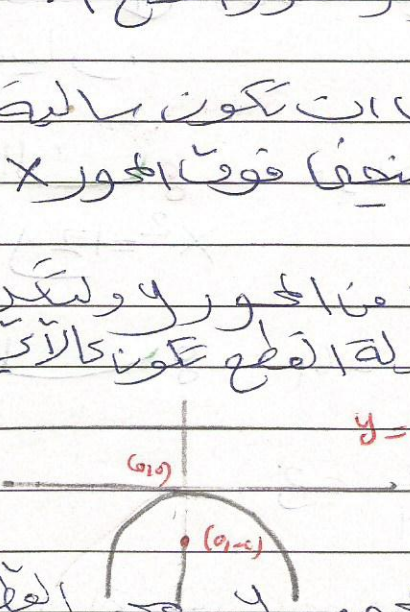
أي أن القطع المكافئ فتحته تكون للأعلى.

محور القطع: - وهو المستقيم الذي يحوي البؤرة ورأس القطع عمودي على دليل القطع المكافئ.

رأس القطع: نقطة تقاطع القطع مع المحور y (محور القطع).

ملاحظة: - اذا كانت c موجبة فان y لا يمكن ان تكون سالبة مقابل اعطاء قيم حقيقية لـ x وعليه تكون المنحني فوق المحور x.

- اذا كانت البؤرة تقع على الجزء السالب من المحور y ولتكن $(0,-c)$ ودليله $y=c$ ورأسه $(0,0)$ فان معادلة القطع تكون كالآتي:

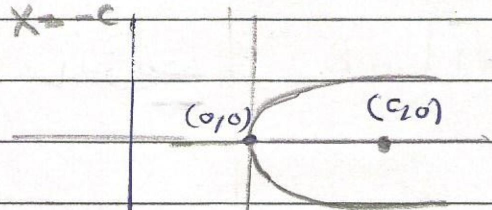


$$\boxed{x^2=-4cy} \quad \text{.......} \quad (2)$$

المعادلة (2) معادلة قطع مكافئ متناظر حول المحور y محور القطع

وتكون متجهة للأسفل.

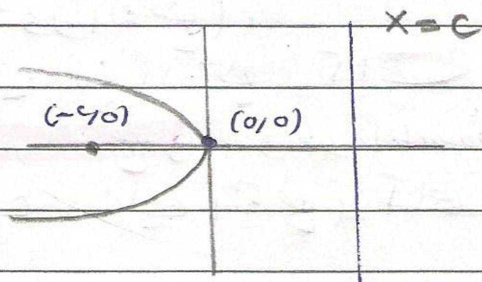
٣- اذا كانت البؤرة تقع على الجزء الموجب من المحور X ولتكن $(c,0)$ والدليل $x=-c$ فان معادلة القطع تكون بالشكل الآتي:-



$\boxed{y^2=4cX}$ ---- ③

المعادلة ③ معادلة قطع مكافئ متناظر حول المحور X $(y=0)$ وتكون متجهة الى اليمين.

٤- اذا كانت البؤرة تقع على الجزء السالب من المحور X ولتكن $(-c,0)$ ودليل القطع $x=c$ فان معادلة القطع ستكون بالشكل الآتي:-



$\boxed{y^2=-4cX}$ ---- ④

معادلة ④ معادلة قطع مكافئ متناظر حول المحور X ومتجهة لليسار.

مثال:- جد احداثيات البؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ
$x^2=12y$

الحل:- المعادلة $x^2=12y$ من النوع $x^2=4cy$

$$4c=12 \Rightarrow c=\frac{12}{4}=3$$

المعادلة تكون معادلة قطع مكافئ متناظر حول المحور y بؤرته $(0,3)$ والدليل هو $y=-3$ ورأس القطع هو $(0,0)$

مثال ٥ :- جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه عند النقطة $(0,0)$ متناظر حول المحور y ويمر بالنقطة $(-3,7)$

الحل :- بما أن القطع يمر بالنقطة $(-3,7)$ وهي نقطة تقع في الربع الثاني والقطع متناظر حول المحور y فإن المعادلة من النوع

$$x^2 = 4cy$$

ويكون فتحته للأعلى

ولأنه يمر بالنقطة $(-3,7)$ تقع على القطع فلذلك تحقق القطع

$$(-3)^2 = 4c(7) \Rightarrow c = \frac{9}{28}$$

فإن معادلة القطع هي

$$x^2 = 4\frac{9}{28}y \Rightarrow x^2 = \frac{9}{7}y$$

والدليل هو $y = -\frac{9}{28}$