Chapter Five الفصل الخامس

دوائر التيارات العابرة

Transient Current Circuits

Sequence:40

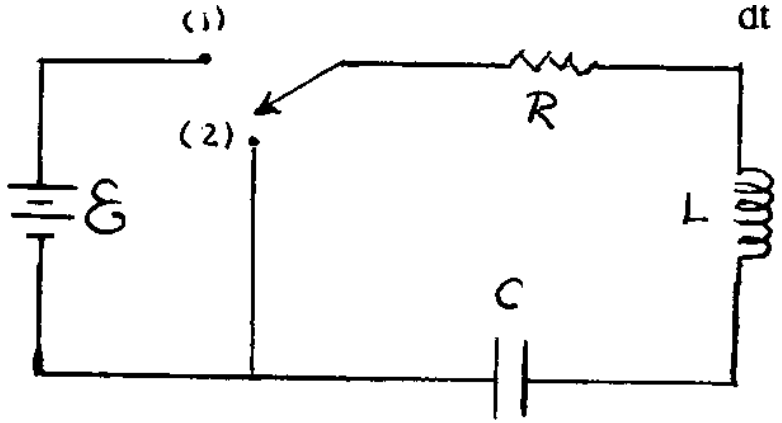
- المقدمة.
- دائرة مقاومة ومحاثة ومتسعة / الجزء الأول.

المقدمة

- ***كيف تصل الكهرباء إلى منازلنا ؟***
- **بعد أن تتولد الكهرباء من محطات توليد الطاقة الكهربائية يقوم محوّل ضخم برفع الجهد الناتج إلى فولتية عالية جداً حوالي (380000 فولت) (380 كيلو فولت). ومن ثم تنقل الكابلات المعلقة على الأبراج العالية التيار الكهربائي في خطوط النقل الكهربائي، وعلى عدة مراحل يتم خفض فرق الجهد إلى الحد المناسب عن طريق محولات لخفض فرق الجهد الكهربائي موجودة في المحطات الفرعية، ومن هذه المحطات يصل التيار الكهربائي إلى المنزل بفرق جهد مقداره 110 فولت أو 220 فولت. ويتم تمديد سلكين على الأقل لكل منزل يُعطيان فرق الجهد المطلوب. وتتحمل هذه الأسلاك السميكة تيارات شدتها 60 أمبير أو أكثر دون أن ترتفع درجة حرارتها، وللوقاية من التيارات الكهربائية يوصل مصهر(فيوز) تكون مهمته فصل السلك تلقائياً عن مصدر الجهد لو تم سحب تيار أكبر من الحد المسموح به من المصدر. وداخل المنزل يمتد هذان السلكان بحيث يكون أحدهما ذا جهد عالي، والآخر ذا جهد منخفض يتصل عادة بالأرض. وفي بعض المنازل يستخدم سلكان جهد. كل منهما 110 فولت وبذلك يعطيان فرق جهد مقداره 220 فولت دائماً.**

دائرة مقاومة ومحاثة ومتسعة RLC – Circuit

- أن الحالة العامة لدوائر التيارات العابرة هي أحتواء الدائرة على مقاومة ومحاثة ومتسعة مربوطة جميعها على التوالي مع مصدر ثابت للقوة الدافعة الكهربائية ويُعد هذا النوع من دوائر التيارات العابرة ذا أهمية كبيرة لما له من تطبيقات مهمة في الكهربائية والالكترونيات.



شكل (20): دائرة RLC

- ***(أ) شحـن المتسعـة***
- أذا اردنا ان نشحن المتسعة في الشكل (20) ندفع المفتاح
- الى الموضع (1) وباستعمال قانون كيرشهوف الثاني وبعد
- مرور زمن مقداره (t) فأن الشحنة المتجمعة على المتسعة
- تساوي (q) وان التيار العابر المار في الدائرة يساوي :
- (i=dq/dt) . وبتطبيق قاعدة التيارات المغلقة نحصل على العلاقة التالية:

$$L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{q}{C}=\mathcal{E} \quad \text{..... (34)}$$

- وبالتعويض عن $i=\frac{dq}{dt}$ و $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$ في
- المعادلة (34) نحصل على :

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=\mathcal{E} \quad \text{..... (35)}$$

- **المعادلة (35) تمثل معادلة الدائرة في هذه الحالة. وهذه المعادلة التفاضلية يمكن ان توضع بشكل مناسب اذا أجرينا بعض التعديل وذلك بأختيار متغير جديد هو (Q) اذ أن :**

$$Q = q - c\mathcal{E} \quad \text{..... (36)}$$

- **وبما ان المقدار $(c\varepsilon)$ هو مقدار ثابت لذلك نستنتج أن:**

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = \frac{d^2q}{dt^2} \text{ وان } \frac{dQ}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

- **وبتعويض هذه المقادير في المعادلة (35) فأن معادلة**
- **الدائرة تأخذ الشكل التالي:**

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \quad \text{..... (37)}$$

- **وهذه المعادلة هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية خطية ومتجانسة بالنسبة للمتغير (Q) . ولنحاول الآن فحص الحل التالي لحل هذه المعادلة التفاضلية:**

$$Q = A\, e^{\gamma t} \quad \text{..... (38)}$$

- **اذ ان كلا من A و γ مقدار ثابت تُحدد قيمتها من القيمة البدائية لكل من (Q , t) .وباستعمال هذا الحل في المعادلة التفاضلية (37) نحصل على :**

$$L\gamma^2 + R\gamma + \frac{1}{C} = 0 \quad \text{..... (39)}$$

- **وهذه هي معادلة من الدرجة الثانية للمجهول (γ) .**

- **ويمكن ايجاد قيمة (γ) بأستعمال طريقة الدستور حيث نجد أن :**

$$\gamma = \frac{-R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad \text{..... (40)}$$

- **وهذا يعني ان الثابت (γ) يأخذ القيمتين التاليتين:**

$$\gamma_1 = -\alpha + \beta = \frac{-R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad \text{..... (41)}$$

$$\gamma_2 = -\alpha - \beta = \frac{-R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad \text{..... (42)}$$

- **اذ أن :**

$$\alpha = \frac{R}{2L} \qquad \beta = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad \text{..... (43)}$$

- **وعندما نأخذ هذا بنظر الاعتبار فأن الحل الكامل للمعادلة التفاضلية (37) هو كالآتي:**

$$Q = e^{-\alpha t} \left(A e^{\beta t} + B e^{-\beta t} \right) \quad \text{..... (44)}$$

- **وبالتعويض عن قيمة (Q) بما يساويها من المعادلة (36) نحصل على الحل الخاص بالشحنة (q) وكما يلي :**

$$q = C\mathcal{E} + e^{-\alpha t} \left(A e^{\beta t} + B e^{-\beta t} \right) \quad \text{..... (45)}$$

- **اذ ان كلا من (A) و (B) مقدار ثابت يمكن تعيين قيمته بأستعمال القيم البدائية لكل من (q , i , t).**
- **ويمكن الحصول على العلاقة الخاصة بالتيار العابر في هذه الحالة وذلك بأشتقاق المعادلة (45) بالنسبة للزمن فنحصل على :**

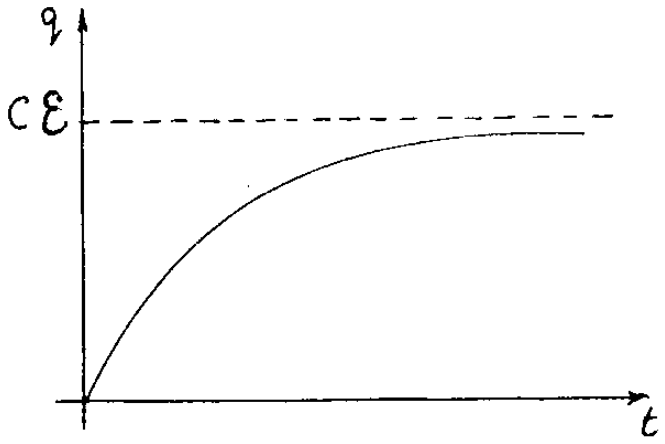
$$i = \frac{dq}{dt} = e^{-\alpha t} \left[(\beta - \alpha) A e^{\beta t} - (\beta + \alpha) B e^{-\beta t} \right] \quad \text{..... (46)}$$

- **********
- **ان قيمة الثابت بيتا تعطينا ثلاثة حالات للدائرة هي :**
- **اولاً :** $\left(\frac{R^2}{4L^2} \right) \rangle \left(\frac{1}{LC} \right)$
- ******
- **ثانياً :** $\left(\frac{R^2}{4L^2} \right) \langle \left(\frac{1}{LC} \right)$
- **ثالثاً :** $\left(\frac{R^2}{4L^2} \right) = \left(\frac{1}{LC} \right)$

- ***الحالة الاولى:***

$$\left(\frac{R^2}{4L^2}\right) \rangle \left(\frac{1}{LC}\right) \quad \Rightarrow \quad R \rangle 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

- **********



شكل (21): يمثل علاقة الشحنة مع الزمن.

$$A + B = -C\mathcal{E} \qquad \text{..... (47)}$$

$$(\beta - \alpha)\, A = (\beta + \alpha)\, B \qquad \text{..... (48)}$$

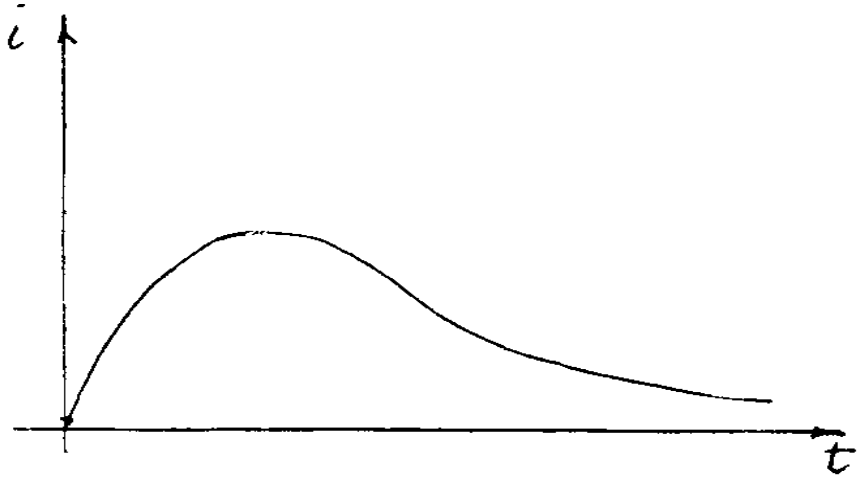
- **وعند حل هاتين المعادلتين نحصل على:**

$$A = -\frac{\alpha + \beta}{2\beta} C\mathcal{E} \quad , B = \frac{\alpha - \beta}{2\beta} C\mathcal{E} \qquad \text{..... (49)}$$

وبتعويض المعادلات (49) في معادلتي الشحنة (45) والتيار (46) نحصل على :

$$q = C\mathcal{E}\left\{1 - \frac{e^{-\alpha t}}{2\beta}\left[(\alpha+\beta)e^{\beta t} - (\alpha-\beta)e^{-\beta t}\right]\right\} \qquad \text{..... (50)}$$

$$i = \frac{C\mathcal{E}}{2\beta}(\alpha^2 - \beta^2)e^{-\alpha t}\left[e^{\beta t} - e^{-\beta t}\right] \qquad \text{..... (51)}$$



شكل (22): يمثل علاقة التيار في الدائرة مع الزمن في حالة شحن المتسعة.

****

مثـــــــال : في دائرة RLC اذا كانت سعة المتسعة (4.8) مايكروفاراد وقيمة المقاومة (3) أوم وقيمة الحث الذاتي للملف (40) ملي هنري. والمتسعة في حالة الشحن. جد قيمة الثابت بيتا وما هي حالة الدائرة؟

- **الحـــــل:**

$$\left(\frac{R^2}{4L^2}\right) = \frac{3^2}{4\times(40\times10^{-3})^2}$$

$$= 1406.25$$

$$\left(\frac{1}{LC}\right) = \frac{1}{40\times10^{-3}\times4.8\times10^{-6}}$$

$$= 5208333$$

$$\beta = j\ 2281.86$$

- **حالة الدائرة هي الحالة الثانية.**
- **وتكون فيها قيمة بيتا قيمة خيالية.**
- **وان كلا من الشحنة والتيار يمتلكان**
- **حلاً دورياً ويقال للدائرة انها متذبذبة**

الخلاصة Summary

- تضمنت المحاضرة النقاط المهمة التالية :
- - حساب الشحنة على المتسعة في دائرة RLC في حالة تشحن المتسعة.
- - ايجاد التيار المار في دائرة RLC في حالة شحن المتسعة، وذلك من خلال اشتقاق معادلة الشحنة مرة واحدة.
- - تعريف الثابتين بيتا والفا لدائرة RLC وان قيمتهما يحددان ثلاثة حالات للدائرة الكهربائية وهي :
- 1- تكون الدائرة غير متذبذبة (وان الحل لكل من الشحنة والتيار يكون حلاً لا دورياً).
- 2- تكون الدائرة متذبذبة (وان الحل لكل من الشحنة والتيار يكون حلاً دورياً).
- 3- تكون دائرة التضاؤل الحرج (وان الحل لكل من الشحنة والتيار يكون حلاً حرجاً).
- مثـــــال .
- أختبـــار.

Start Formative Assessment