ألفصل الأول
CHAPTER ONE

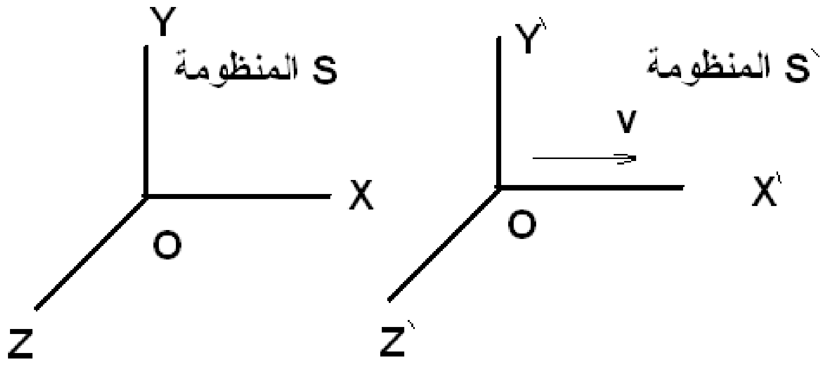
النظرية النسبية الخاصة

في عام 1905 وضع العالم الالماني انشتاين النظريه النسبيه الخاصه والتي تعتبر من الانجازات العلميه في الفيزياء بالقرن العشرين لان الميكانيك الكلاسيكي لن يستطيع تفسير حركة الجسيمات الذريه العالية السرع. وقد حلت هذه النظريه معظم التناقضات الفيزيائيه التي صادفها العلماء في ذلك الزمن وطور اينشتاين نظريته سنة 1915 ووضع النظريه النسبيه العامه

نسبية نيوتن

المحاور القصورية Inertial Systems

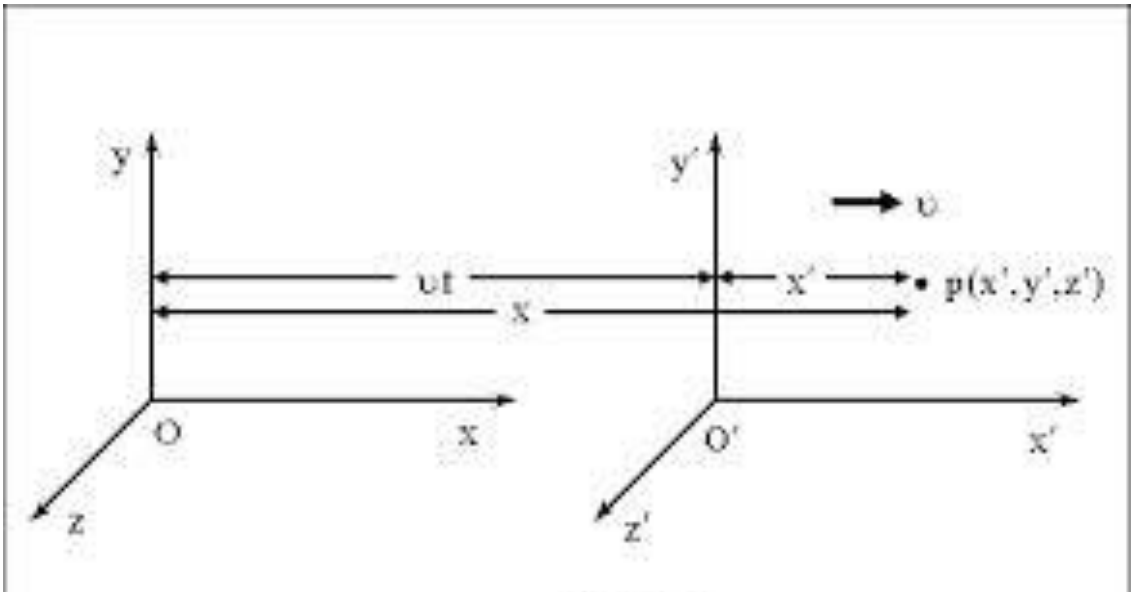
قوانين نيوتن:
1- القانون الأول: كل جسم ساكن يبقى الساكن والمتحرك في حركة بسرعة منتظمة وبخط مستقيم مالم تؤثرعليه قوة خارجية (ألاستمرارية) 2- محصلة القوى الخارجية على الجسم تساوي حاصل ضرب كتلة الجسم مع التعجيل الذي تحدثه تلك المحصلة 3- أما القانون الثالث: ينص : لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه
والمحاور المرجعية بالنسبة الى قوانين نيوتن تسمى بالمحاور القصورية والمراقب يسمى بالمراقب ألقصوري ومعظم المشاهدات في المختبر او على سطح الأرض هي محاور قصورية
وستكون القياسات بالنسبة الى منظومتين من المحاور المرجعية الساكنة OXYZ وسوف نسميها بالمنظومة S والاخرى تتحرك بسرعة V بالنسبة للمحاور الساكنة وهي O'X'Y'Z' وستسمى بالمنظومة S' (مثل القطار المتحرك)



ان المحاور المرجعية التي تصح فيها قوانين نيوتن في الحركة تسمى بالمحاور القصوريه ، والمراقب فيها يسمى بالمراقب القصوري وان القياسات التي تأخذ وان القياسات التي تؤخذ بالمختر ما هي الا مأخوذه بالنسبة الى المحاور القصوريه .

تحويلات غاليلو Galilean Transformation

لنفرض ان هناك مراقبان أولهما في المنظمة S (على الأرض) والثاني في المنظومة S' ويتحركان بحركة انتقالية منتظمة بالنسبة إلى بعضهما بسرعة منتظمة V ولنفرض ان المراقب في المنظومة S يلاحظ حادثة ما Event في الموقع المحدد في الشكل أدناه



شكل (1):

وبذلك فأن المنظومه 'S تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها v بالنسبه الى المنظومه الساكنه ولتسهيل الحل الرياضي نفترض ان المحورين X ، 'X يتجهان بأتجاه حركتها وان المحور Y ،'Y وكذلك Z ،'Z لنفرض ان هناك شخصان او مراقبان احدهما في المنظومه S والاخر في المنظومه 'S ويتحركان حركه انتقاليه منتظمه بسرعه v لبعضها البعض ولنفترض ان حادثة وقعت في الموقع P وان المراقب في المنظومه S يراقب هذا الحادث ويقيس احداثياتهما في الزمن t ولتكن (x,y,z) وان المراقب في المنظومه 'S يقيس نفس الحادثه ويجد احداثياتها في الزمن 't وهي (x',y',z') ونفترض ان في بداية الحادثه ان النقطه '0 منطبقة على النقطة 0 اي ان :

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \;;\quad t' = t \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

وتسمى المعادلات السابقة بتحويلات غاليلو على فرض ان الزمن كمية مطلقة Time is absolute

Notes:

1- في تحويلات غاليلو لهده العلاقه الزمن يكون كميه مطلقة لا تعتمد على حركة المراقب
2- في تحويلات غاليلو t=t' لان الحركه ممكن قياسها وملاحظتها نسبة الى سرعة الضوء .

* و للحصول على **تحويلات السرعة** لغاليلو(سرع غاليلو) نفاضل العلاقات (1) بالنسبة للزمن ثم نفاضل مرة اخرى للحصول على تحويلات التعجيل :

$$\dot{x}' = \dot{x} - v \quad ; \quad u'_x = u_x - v \tag{2}$$

$$\dot{y}' = \dot{y} \quad ; \quad u'_y = u_y \tag{3}$$

$$\dot{z}' = \dot{z} \quad ; \quad u'_z = u_z \tag{4}$$

Notes:
في نسبية نيوتن فأن قوانين الحركة لا تتغير في المحاور القصوريه والمتحركة بسرعه منتظمة لبعضها البعض . وبذلك فأن جميع قوانين الميكانيك الكلاسيكي لا تعتمد على نوع المنظومه سواء كانت ساكنه ام متحركة .

و **تحويلات التعجيل** هى

$$\ddot{x}' = \ddot{x} \quad ; \quad a'_x = a_x \tag{5}$$

$$\ddot{y}' = \ddot{y} \quad ; \quad a'_y = a_y \tag{6}$$

$$\ddot{z}' = \ddot{z} \quad ; \quad a'_z = a_z \tag{7}$$

ملاحظة: يبقى التعجيل ثابت في جميع محاور غاليلو وتكون السرعه قليله او تكون كميه ثابته

<u>تحويلات غاليلو وقوانين نيوتن في الحركة</u>

1- القانون الأول: لنفرض ان جسما يتحرك بسرعة منتظمة U_x بالنسبة لمراقب في المنظمة S وان حركة الجسم تخضع لقانون نيوتن الأول أي قانون القصور الذاتي أي ان المحاور XYZ هي محاور قصورية وسرعة الجسم بالنسبة لمراقب في المنظومة S' هي:

$$U'_{x'} = U_x - v$$

وتكون السرعة منتظمة لأن U_x and v هي سرعة منتظمة وهذا يعني ان الجسم سوف يخضع لقانون القصور الذاتي في المحاور X'Y'Z' وعليه تكون المحاور قصورية.

2- القانون الثاني: تعتبر الكتلة – حسب قانون نيوتن كمية مطلقة لا تعتمد على حركة المراقب أي ان m=m' ووفق تحويل التعجيل لغليلو وجدنا ان a=a' وبذلك تكون ma'=ma أي ان F=F' وهذا يعني ان قانون نيوتن الثاني لا يتغير بالنسبة للمراقبين S و S' .

3- قانون نيوتن الثالث: لنفرض ان هناك تأثيرا متادلا بين جسمين مثل A و B في المنظومة S وبذلك يأخذ قانون نيوتن الثالث الشكل:

$$F_{AB}=-F_{AB}$$

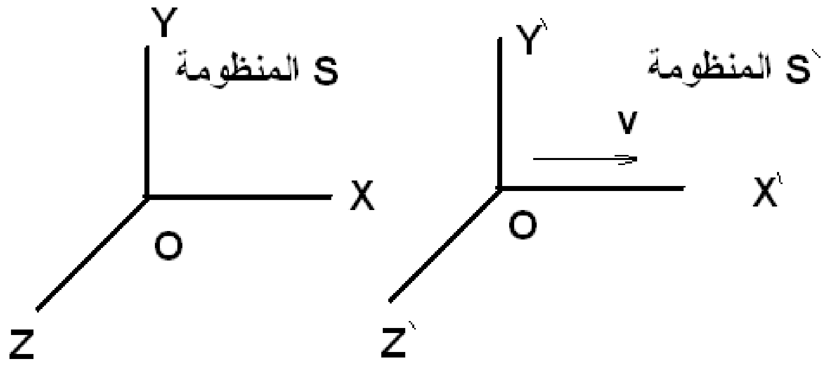
ولكن سبق ان برهنا بأن القوة مطلقة لا تعتمد على حركة المراقب أي ان $F=F'$ أي ان $F'_{AB}=-F_{AB}$ أي ان قانون نيوتن الثالث لا يتأثر أيضا

مبدأ نسبية نيوتن

نص هذا المبدأ : ان قوانين نيوتن في الحركة لا تتغير في المحاور القصورية المتحركة بسرعة منتظمة بالنسبة الى بعضها البعض. وفي فان جميع قوانين الميكانيك الكلاسيكي لا تتغير بأستخدام تحويلات غاليلو.

مثال: (**قانون حفظ الزخم الخطي والطاقه الحركيه**)

افرض ان كتلتين m_1 و m_2 كانتا تسيران بسرعه مقدارها u_1 و u_2 على التوالي وباتجاه المحور x على المحاور القصوريه كما في الشكل ادناه , حدث تصادم بين هاتين الكتلتين واصبحت سرعتهما بعد التصادم U_1 و U_2 وبنفس اتجاه المحور x . اثبت بأن قانونا الزخم الخطي والطاقة الحركية لا يعتمدان على نوع المنظومه سواء كانت ثابته ام متحركه بسرعه منتظمه مقدارها v ؟



$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1U_1 + m_2U_2$$
$$1/2m_1u^2{}_1 + 1/2m_2u^2{}_2 = 1/2m_1U^2{}_1 + 1/2m_2U^2{}_2 \qquad (8)$$

لندرس هذا التصادم في المنظومة 'S المتحركة بالسرعة v بالنسبة الى S باتجاه X وللحصول على كل من قانون حفظ الزخم والطاقة في المنظومة 'S نستخدم تحويلات غاليلو للسرعة:

$$u_1=u'_1+v$$
$$u_2=u'_2+v$$
$$U_1=U'_1+v$$
$$U_2=U'_2+v$$

وبالتعويض في المعالات السابقة في معادله (8) نحصل على:

$$m_1(u'_1+v)+m_2(u'_2+v)= m_1(U'_1+v)+m_2(U'_2+v)$$

وبعد التبسيط نحصل على :

$$\boxed{m_1 u'_1+m_2 u'_2=m_1U'_1+m_2U'_2} \qquad (10)$$

ولغرض اثبات ذلك على قانون حفظ الطاقه الحركيه , لدينا :

$$1/2m_1u^2{}_1+1/2m_2u^2{}_2=1/2m_1U^2{}_1+1/2m_2U^2{}_2$$

وبتعوض معادلات تحويلات لورنتز في المعادله اعلاه نحصل على التالي :

$$(1/2)m_1(u_1'+v)^2+(1/2)m_2(u_2'+v)^2=(1/2)m_1(U_1'+v)^2+(1/2)m_2(U_2'+v)^2$$

وبأستخدام معادله حفظ الزخم نحصل على

$$\boxed{(1/2)m_1u'_1{}^2+(1/2)m^2u'_2{}^2= (1/2)m_1U'_1{}^2+(1/2)m_2U'_2{}^2} \qquad (11)$$

وبذلك نلاحظ ان المعادلتين (10) و (11) مشابه للمعادلات السابقة وهذا يعني ان قانوني حفظ الزخم الخطي وقانون الطاقة الحركية لا يتغيران باستخدام تحويلات غاليلو.

ملاحظه :

- تحويلات غاليلو تفشل في السرع العاليه.
- سرع غاليلو واطئه مقارنة مع سرعة الضوء.

المحاور المرجعية المطلقة: Absolute Frame of Reference

وضع ماكسويل 1860اربع معادلات تفاضلية لخصت قوانين الكهربائية والمغناطيسية عرفت باسم معادلات ماكسويل. وتنبأت هذه النظرية بوجود موجات كهرومغناطيسية تنتشر خلال الفضاء بسرعة $3x10^8m/s$ وبما ان هذه السرعة هي سرعة الضوء لذا اعتقد بأن الضوء هو موجات كهرومغناطيسية وقد ولدت عمليا فيما بعد وأيضا اثبت ان الضوء هو موجات مستعرضة لا تتطلب وسط مادي لانتشارها بعد ان كان العلماء يعتقدون بوجود هذا الوسط الذي سمي بالأثير وافترض ان الأثير يملأ الكون وهو شفاف وعديم الكتلة وهذه الفرضية تقودنا الى:

1- فرضية الأثير الساكن The Stationary- Ether Hypothesis: يعتبر الأثير ساكن بالنسبة الى الأجسام المتحركة من خلاله ويطلق علة المحاور بالمحاور الساكنة او المحاور المطلقة وتكون سرعة الضوء في هذه المحاور مساوية الى سرعته في الفراغ.
2- فرضية انجراف الأثير The- Ether Drag Hypotheses : تنص هذه الفرضية على ان الأثير ينجرف موازيا الى حركة المتحركة خلاله وعلى هذا سوف لا تكون هناك حركة نسبية بينه والجسام المتحركة خلاله.

فرضيات النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين

تقتصر هذه النظرية على ان المحاور المرجعية القصورية تتحرك بسرعة منتظمة بالنسبة الى بعضها وهناك فرضتين:

اولا: مبدا التكافؤ (او مبدا النسبية) Principle of Relativity

جيمع قوانين الفيزياء تبقى ثابتة لا تتغير بالنسبة الى جميع المحاور المرجعية التي تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة الى بعضها

ثانيا: مبدا ثبوت سرعة الضوء: سرعة الضوء تبقى ثابتة في الفراغ ولا تعتمد على حركة مصدر الضوء او المراقب او كليهما معا ولا يمكن لأي جسم ان ينتقل بسرعة مساوية او اكبر من سرعة الضوء

تحويلات اينشتاين – لورنتز Einstein – Lorentz Tranformation

لندرس الآن القوانين الكهرومغناطيسية عند إخضاعها لتحويلات غاليلو. فمثلا يمكن تمثيل موجة كهرو مغناطيسية كروية الشكل، تبدأ من مركز المنظومة S عند الزمن t=0 وتنتشر بسرعة منتظمة c وتصل الى نقطة مثل P بعدها عن المركز r=ct بالعلاقة التالية:

$$x^2+y^2+z^2-ct=0 \qquad (12)$$

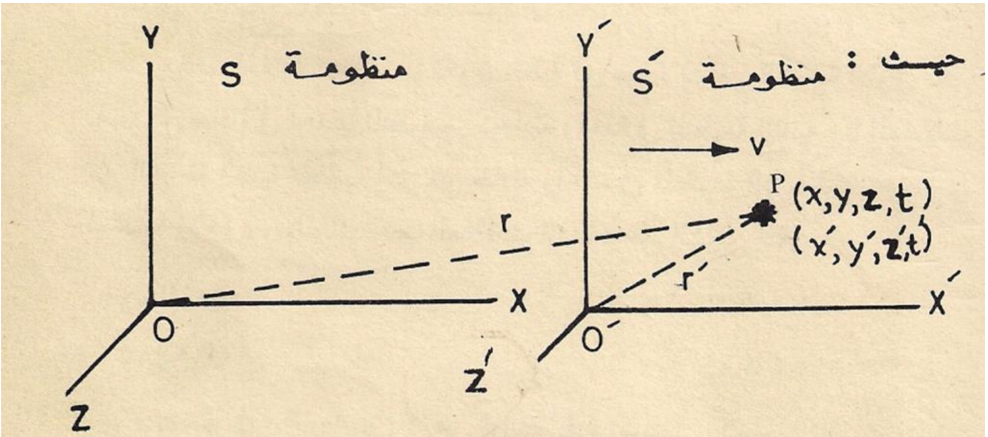
اما المراقب في المنظومة 'S فيلاحظ ان الموجة قد وصلت الى نفس النقطة في الزمن 't وبنفس السرعة c أي ان بعد P عن المركز 'o هو r'=ct' وبذلك نحصل على:

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0 \qquad (13)$$

وعند تطبيق تحويلات غاليلو على المعادلة اعلاه نحصل على:

$$(x'+vt')^2+y'^2+z'^2-ct'^2 \qquad (14)$$

ومن الواضح ان المعادلة تختلف أي ان قوانين الكهرومغناطيسية تتغير عند استخدام تحويل غاليلو.



لنفرض ان ومضه ضوئيه انبعثت من مصدر ضوئي في النقطه (0') عندما كانت منطبقه على (0) ، اي ان (t=t'=0) وبعد زمن t تصل هذه الومضه الى النقطه p في المنظومه 'S ، وحسب مبدا ثبوت السرعه فأن سرعة الضوء كميه ثابته وتساوي c ومن الشكل اعلاه نحصل على :

ملاحظه : تحويل لورنتز: وهو عبارة عن علاقات ومعادلات رياضية تعمل على ربط قياسات ملاحظ بقياسات ملاحظ اخر فيما بينهما حركة نسبية, اي لو كان هناك ملاحظان احدهما ساكن والاخر متحرك نسبة للاول (وكان هناك قياسات مكانية وزمانية خاصة يسجلها الملاحظ الساكن, وان هناك قياسات اخرى مكانية وزمانية سيسجلها الملاحظ المتحرك) لذا فالمتكفل الوحيد الذي سوف يستنبط علاقة او صيغة رياضية تربط بين قياسات الملاحظ الساكن والملاحظ المتحرك هو المسمى تحويل لورنتز.

بعد النقطة P عن الملاحظ الساكن $\Longrightarrow$ $r = c.t$

بعد النقطة P عن الملاحظ المتحرك $\Longrightarrow$ $r' = c.t$

وبصورة عامة, وكما يقول لنا التمثيل الديكارتي الاحداثي لبعد اي نقطة عن نقطة الاصل, فأننا نستطيع وبكل سهولة ان نعرف بعد النقطة P عن الملاحظ الساكن والمتحرك بطريقة التمثيل الديكارتي وهي:
لما كان r هو بعد النقطة عن الملاحظ الساكن عند S

وان r' هو بعد النقطة عن الملاحظ المتحرك عند S'

وعليه نستطيع كتابة المعادلتين التاليتين:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

فالمعادلتين اعلاه هي التمثيل الديكارتي لبعد النقطة P عن الملاحظ الساكن والمتحرك على الترتيب.
والان لنعوض في المعادلتين اعلاه مايساوي قيمة كل من r و r' المستخرجتين سابقا لنحصل على المعادلتين التاليتين:

$$c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2 \qquad (16)$$

$$c^2t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 \qquad (17)$$

بما ان حركة الملاحظ المتحرك S' هي بأتجاه موازي للمحور x اي ان الملاحظ المتحرك ينزلق مبتعدا بسرعة ثابتة مقدارها v على المحور x فأن الاحداثيات المكانية y و z التابعة للملاحظ الساكن لها نفس القياس للاحداثيات المكانية y' و z' التابعة للملاحظ المتحرك, اي ان الاحداثيات متساوية فنستطيع ان نكتب $y = y'$ وكذلك $z = z'$.

اذن بعد ان تساوى الاحداثي y و z مع y' و z', بقي فقط لدينا الاحداثي المكاني x والزماني t التابعة للملاحظ الساكن, في حين بقي لدى الملاحظ المتحرك الاحداثي المكاني x' والزماني t' .
وللربط بين المعادلتين (16) و(17) يجب ان نعين t' و x' بدلالة x إذن:

$$x'=x'(x,t) \qquad (18)$$

$$t'=t'(t,x) \qquad (19)$$

المطلوب هنا ايجاد علاقة تربط بين قياسات المراقب الساكن x و t وبين قياسات المراقب المتحرك x' و t' .

تخبرنا الرياضيات اننا لكي نجد تلك العلاقة او ما تسمى بالتحويل, فأننا نفترض اولا ان العلاقة بين قياسات الساكن والمتحرك هي علاقة خطية, اي ان الزمان والمكان سيصبحان متجانسان, اما لماذا نعتبر ان علاقة التحويل التي تربط بين القياسين هي علاقة خطية؟ فهذا (وهذه العلاقات يجب ان تكون خطية من الدرجة الأولى لكي تفسر كل حادثة في إحدى المنظومتين كحادثة واحدة في المنظومة الثانية بينما معادلات الدرجة الثانية تتطلب اكثر من حادثة في المنظومة الثانية لكل حادثة في المنظومة الاولى) .

المهم, نفترض ان العلاقة التحويلية العامة المراد استخراجها هي علاقة خطية لذا نستطيع تمثيلها رياضيا بالطريقة التالية

$$x'=A_1x+B_1t \qquad (20)$$

$$t'=A_2+B_2x \qquad (21)$$

حيث B_2,A_2,B_1,A_1 هي ثوابت يلزم تعينها .

والان لربما لاحظتم ان المعادلتين على الرغم من اعتبارهما معادلتي تحويل لورنتز ذات الشكل العام الا انها وبسبب وجود المجاهيل الثوابت A_1 , B_1 , A_2 , B_2 فأننا لانستطيع الاستفادة منها... ولكي نستطيع ان نظهر الاستفادة الحقيقية لتحويل لورنتز ما علينا سوى ان نستخرج قيم المجاهيل الثوابت , A_1 , B_1 , A_2 , B_2 وهذا ماستقوم به الخطوات ادناه.

لنفرض الآن ان نقطة أصل المنظومة S' تتحرك بسرعة v بالنسبة للمنظومة S وان $x'=0$ عندما $t'=0$ فبعد مرور زمن مقداره t نجد ان $x=vt$ وبذلك من المعادله (20) تكون $B_1=-vA_1$ وبالتعويض في نفس المعادله نحصل على

$$x'=A_1(x-vt)$$

وبالتعويض عن قيم z',y',x',t' في المعادله (17) مع الاخذ بنظر الاعتبار تساوى الاحداثي y و z مع y' و z' ,وبترتيب الحدود نحصل على:

$$(A_1^2-c^2B_2^2)\, x^2+y^2+z^2-2(A_1^2v+c^2A_2B_2)\, xt+(A_1^2v^2-c^2A_2)\, t^2=0 \qquad (22)$$

وبمساواة معاملات الحدود المشابهة في 16 و 22 نحصل على :

$$A_1^2-c^2B_2^2=1 \qquad (23)$$

$$A_1^2v+c^2A_2B_2=0 \qquad (24)$$

$$c^2 A_2^2 -A_1^2v^2=c^2 \qquad (25)$$

وبحل المعادلات اعلاه يمكن استخراج قيم الثوابت .A_1 , A_2 , B_2

نرتب المعادله (24) بالشكل التالي :

$$A_2 = -vA_1^2 / c^2B_2 \qquad (26)$$

بتعويض المعادله (26) في المعادله (25) نحصل على :

$$v^2 A_1^4 / c^2 B_2^2 - v^2 A_1^2 = c^2 \qquad (27)$$

والان بألامكان ترتيب المعادله (23) بالشكل التالي:

$$B_2^2 = (A_1^2 - 1) / c^2 \qquad (28)$$

بتعويض معادلة رقم(28) في المعادلة رقم (27) فنحصل على:

$$v^2A_1^4 /(A_1^2 - 1) - v^2 A_1^2 = c^2 \qquad (29)$$

بحل المعادلة اعلاه فأننا نحصل على قيمة الثوابت A_1 , A_2 , B_2 وهي:

$$A_1 = A_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = K$$

$$B_2 = \frac{-v}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{v}{c^2}K$$

بتعويض قيم الثوابت المستخرجة في المعادلتين رقم (20) و(21) وبشيء من الترتيب البسيط فنحصل على معادلات التالية:

$$x'=K(x-vt), \qquad (30)$$

$$t' = K\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \qquad (31)$$

تمثل المعادلات السابقة تحويلات اينشتاين – لورنتز من المنظومة S الى المنظومة 'S.

ويمكن الحصول التحول من 'S الى S بتبادل الإحداثيات وتبديل اشارة السرعة v (أي ان المنظومة S هي التي تتحرك بسرعة v– فتصبح المعادلات:

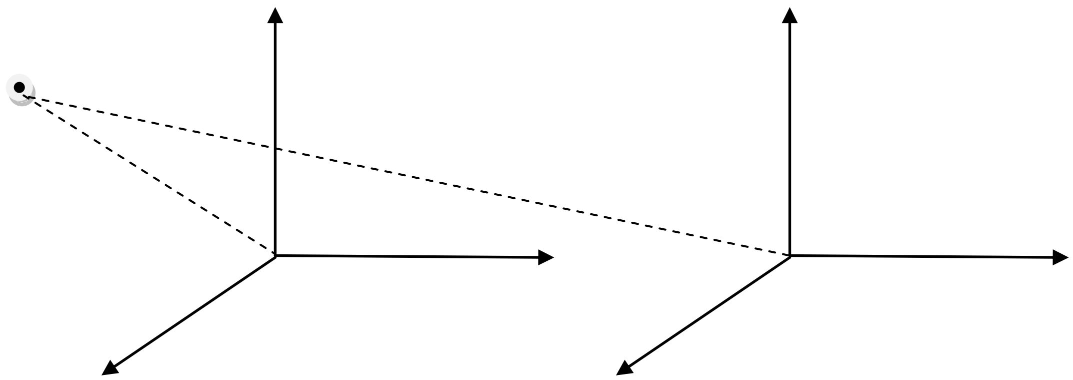
$$x=K(x'+vt') \quad , \quad y=y' \quad , \quad z=z', \quad t = K\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \qquad (32)$$

حيث ان $K=\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ لا تتغير قيمتها (هذه تسمى بتحويلات لورنتز العكسية)

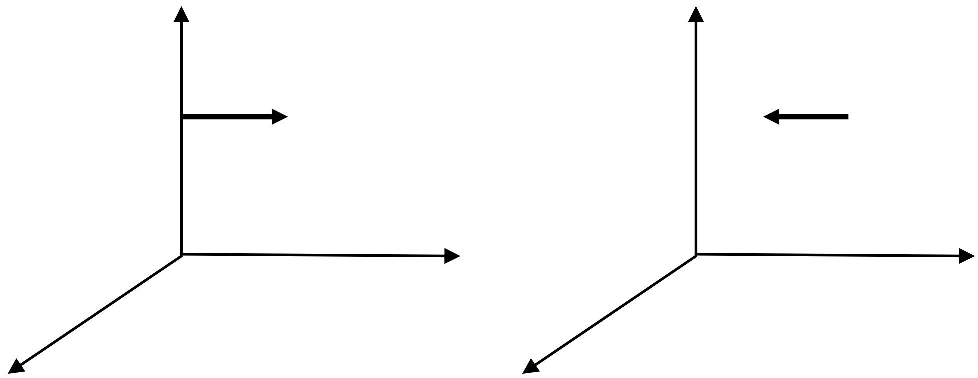
وعندما تكون السرعة صغيرة جدا نحصل على تحويلات غاليلو وعليه يمكن استخدام تحويلات لورنتز عندما تكون السرعة تحقق العلاقة $0.01c < v < c$ الجسيم المتحرك هو جسيم نسبوي)

ملاحظه : Aهو الثابت كما مستخرج سابقا. ويسمى الثابت A الذي يظهر في تحويل لورنتز بعامل النسبية او جذر النسبية المعروف, وبالحقيقة هذا العامل او الثابت هو المسؤول عن النتائج التي تؤدي الى نسبية الزمان والمكان في النسبية الخاصة.

Q: اشتق معادلات اينشتاين – لورنتز العكسيه ؟ (H.W.)



مثال : الكترون يتحرك بسرعه مقدارها $0.85\ c$ بأتجاه معاكس لفوتون متحرك . احسب السرعه النسبيه للاكترون بالنسبه الى الفوتون ؟

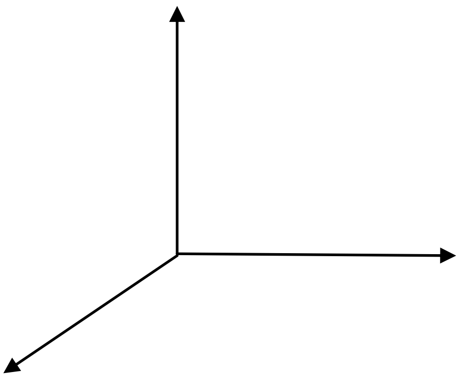


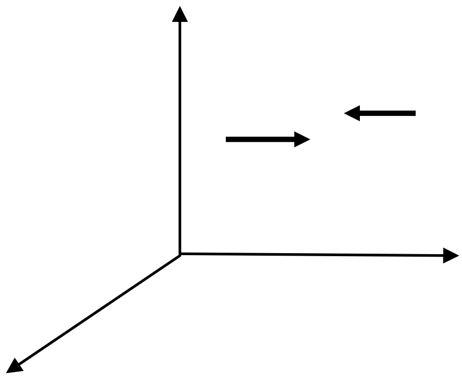
$$U'_x=\frac{U_x-v}{1-\frac{v}{c^2}U_x} \qquad =\frac{0.85c+c}{1+\frac{0.85c^2}{c^2}}=\frac{(0.85+1)c}{(1+0.85)}=c$$

ملاحظات :

1. اذا اعطي في السؤال جسمين متحركين والمطلوب ايجاد السرعه لاحدهما بالنسبه الى الاخر نستخرج U'_x مع الانتباه للاشارة .
2. اذا اعطي في السؤال جسمين متحركين مع ثابت والمطلوب ايجاد السرعه بالنسبه الى الثابت نستخرج U_x
3. اذا اعطي في السؤال جسمين متحركين احدهما متحرك والاخر ثابت والمطلوب ايجاد السرعه نستخرج U_x

مثال : صاروخين A و B يتحركان بسرعه 0.9 من سرعة الضوء (0.9c) نسبة الى الارض ويقتربان من بعضهما البعض ، احسب نسبة A الى B ؟

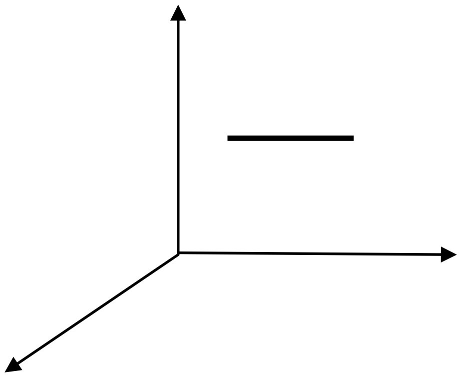


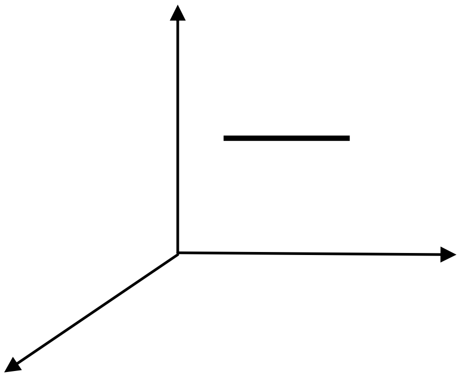


$$U'_x = \frac{U_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} U_x} \qquad = \frac{0.9c + 0.9c}{1 + \frac{0.9c \times 0.9c}{c^2}} = c$$

نتائج تحويلات لورنتز

-1 **نسبية الطول**: لنفرض ان المراقبين A و 'A ساكنان في المنظومة S و 'S وان هناك قضيبا طوله L_o مثبتا في المنظومة 'S وعلى طول المحور 'X فأن إحداثيات نهايتي القضيب هما x'_1 و x'_2 فيصبح طول القضيب $L_o = x'_2 - x'_1$ بالنسبة للمراقب 'A وهو نفس الطول الذي يلاحظه A عندما تكون المنظومة 'S ساكنة بالنسبة للمنظومة S.





ولكن عندما تتحرك المنظومة 'S باتجاه المحور 'XX بسرعة منتظمة مقدارها v بالنسبة للمنظومة S فأن المراقب A يرى القضيب بطول L حيث $L=x_2-x_1$ وباستخدام تحويلات لورنتز يمكن إيجاد العلاقة بين L_o و L :

$$x'_1=K(x_1-vt_1) \qquad (32)$$

$$x'_2=K(x_2-vt_2) \qquad (33)$$

بطرح المعادله 33 من 32 نحصل على

$$x'_2-x'_1=K(x_2-vt_2)-K(x_1-vt_1)$$

$$=K(x_2-x_1)-vK(t_2-t_1) \qquad (34)$$

وعندما يقيس المراقب A نهايتي القضيب x_1 و x_2 في وقت واحد فأن $t_1=t_2$ وتصبح المعادلة:

$$L_o=LK=\frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (35)$$

$$L=L_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

نلاحظ ان $L=L_o$ عندما $0\le v\le 0.01c$

$L=0$ عندما $v=c$

$L<L_o$ عندما $0.01c<v<c$

وهذا يعني ان طول القضيب المتحرك بسرعة منتظمة v بالنسبة الى مراقب يظهر اقصر مما هو عليه من طوله وهو ساكن بالنسبة للمراقب. ولا يوجد أي تغير في الطول بالنسبة للقضيب المتحرك عموديا.

والآن لو فرضنا ان القضيب مثبت في المنظومة S وعلى طول المحور X فأن طوله بالنسبة الى المراقب في A هو $L_o=x_2-x_1$ وبالنسبة الى المراقب في 'A يكون طوله $L'=x'_2-x'_1$ وباستخدام تحويلات لورنتز العكسية يمكن ان نبرهن ان:

$$L'=L_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

ويعني هذا ان الطول 'L الذي يقيسه المراقب المتحرك بسرعة منتظمة v يظهر اقصر من الطول L_o الذي يقسه المراقب الساكن بالنسبة للقضيب ولجميع قيم v المناسبة (تدعى هذه الظاهرة بتقلص الطول)

مثال:

صاروخ طوله على الأرض 20m وإثناء الطيران ينقص طوله 0.4m بالنسبة الى مراقب على الأرض. جد سرعة الصاروخ.

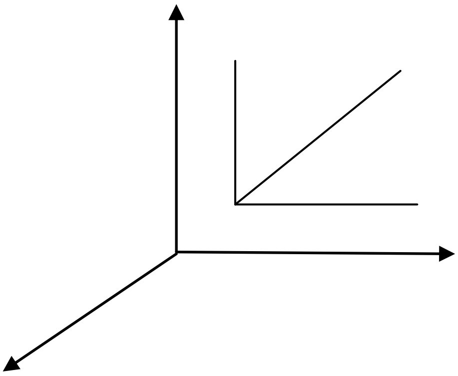
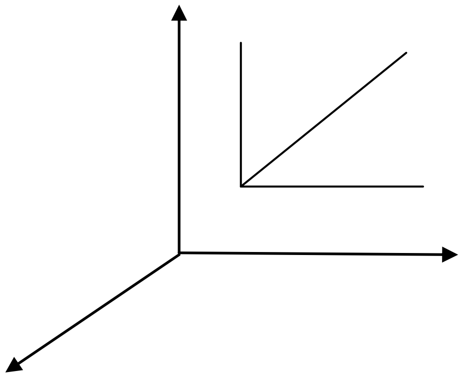
$L_o=20m$ طول الصاروخ على الأرض بالنسبة للمراقب

وطول الصاروخ اثناء الطيران بالنسبة للمراقب على الأرض هو $L=20-0.4=19.6m$ ومن تحويلات لورنتز :

$$L'=L_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

نحصل على $v=0.2c$

مثال : عصا طولها 1m وفي حالة سكون مقاسه من قبل شخص جالس في المحور المتحرك ، تصنع زاويه مقدارها 45^o مع الاحداثي السيني ، فأذا تحرك المحور المتحرك 'x بسرعه $v=\sqrt{\frac{3}{2}}c$ نسبة الى المحور الثابت ، اوجد طول العصا نسبة الى المحور الثابت او بالعكس ؟

$L_{ox}=L_o \cos 45=1\times \cos 45$

$L_{oy}=L_o \sin 45 =1\times \sin 45$

$L_x= L_{ox}/K$; $L_y= L_{oy}/K$;

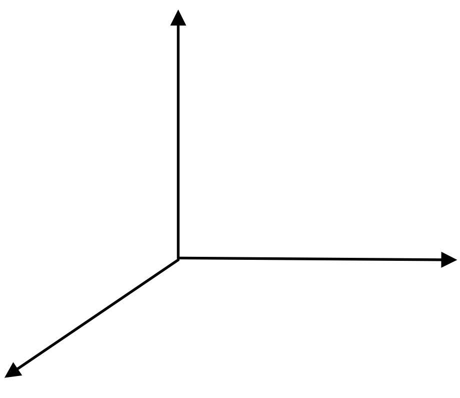
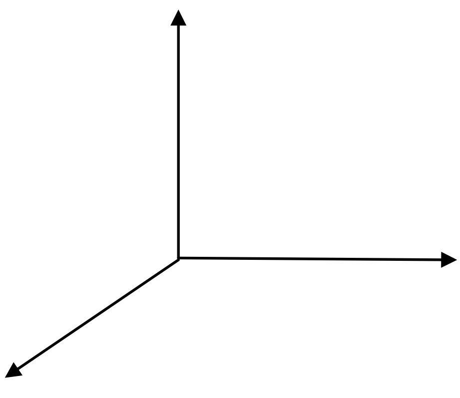
$L= L_x+ L_y$;

2- <u>نسبية الزمن:</u>

لنفرض ان حادثه وقعت في الموضع x_o ضمن المنظومه S , او ان حدثين وقعا في نفس الموضع x_o في المنظومة S الأول في الزمن t_1 والثاني في الزمن t_2 الفترة الزمنية بين الحدثين هي $T_0=t_2-t_1$ والفترة الزمنية بالنسبة للمراقب الساكن في المنظومة 'S التي تتحرك بسرعة v بالنسبة للمنظومة S باتجاه المحور 'XX هي $T=t'_2-t'_1$ وباستخدام تحويلات لورنتز احصل على :

$$t_1'=K(t_1-\frac{v}{c^2}x_1)$$
$$t_2'=K(t_2-\frac{v}{c^2}x_2) \qquad (36)$$

بطرح المعادله 1 من 2 نحصل على:

$$t'_2 - t'_1 = K(t_2 - t_1) - \frac{v}{c_2} K(x_2 - x_1)$$

وعندما يقيس المراقب الساكن في المنظومة 'S الفترة الزمنية في نفس الموضع فأن $x_1=x_2$ تصبح:

$$T' = KT_o = \frac{T_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (37)$$

ومن هذه المعادلة نجد:

-1 $T=T_o$ عندما $0 \le v \le 0.01c$

-2 $T=\infty$ عندما $v=c$

-3 $T'>T_o$ عندما $0.01c<v<c$

وهذا يعني ان الفترة الزمنية لحادثة في المنظومة S والتي يقيسها مراقب متحرك بسرعة منتظمة v بالنسبة لها تظهر أطول من الفترة الزمنية التي يقيسها مراقب ساكن بالنسبة لنفس الحادثة

نستنتج: ان الفترة الزمنية لحادثة في المنظومة S (او 'S المتحركة بسرعة ثابتة بالنسبة الى S) والتي يقيسها مراقب في المنظومة 'S (او في S) تظهر أطول من الفترة الزمنية التي التي يقسها مراقب ساكن بالنسبة الى نفس الحادثة أي عندما يكون المراقب والحادثة معا في المنظومة S او في 'S . ويعرف ذلك بتباطؤ الزمن

مثال:

وقعت حادثة على الأرض واستمرت 40s بالنسبة لمراقب على الأرض ما هي الفترة الزمنية التي يسجلها لنفس الحادثة مراقب متحرك بسرعة منتظمة مقدارها $v=0.60c$ بالنسبة للأرض؟

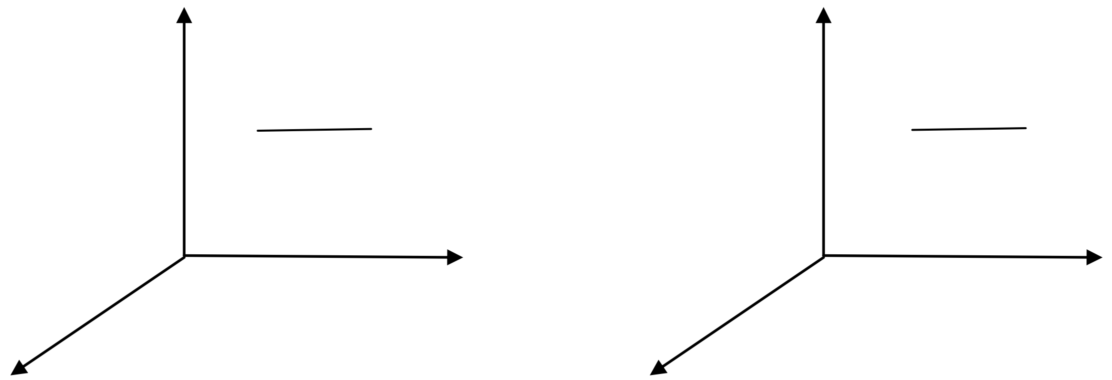
$$t_o=40s$$

$$T' = \frac{T_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$T'=50\ s$$

نسبوية التزامن (التواقت)

لنفرض ان حادثتين وقعتا في موضوعين مختلفين x_1 و x_2 في المنظومة S وان مراقبا ساكنا في هذه المنظومة يشاهد الحادثتين في وقت واحد (آنيا) أي ان $t_1=t_2$. كيف ستظهر هاتان الحادثتان بالنسبة الى مراقب ساكن في المنظومة 'S المتحركة بسرعة منتظمة v بالنسبة الى S ؟ أي ان هل $t'_1=t'_2$ ؟ لاثبات ان $t'_1 \neq t'_2$ نستخدم تحويلات لورنتز



$$t'_1 = K(t_1 - \frac{v}{c^2}x_1)$$
$$t'_2 = K(t_2 - \frac{v}{c^2}x_2) \qquad (38)$$

ومن المعادلتين نحصل على:

$$t'_2 - t'_1 = K(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}K(x_2 - x_1)$$
Since $t_1 = t_2$ then
$$t'_2 - t'_1 = -\frac{v}{c^2}K(x_2 - x_1)$$

ولما كان المقدار $-\frac{v}{c^2}K(x_2 - x_1)$ لا يساوي صفر فأن $t'_1 \neq t'_2$ وهذا يعني ان الحادثتين لم تقعا في آن واحد بالنسبة للمراقب الساكن في المنظومة 'S

وعند استخدام تحويلات لورنتز العكسية يمكن ان نبرهن ان الحادثتين الواقعتين في 'S واللتان تظهران آنيا بالنسبة للمراقب ساكن في نفس المنظومة لا تظهران آنيا بالنسبة للمراقب ساكن في المنظومة S .
نستنتج من ذلك ان التزامن (التوا قت) ليس مطلقا وإنما يعتمد على حالة السكون او الحركة للمراقب بالنسبة للحادثتين

مثال:
حادثتان وقعتا في الموضعين $9x10^4$m, 0.0, $6x10^4$m,0.0 وظهرتا آنيا لمراقب على الأرض . ما هي الفترة الزمنية بين هاتين الحادثتين بالنسبة الى مراقب يتحرك بسرعة 0.8c بالنسبة للأرض؟

$$t'_2 - t'_1 = -\frac{v}{c^2}K(x_2 - x_1)$$
$$t'_2 - t'_1 = 10^{-4}s$$

نسبوية السرعة Relativity of Velocity

لنفرض ان جسيما يتحرك في الفضاء بسرعة u بالنسبة لمراقب في المنظومة S وبسرعة 'u بالنسبة للمنظومة 'S التي تتحرك بسرعة منتظمة v بالنسبة للمنظومة S وان مركبات السرعة u هي:

$$u_x = \frac{dx}{dt}, u_y = \frac{dy}{dt}, u_z = \frac{dz}{dt},$$
$$u'_{x'} = \frac{dx'}{dt'}, u'_{y'} = \frac{dy'}{dt'}, u'_{z'} = \frac{dz'}{dt'},$$

وعند فرض ان مركبات السرعة u معلومة القيم فيمكن إيجاد مركبات السرعة 'u فيتم ذلك باستخدام تحويلات لورنتز نعيد كتابة المعادلة وتفاضلها

$$x'=K(x-vt),\ \ y'=y,\ z'=z,\ t'=K(t-v/c^2x)$$
$$dx'= K(dx-vdt)$$
$$dy'=dy$$
$$dz'=dz$$
$$dt'=K(dt-v/c^2dx)$$

نقسم المعادلات الثلاث الأولى على المعادلة الرابعة نحصل:

$$\frac{dx'}{dt'}=\frac{K(dx-vdt)}{K(dt-\frac{v}{c^2}dx)}$$

$$\frac{dy'}{dt'}=\frac{dy}{K(dt-\frac{v}{c^2}dx)}$$

$$\frac{dz'}{dt'}=\frac{dz}{K(dt-\frac{v}{c^2}dx)}$$

وبقسمة بسط ومقام الطرف الأيمن لكل من هذه المعادلات على dt نحصل على:

$$u'_{x'}=\frac{u_x-v}{1-\frac{vu_x}{c^2}}$$

$$u'_{y'}=\frac{u_y}{k(1-\frac{vu_x}{c^2})}$$

$$u'_{z'}=\frac{u_z}{k(1-\frac{vu_x}{c^2})}$$

وهذه المعادلات تسمى تحويلات لورنتز للسرعة

وباستخدام تحويلات لورنتز العكسية وإجراء نفس العمليات السابقة نحصل على:

$$u_x=\frac{u'_{x'}+v}{1+\frac{vu'_{x'}}{c^2}}$$

$$u_y=\frac{u'_{y'}}{1+\frac{vu'_{x'}}{c^2}}$$

$$u_z=\frac{u'_{z'}}{1+\frac{vu'_{x'}}{c^2}}$$

وتسمى هذه المعادلات بتحويلات لورنتز العكسية للسرعة

نلاحظ ان جميع التحويلات تعتمد على u_x او $u'_{x'}$

ومن المعادلة الأولى في التحويلات نجد ان القيمة المطلقة للسرعة $u'_{x'}$ تساوي سرعة الضوء اذا كانت u_x او ر تساوي c ونفس الحالة في التحويلات العكسية ، نستنتج مما سبق مايلي:

1- سرعة الضوء لاتعتمد على الحركة النسبية للمصدر او المراقب
2- سرعة أي جسيم لا يمكن ان تكون اكبر من سرعة الضوء
3- تحويلات غاليلو للسرعة صحيحة فقط للسرعة الصغيرة جدا بالنسبة الى سرعة الضوء

مثال:
صاروخان يسيران باتجاهين متعاكسين سرعة كل منهما 0.3c بالنسبة الى شخص على الأرض ما هي سرعة كل منهما بالنسبة الى الآخر؟
نفرض سرعة الأول $u=0.3c$ والثاني $u'=0.3c$ بعكس الاتجاه
هنا نستطيع ان نتصور ان الصاروخ الاول ساكن والثاني يسير بسرعة نسبوية u'
حسب تحويل لورنتز

$$u'=\frac{u+v}{1+\frac{vu}{c^2}}$$

$$v=0.0$$

$$u'=0.55c$$

الكتلة النسبوية Relativistic mass
عند استخدام الميكانيك الكلاسيكي تعتبر كتل الاجسام ثابته (الكتلة مطلقة) ولكن وفق النظرية النسبية فأن الكتلة تتغير مع السرعه بالعلاقة :

$$m=\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

لنفرض ان تصادما مرنا حدث بين جسمين (كرتين متماثلتين) في المنظومة S' التي تتحرك باتجاه المحور XX' بسرعة منتظمة v بالنسبة الى S . ولنفرض ان كتلة كل من الكرتين في المنظومة S' هي m' وسرعتهما بأتجاه المحور X' هما u' , $-u'$ بالنسبة للمراقب في هذه المنظومة . اما في المنظومة S فان الكتلتين هما m_1 and m_2 والسرعة بأتجاه X هي u_1 , u_2 ولنفرض ايضا ان الكتلتين تلتصقان بعد التصادم وتكون الكتله الناتجه ساكنه بالنسبه للمراقب في المنظومه S' ومتحركه بسرعه v بالنسبة الى S وتصبح الكتلة $M=m_1+m_2$
من قانون حفظ الزخم

$$m_1u_1+m_2u_2=(m_1+m_2)v \qquad (39)$$

$$m_1u_1+m_2u_2=M\,v \qquad (40)$$

بأضافة وطرح m_1u_2 من المعادله 1 نحصل على :

$$m_1u_1+m_2u_2+m_1u_2-m_1u_2=Mv$$

$$m_1(u_1-u_2)+u_2(m_1+m_2)=Mv$$

$$m_1(u_1-u_2)+u_2M=Mv$$

$$m_1(u_1-u_2)=M(v-u_2) \qquad (41)$$

بأضافة وطرح m_2u_1 من المعادله 40 نحصل على :

$$m_1u_1+m_2u_2+m_2u_1-m_2u_1=Mv$$

$$u_1(m_1+m_2)+m_2(u_2-u_1)=Mv$$

$$u_1\,M-vM=m_2(u_1-u_2)$$

$$M(u_1-v)= m_2(u_1-u_2) \tag{42}$$

بقسمة المعادله 41 على المعادله 42 نحصل على

$$\frac{m_1(u_1-u_2)}{m_2(u_1-u_2)}=\frac{M(v-u_2)}{M(u_1-v)} \tag{43}$$

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{(v-u_2)}{(u_1-v)} \tag{44}$$

ومن تحويلات لورنتز العكسية نجد ان :

$$u_1=\frac{u'_1+v}{1+\frac{vu'_1}{c^2}}$$

$$u_2=\frac{-u'_2+v}{1-\frac{vu'_2}{c^2}}$$

بالتعويض في المعادله 44 نحصل على

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{1+\frac{vu'}{c^2}}{1-\frac{vu'}{c^2}} \tag{45}$$

وباستخدام قيمة u_1 وقيمة u_2 يمكن البرهنة على ان:

$$1+\frac{vu'}{c^2}=\frac{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})(1-\frac{u'^2}{c^2})}}{\sqrt{1-\frac{u^2{}_1}{c^2}}}$$

$$1-\frac{vu'}{c^2}=\frac{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})(1-\frac{u'^2}{c^2})}}{\sqrt{1+\frac{u^2{}_2}{c^2}}}$$

نعوض القيمتين في المعادلة 45 نحصل على:

$$m_1(\sqrt{1-\frac{u_1{}^2}{c^2}})=m_2(\sqrt{1+\frac{u_2{}^2}{c^2}})$$

لنفرض الآن ان سرعة إحدى الكرتين u_2 مثلا تساوي صفر وان الكتلة السكونية للكرات متماثلة m_o
فتصبح المعادلة

$$m_1\sqrt{1-\frac{u_1^2}{c^2}}=m_o$$

or

$$m=\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad (46)$$

ومن المعادلة نلاحظ:

1- ان الكتلة السكونية m_o وليست الكتلة النسبوية m هي التي تعتبر ثابتة حسب النظرية النسبية
2- عندما تقترب سرعة الجسيم من الصفر فأن كتلته تقارب الكتلة السكونية$(m_o=m)$
3- عندما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء أصبحت كتلته غير معرفة $m=\infty$

مثال:

ماهي السرعة التي يجب ان ينطلق بها الجسم عندما تكون كتلته النسبية ضعف الكتلة السكونية.

$$m=2m_o$$

$$m=\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$2m_o=\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$u=0.866c$$

<u>الزخم النسبوي</u>__Relativistic Momentum

يعرف الزخم حسب الميكانيك الكلاسيكي بصورة عامه لجسيم كتلته m وسرعته u

$$P(classic)=mu=m_ou$$

حيث m كميه ثابته تساوي الكتله السكونيه m_o

اما في النسبية فأن الكتلة تتغير حسب المعادلة 46 وبذلك تكتب المعادلة السابقة بالشكل:

$$p=\frac{m_ou}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad (47)$$

مثال:

اثبت ان الجسيم النسبوي الذي زخمه P وكتلته السكونية m_o فأن سرعته تعطى بالعلاقة التاليه

$$u=\frac{cP}{(P^2+m_o^2c^2)^{1/2}}$$

بتربيع المعادلة 47 نحصل على

$$P^2 = \frac{m_o{}^2 u^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$P^2c^2 - P^2u^2 = m_o{}^2u^2c^2$$

$$P^2c^2 = P^2u^2 + m_o{}^2u^2c^2$$

$$P^2c^2 = u^2(P^2 + m_o{}^2u^2c^2)$$

$$u = \frac{cP}{\sqrt{p^2 + m_o{}^2c^2}}$$

مثال :برهن ان علاقة الزخم بالطاقة تعطى في العلاقة التاليه :

$$mc^2 - m_o u c^2 = m_o c^2 \quad ; \qquad E^2 - p^2c^2 = E_o^2$$

$$E_o = m_o c^2$$

$$E = m c^2$$

$$p = m \cdot u$$

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

بتربيع الطرفين

$$m^2 = \frac{m_o^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$m^2c^2 - m^2u^2 = m_o^2c^2$$

بضرب المعادله في c^2

$$m^2c^4 - m^2u^2c^2 = m_o^2c^4$$

$$E_o = m_o c^2; \quad E = mc^2; \quad p = m \cdot u$$

$$E^2 - p^2c^2 = E_o^2$$

القوة النسبوية Relativistic Force

ان تعريف القوة النسبويه وفق الميكانيك الكلاسيكي على انها المعدل الزمني لتغير الزخم أي ان :

$$F(classsic)=\frac{dP_c}{dt}=\frac{d(m_o u)}{dt}=m_o\frac{du}{dt} \qquad (48)$$

ولكن وفق النظرية النسبية لا تعتبر الكتلة كمية ثابتة ولذلك تعرف القوة المؤثرة على جسيم نسبوي بالشكل:

$$F=\frac{dP}{dt}=\frac{d(mu)}{dt}=m\frac{du}{dt}+u\frac{dm}{dt} \qquad (49)$$

وعندما تكون $u<<c$ فان $m=m_o$, وان $\frac{dm}{dt}\to 0$ وبذلك فأن القوه النسبويه تقترب من القوه الكلاسيكية.

<u>العلاقه بين الكتله والطاقة الحركية:</u>

$$F=\frac{d}{dt}(m_o u)=m_o\frac{du}{dt} \qquad (49)$$

$$F=\frac{d}{dt}(mu)=m\frac{du}{dt}+u\frac{dm}{dt} \qquad (50)$$

ان الطاقه الحركيه T لجسيم بدلالة القوه والازاحه يمكن ايجادها لحساب الشغل المبذول لتحريك الجسيم

$$dT=Fdx \qquad (51)$$

وبالتعويض عن قيمة F في المعادله 51 نحصل على :

$$dT=m\frac{du}{dt}dx+u\frac{dm}{dt}dx \quad ; \quad \frac{dx}{dt}=u \qquad (52)$$

$$dT=m\,u\,du+u^2dm \qquad (53)$$

ان قيمة e/m المقابله لكتلة السكون للالكترون تعطى بالعلاقه التاليه :

$$e/m_o=\frac{e/m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad (54)$$

$$m/e=\frac{1}{e/m_o\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad (55)$$

$$m=\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad (56)$$

نشتق معادلة 56 بالنسبة الى u

$$dm = m_o\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-3/2}\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-2u}{c^2}du\right) \qquad (57)$$

$$= \frac{m_o u du}{c^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}} \qquad (58)$$

$$= \frac{m_o u du}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)} \quad ; \quad m = Km_o \qquad (59)$$

$$dm = \frac{mudu}{\left(c^2-u^2\right)} \qquad (61)$$

$$mudu = \left(c^2-u^2\right)\, dm \qquad (62)$$

نعوض معادله 62 في 53 لنحصل على :

$$dT = \left(c^2-u^2\right)dm + u^2 dm \qquad (63)$$

$$dT = c^2 dm - u^2\, dm + u^2 dm \qquad (64)$$

$$dT = c^2 dm \qquad (65)$$

التغير في الطاقه الحركيه dT يتناسب طرديا مع التغير في dm وان ثابت التناسب هو مربع سرعة الضوء ويمكن الحصول على الشكل التكاملي من هذه النتيجة بسهوله ، بما ان الطاقه الحركيه تساوي صفر عندما السرعه تساوي صفر فهي ايضا تساوي صفر عندما $m=m_o$ وعليه نكامل طرفي المعادله الاخيره ونحصل على الطاقه الحركيه :

$$T = \int_o^T dT = c^2\int_{m_o}^{m} dm = c^2(m-m_0)$$

$$T = mc^2 - m_0c^2$$

وطبقا لهذه النتيجة فأن الطاقه الحركيه يمكن التعبير عنها بدلالة الزياده في كتلة الجسيم عن كتلته السكونيه. هذه العلاقه يمكن تفسيرها بأن كتلة السكون m_o ملازمه لمقدار من الطاقه قدره m_oc^2 والتي يمكن تسميتها بطاقة السكون للجسيم ، ومن ذلك نستنتج ان الطاقه الكليه E لجسيم هو حاصل جمع الطاقه الحركيه وطاقه السكون . وان E :

$$E = T + m_0c^2$$

$$E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

لذلك فان كتلة قدرها m تلازمها كمية من الطاقه قدرها mc^2 وبالعكس فأن طاقه قدرها E يقابلها كتله قدرها $m = \frac{E}{c^2}$

ان الكتلة والطاقه لها غلاقه بالزخم P

$$P = mu = \frac{E}{c^2} u$$

هذه العلاقه يمكن تطبيقها للطاقه والزخم من قبل كم من الضوء (الفوتون) ان الطاقه التي يحملها الفوتون هي $h\nu$ وسرعته هي c . بالتعويض عن v في المعادله الاخيره بسرعة الضوء

$$P = \frac{E}{c^2} c = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

ان الخسارة في كتلة هذه المعادله للطاقه المشتركه في التفاعل من الماده لا يمكن التحسس به حتى بأكثر الموازين الحساسه. وهذا هو السبب بعدم ملاحظة تأثير الكتله والطاقه في التفاعلات الكيميائيه .

$$2E \frac{dE}{dP} = 2c^2 p$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dP} = \frac{c^2 P}{E}$$

$$\text{but } E = mc^2 \text{ and } P = mu$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dP} = u$$

اسئله

مثال : يتحرك إلكترون في أنبوبة شاشة التلفزيون بانطلاق 0.25 c ، جد طاقته الكلية والحركية.

$$E = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,c^2 = \frac{0.511\,ev}{\sqrt{1-\frac{(0.25\,c)^2}{c^2}}} = 0.528 \text{ M eV}$$

$$T = E - m_oc^2 = 0.528 - 0.511 = 0.017 \text{ M eV}$$

مثال :بروتون طاقته السكونية 938 Mev احسب :

1 – انطلاق البروتون إذا كانت الطاقة الحركية للبروتون ثلاث أضعاف طاقته السكونية .

2- الطاقة الحركية له .

3- كمية الحركة له .

مثال: احسب سرعة الإلكترون الذي طاقته الحركية 2 MeV .

مثال :أحسب كمية حركة الالكترون اذا كانت سرعته 0.8 c .

مثال : اذا اكتسب الكترون طاقة مقدارها 2 Gev ماهي النسبة بين كتلته النسبية والسكونية .