Chapter Five الفصل الخامس

دوائر التيارات العابرة

Transient Current Circuits

Sequence:41

- المقدمة.
- دائرة مقاومة ومحاثة ومتسعة / الجزء الثاني.

المقدمة

- ***خطر الكهرباء على الإنسان :***
- يعتبر جسم الإنسان موصلاً للكهرباء ، وفي حالة مرور التيار الكهربائي خلال هذا الجسم فإن التأثيرات الناجمة تتفاوت من مجرد الشعور بالصدمة أو الألم إلى أن تصل تأثيراتها إلى حدوث الوفاة لا سامح الله . وتعتمد هذه التأثيرات على عدة عوامل من أهمها:
- ***1- شدة التيار الكهربائي:*** تتناسب التأثيرات الناجمة عن مرور التيار الكهربائي طردياً مع شدة التيار الكهربائي. فعند مرور تيار كهربائي شدته واحد ملي امبير فإن التأثير قد يكون مجرد الشعور به، وإذا مر تيار شدته 10 ميلي أمبير فإن الشخص لا يستطيع أن يفلت السلك الكهربائي من يده لأن التيار يجعل عضلات اليد تتقلص بشدة، أما إذا بلغت شدة التيار الكهربائي 100 ميلي أمبير فإنه يصبح قاتلاً.
- ***2- جسم الإنسان :*** تكمن الخطورة الكبرى عندما يصبح جسم الإنسان جزءاً من الدائرة الكهربائية، فيمر خلاله التيار الكهربائي، وتتأثر مقاومة الإنسان لمرور التيار الكهربائي بعدة عوامل منها :
- طبيعة جسم الإنسان، وعمره، وحالته، والظروف المحيطة به.
- ***3- مدة سريان التيار الكهربائي :*** كلما زاد وقت تعرض المصاب لسريان التيار الكهربائي زادت شدة الإصابة وخطورتها، خاصة عندما يستطيع المصاب التخلص من التيار الكهربائي.

دائرة مقاومة ومحاثة ومتسعة RLC – Circuit

- ***الحالة الثانية :*** في هذه الحالة تكون قيمة (β) خيالية وبهذا

$$\left(\frac{R^2}{4L^2}\right) < \left(\frac{1}{LC}\right) \Rightarrow R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

- يتكون قيمة (γ) في المعادلتين **(41)** و **(42)** عقدية
- ويمكن ان تكتب بالشكل التالي:

$$\gamma = \alpha \pm j\,\omega_o \qquad \text{...... (52)}$$

$$\beta = j\,\omega_o = j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \qquad \text{...... (53)}$$

- وتسمى (ω_o) بالتردد الطبيعي الزاوي للدائرة وتسمى
- (α) بثابت المضاءلة، وبهذا يكون حل المعادلة **(45)**
- مكافئاً الى حركة توافقية متضائلة وعلى الشكل التالي :

$$q = C\mathcal{E} + A_o\, e^{-\alpha t} \sin(\omega_o t + \theta) \qquad \text{...... (54)}$$

- اذ ان كلا من $(A_o\,, \theta)$ مقدارٌ ثابت تعتمد قيمتها على القيم البدائية لكل من الشحنة والتيار. وتكتب معادلة التيار بالصيغة التالية:

$$i = \frac{dq}{dt} = A_o\, e^{-\alpha t}\left[\omega_o \cos(\omega_o t + \theta) - \alpha \sin(\omega_o t + \theta)\right] \qquad \text{...... (55)}$$

- ولتوضيح كيفية تحويل المعادلة **(45)** عندما تكون بيتا خيالية الى المعادلة **(54)** نلاحظ ما يلي :

- عندما تكون بيتا خيالية وتساوي ($j\omega_o$) فأن المعادلة **(45)** تأخذ الشكل التالي :

$$q = C\mathcal{E} + e^{-\alpha t}\{A e^{j\omega_o t} + B e^{-j\omega_o t}\} \quad ...... (56)$$

$$q = C\mathcal{E} + e^{-\alpha t}\{(A + B)\cos\omega_o t + j(A - B)\sin\omega_o t\} \quad ...... (57)$$

- ويمكن كتابة المعادلة الاخيرة بالشكل التالي:

$$q = C\mathcal{E} + e^{-\alpha t}[A_o \sin(\omega_o t + \theta)] \quad ...... (58)$$

- وللحصول على العلاقة بين كل من (A_o, θ) من جهة و **(A, B)** من جهة اخرى نلجأ الى مساواة معاملات جيب الزاوية وجيب تمام الزاوية في كل من المعادلتين **(57)** و **(58)** لآنهما متكافئتان فنجد أن :

$$A_o \sin(\omega_o t + \theta) = A_o \sin\omega_o t\cos\theta + A_o \cos\omega_o t\sin\theta$$

- وبمساواة معامل جيب الزاوية في كل من المعادلتين نجد ان :

$$j(A - B) = A_o \cos\theta \quad ...... (59)$$

- وبمساواة معامل جيب تمام الزاوية نجد ان :

$$(A + B) = A_\circ \sin\theta \qquad \text{...... (60)}$$

- ومن حل المعادلتين (59) و (60) نحصل على :

$$\tan\theta = j\,\frac{A + B}{B - A} \qquad \text{...... (61)}$$

- ويمكن كتابة المعادلة الاخيرة بالشكل التالي:

$$A_\circ = 2\sqrt{A_1 A_2} \qquad \text{...... (62)}$$

- وبذلك يمكن تحويل الدالة الآسية (56) الى الدالة الجيبية (58) آخذين بنظر الاعتبار المعادلتين (61) و (62).
- ولحساب قيمة الثابتين (A_o , θ) نعوض قيمة كل من الشحنة والتيار في الزمن (t=0) في المعادلتين (54) و (55) على التوالي. حيث ان (q=i=0) في الزمن (t=0) وبذلك نحصل على:

$$\omega_\circ \cos\theta - \alpha \sin\theta = 0$$

$$A_\circ \sin\theta = -C\mathcal{E})$$

- ومن حل هاتين المعادلتين نحصل على :

$$A_\circ = -\frac{\sqrt{\omega_\circ^2 + \alpha}}{\omega_\circ}\,C\mathcal{E} \quad , \quad \tan\theta = \frac{\omega_\circ}{\alpha} \qquad \text{...... (63)}$$

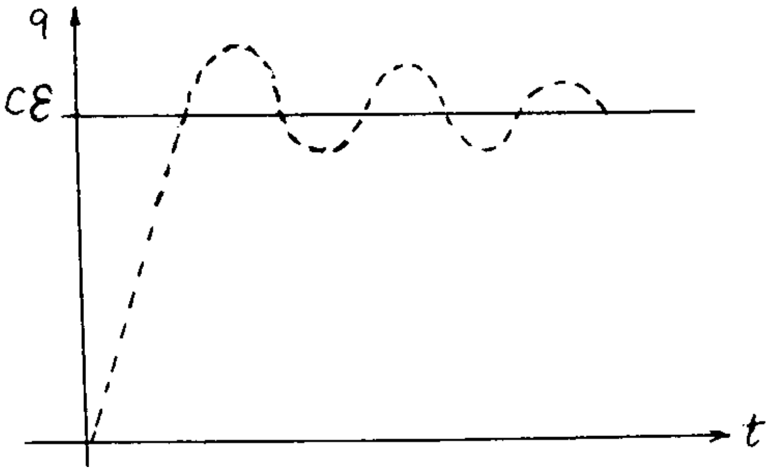
- وبهذا يمكننا ان نكتب المعادلتين (54) و (55) على الشكل التالي:

$$q = C\mathcal{E}\left\{ 1 - \frac{\sqrt{\omega_\circ^2 + \alpha^2}}{\omega_\circ} e^{-\alpha t} \sin(\omega_\circ t + \theta) \right\} \quad \ldots\ldots (64)$$

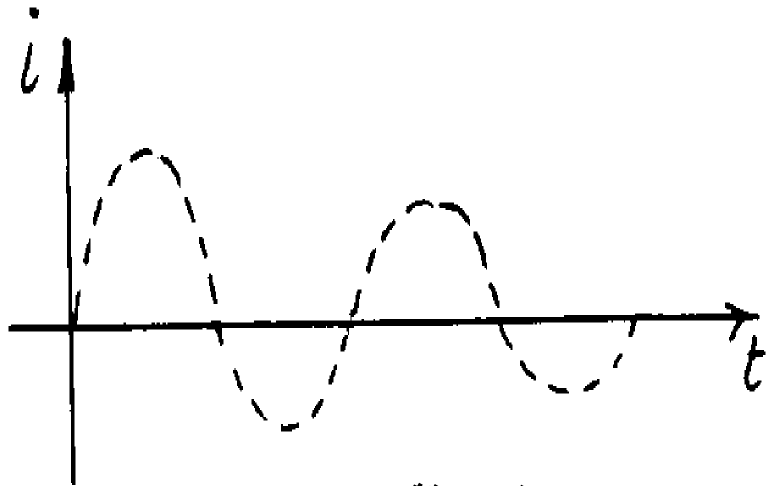
$$i = \frac{\omega_\circ^2 + \alpha^2}{\omega_\circ} C\mathcal{E} e^{-\alpha t} \sin \omega_\circ t \quad \ldots\ldots (65)$$

- والمعادلتان (64) و (65) تمثلان حركة توافقية متضائلة يمكن تمثيلها بيانياً كما في الشكلين (23) و (24) .

- ************



شكل (23): يمثل علاقة الشحنة مع الزمن.



شكل (24): يمثل علاقة التيار مع الزمن.

مثـــــــال : في دائرة RLC اذا كانت قيمة المقاومة (200) أوم وقيمة الحث الذاتي للملف (0.1) هنري.

ما مقدار سعة المتسعة التي يجب ان تربط مع هذه الدائرة على التوالي لكي تكون لدينا دائرة اضمحلال حرج.

- الحـــــل:

$$\left(\frac{R^2}{4L^2}\right) = \left(\frac{1}{LC}\right)$$

- حالة الدائرة هي الحالة الثالثة.
- وتكون فيها قيمة بيتا تساوي صفراً .

$$\therefore \quad C = \frac{4L}{R^2}$$

$$C = \frac{4 \times 0.1}{(200)^2}$$

$$C = 10 \times 10^{-6} F$$

$$C = 10 \mu F$$

Summary الخلاصة

- تضمنت المحاضرة النقاط المهمة التالية :
- - ايجاد قيمة بيتا للحالة الثانية والتي تكون فيها قيمة بيتا خيالية.
- تعريف التردد الطبيعي الزاوي للدائرة وثابت المضائلة ألفا.
- - ان حل معادلة الشحنة للحالة الثانية يكافىء حركة توافقية متضائلة.
- ايجاد التيار المار في دائرة RLC في حالة شحن المتسعة ولحالة بيتا خيالية وذلك من خلال اشتقاق معادلة الشحنة (45) مرة واحدة.
- - بينا ان الشحنة على المتسعة يمكن ان تكون اكبر من $\left(C\,\varepsilon\right)$ وهذا يعني ان فرق الجهد على صفيحتي المتسعة ممكن ان يزيد على القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المجهزة للدائرة وهذا يمكن ان يؤدي الى تلف المادة العازلة وكذلك المتسعة، لذلك يجب ان تكون قيمة المقاومة كبيرة.
- مثـــــال .
- أختبـــار.

Start Formative Assessment